

Aufgabe 1

Eine Folge ist eine Funktion mit dem Definitionsbereich \mathbb{N} .

Aufgabe 2

$$(a) a_{12} = 3 \cdot 12 - 7 = 36 - 7 = 29$$

$$(b) b_5 = 2^5 + 1 = 32 + 1 = 33$$

$$(c) c_{1234} = (-1)^{1234+1} = (-1)^{1235} = -1$$

$$(d) d_{10} = \frac{10-1}{10^2} = \frac{9}{100} = 0.09$$

$$(e) e_5 = (5-1)! = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Aufgabe 3

$$(a) a_1 = 5, a_2 = -6, a_3 = 16, a_4 = -28, a_5 = 60$$

$$(b) b_2 = -32, b_3 = 16, b_4 = -8, b_5 = 4$$

$$(c) c_1 = 1, c_2 = 4, c_3 = 14, c_4 = 45, c_5 = 139$$

$$(d) d_1 = 5, d_2 = 2, d_3 = -1, d_4 = -4, d_5 = -7, d_6 = -10$$

Aufgabe 4

$$(a) s_1 = 9, s_2 = 6, s_3 = 11, s_4 = 11, \dots$$

$$(b) s_1 = 4, s_2 = 8, s_3 = 12, s_4 = 16, \dots$$

Aufgabe 5

$$\begin{aligned} (a) \sum_{i=1}^5 (3i+1) &= (3 \cdot 1 + 1) + (3 \cdot 2 + 1) + (3 \cdot 3 + 1) + (3 \cdot 4 + 1) + (3 \cdot 5 + 1) \\ &= 4 + 7 + 10 + 13 + 16 \\ &= 50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) \sum_{j=-2}^4 j^2 &= (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 \\ &= 4 + 1 + 0 + 1 + 4 + 9 + 16 \\ &= 35 \end{aligned}$$

$$(c) \sum_{k=1}^7 a = a + a + a + a + a + a + a = 7a$$

$$(d) \sum_{i=1}^{1000} (i - 500) \\ = -499 + (-498) + \cdots + (-1) + 0 + 1 + \cdots + 498 + 499 + 500 \\ = 500$$

Aufgabe 6

$$(a) 2 + 3 + 4 + \cdots + 75 + 76 = \sum_{i=1}^{75} (i + 1)$$

$$(b) 12 + 14 + 16 + \cdots + 100 + 102 = \sum_{i=1}^{46} (2i + 10)$$

$$(c) 1 + 3 + 5 + \cdots + 49 + 51 = \sum_{i=1}^{26} (2i - 1)$$

$$(d) \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \cdots + \frac{998}{999} + \frac{999}{1000} = \sum_{i=1}^{999} \frac{i}{i+1}$$

Aufgabe 7

- Ein Folge (a_n) mit $a_{n+1} - a_n = d$ für alle $n \in \mathbb{N}$
- Eine Folge, bei der jedes Folgeglied (ausser dem ersten) das arithmetische Mittel seiner beiden Nachbarn ist.

Aufgabe 8

- (a) ja ($d = -9$)
- (b) nein
- (c) ja ($d = -5$)
- (d) nein

Aufgabe 9

$$(a) a_1 = a_{14} - 13 \cdot d = 102 - 13 \cdot 7 = 11$$

$$(b) \quad a_7 = a_1 + 6d$$

$$33 = 3 + 6d$$

$$d = 5$$

$$a_5 = a_1 + 4 \cdot d = 3 + 4 \cdot 5 = 23$$

$$(c) \quad a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$-32 = 8 + (n - 1) \cdot (-2)$$