

---

**Folgen und Reihen**  
**Übungen**

---

### **Aufgabe 1.1**

Gegeben:  $a_n = 4n - 3$

Gesucht:  $a_5$  und  $a_{100}$

### **Aufgabe 1.2**

Gegeben:  $a_n = \sin(n \cdot 90^\circ)$

Gesucht:  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$

### **Aufgabe 1.3**

Gegeben:  $a_n = n^2 - 2n + 3$

Gesucht:  $a_5, a_{10}$

### **Aufgabe 1.4**

Gegeben:  $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$

Gesucht:  $a_1, a_2, a_3$

### **Aufgabe 1.5**

Bestimme eine explizite Definition der Folge  $(a_n)$  mit  $a_1 = 5, a_2 = 7, a_3 = 9, a_4 = 11, \dots$

### **Aufgabe 1.6**

Bestimme eine explizite Definition der Folge  $(a_n)$  mit

$a_1 = 1, a_2 = -1, a_3 = 1, a_4 = -1, \dots$

### **Aufgabe 1.7**

Bestimme eine explizite Definition der Folge  $(a_n)$  mit  $a_1 = 1, a_2 = 4, a_3 = 9, a_4 = 16, a_5 = 25, \dots$

### **Aufgabe 1.8**

Bestimme das Folgenglied  $a_5$  der rekursiv definierten Folge mit  $a_1 = 4$  und  $a_{n+1} = 2a_n - 5$ .

### **Aufgabe 1.9**

Bestimme das Folgenglied  $a_5$  der rekursiv definierten Folge mit  $a_1 = 0$  und  $a_{n+1} = n \cdot a_n + 1$ .

### Aufgabe 1.10

Bestimme das Folgeglied  $a_7$  der rekursiv definierten Folge mit  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 2$  und  $a_{n+2} = a_{n+1} - a_n + 1$

### Aufgabe 1.11

Gib eine rekursive Definition der Folge  $(a_n) = (-10, -7, -4, -1, \dots)$  an.

### Aufgabe 1.12

Bestimme eine rekursive Definition der Folge  $(a_n) = (3, -6, 12, -24, 48, \dots)$ .

### Aufgabe 1.13

Bestimme die ersten 3 Glieder der Teilsummenfolge  $(s_n)$  von  $a_n = 5n + 2$ .

### Aufgabe 1.14

Die Folge  $a_n$  hat die Teilsummenfolge  $(s_n) = (2, 7, 15, 26, \dots)$

Bestimme die ersten 4 Glieder und das explizite Bildungsgesetz von  $a_n$ .

### Aufgabe 2.1

Berechne  $\sum_{k=0}^5 k$ .

### Aufgabe 2.2

Berechne  $\sum_{k=6}^8 (3k - 4)$ .

### Aufgabe 2.3

Berechne  $\sum_{j=0}^{100} (-1)^j$ .

### Aufgabe 2.4

Berechne  $\sum_{i=2}^{20} 5$ .

### Aufgabe 2.5

Berechne  $\sum_{k=2}^4 \sum_{j=1}^k j$ .

### Aufgabe 2.6

Berechne  $\prod_{i=2}^4 (-i)$ .

### Aufgabe 2.7

Berechne  $\prod_{k=1}^{100} x$ .

### Aufgabe 2.8

Berechne  $\prod_{k=1}^{100} \frac{k}{k+2}$ .

### Aufgabe 2.9

Berechne  $\prod_{k=2}^4 2^k$ .

### Aufgabe 2.10

Berechne  $\prod_{j=18}^{21} \lg j$ .

### Aufgabe 3.1

Welche der Folgen sind mit Sicherheit keine AF?

(a)  $(a_n) = (1, -1, 1, -1, 1, \dots)$

(b)  $(a_n) = (\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{7}{6}, \frac{4}{3}, \dots)$

(c)  $a_n = n^2 + 1$

(d)  $a_1 = 1 \quad a_n = 2a_{n-1} + 3$

### Aufgabe 3.2

Bestimme die explizite Definition der AF mit  $a_3 = 9$  und  $a_8 = 34$

### Aufgabe 3.3

Bestimme eine (vereinfachte) explizite Definition der AF  $(a_n)$  aus der rekursiven Form mit  $a_1 = 15$  und  $a_{n+1} = a_n + 11$ .

### Aufgabe 3.4

Bestimme eine (vereinfachte) explizite Definition der AF mit  $a_6 = 24$  und  $a_9 = 18$ .

### Aufgabe 3.5

- (a) Gib die ersten 5 Glieder der AF  $a_n = 4n - 3$  an.
- (b) Bestimme den Mittelwert von  $a_1$  und  $a_3$
- (c) Bestimme den Mittelwert von  $a_2$  und  $a_4$
- (d) Bestimme den Mittelwert von  $a_3$  und  $a_5$
- (e) Was stellst du fest?

### Aufgabe 4.1

Untersuche, ob es sich um eine GF handelt?

- (a)  $a_n = n^2$
- (b)  $(a_n) = (\frac{1}{2}, -1, 2, -4, \dots)$
- (c)  $a_1 = 7, a_{n+1} = 0.9 \cdot a_n$

### Aufgabe 4.2

Gib eine explizite Definition der GF  $(a_n)$  mit  $a_1 = 3$  und  $a_2 = 4$  an.

### Aufgabe 4.3

Gegeben: GF mit  $a_4 = 100$  und  $a_6 = 25$  und  $q > 0$

Gesucht: explizite Definition

### Aufgabe 4.4

Gegeben: GF mit  $a_2 = 8, a_5 = 216$

Gesucht:  $q, a_7$

### Aufgabe 4.5

Gegeben: GF mit  $(a_n) = (4, 5, \dots)$

Gesucht:  $s_{10}$

### Aufgabe 4.6

Wie viele Glieder der GF mit  $a_1 = 5$ ,  $a_2 = 6$  sind kleiner als  $10^8$ ?

### Aufgabe 4.7

Eine GF mit  $a_1 = 2$  und  $q = 3$  hat die Summe  $s_n = 129\,140\,162$ . Berechne  $n$  (ohne Probieren).

## Lösungen

### Aufgabe 1.1

$$a_5 = 17, a_{100} = 397$$

### Aufgabe 1.2

$$a_1 = 1, a_2 = 0, a_3 = -1, a_4 = 0, a_5 = 1, \dots$$

### Aufgabe 1.3

$$a_5 = 18, a_{10} = 83$$

### Aufgabe 1.4

$$a_1 = 1, a_2 = -\frac{1}{4}, a_3 = \frac{1}{9}$$

### Aufgabe 1.5

$$a_n = 2n + 3$$

### Aufgabe 1.6

$$a_n = (-1)^{n+1}$$

### Aufgabe 1.7

$$a_n = n^2$$

### Aufgabe 1.8

$$a_5 = -11$$

### Aufgabe 1.9

$$a_5 = 41$$

### Aufgabe 1.10

$$a_7 = 1$$

### Aufgabe 1.11

$$a_{n+1} = a_n + 3$$

### Aufgabe 1.12

$$a_{n+1} = -2 \cdot a_n$$

### Aufgabe 1.13

$$s_1 = 7, s_2 = 19, s_3 = 36$$

### Aufgabe 1.14

$$a_1 = 2, a_2 = 5, a_3 = 8, a_4 = 11; a_n = 3n - 1$$

### Aufgabe 2.1

$$\sum_{k=0}^5 k = \dots = 15$$

### Aufgabe 2.2

$$\sum_{k=6}^8 (3k - 4) = \dots = 51$$

### Aufgabe 2.3

$$\sum_{j=0}^{100} (-1)^j = \dots = 1$$

### Aufgabe 2.4

$$\sum_{k=2}^{20} 5 = \dots = 95$$

### Aufgabe 2.5

$$\sum_{k=2}^4 \sum_{j=1}^k j = \dots = 19$$

### Aufgabe 2.6

$$\prod_{i=2}^4 (-i) = (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) = -24$$



### Aufgabe 2.7

$$\prod_{k=1}^{100} x = x^{100}$$

### Aufgabe 2.8

$$\prod_{k=1}^{100} \frac{k}{k+2} = \cdots = \frac{1}{5151}$$

### Aufgabe 2.9

$$\prod_{k=2}^4 2^k = \cdots = 512$$

### Aufgabe 2.10

$$\prod_{j=18}^{21} \lg j = \cdots = 2$$

### Aufgabe 3.1

- (a) keine AF
- (b) möglicherweise eine AF
- (c) keine AF
- (d) keine AF

### Aufgabe 3.2

$$a_n = 5n - 6$$

### Aufgabe 3.3

$$a_n = 4 + 11n$$

### Aufgabe 3.4

$$a_n = 36 - 2n$$

### Aufgabe 3.5

(a)  $(1, 5, 9, 13, 17, \dots)$

(b)  $(a_1 + a_3)/2 = 5 = a_2$

(c)  $(a_2 + a_4)/2 = 9 = a_3$

(d)  $(a_3 + a_5)/2 = 13 = a_4$

(e) Ab  $a_2$  ist jedes Folgenglied das arithmetische Mittel seiner beiden Nachbarn.

### Aufgabe 4.1

(a) keine GF

(b) möglicherweise eine GF

(c) GF mit  $q = 0.9$

### Aufgabe 4.2

$$a_n = 3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$$

### Aufgabe 4.3

$$a_n = 800 \cdot 0.5^{n-1}$$

### Aufgabe 4.4

$$q = 3, a_7 = 1944$$

### Aufgabe 4.5

$$s_{10} \approx 133.01$$

### Aufgabe 4.6

93 Folgenglieder

### Aufgabe 4.7

$$n = 17$$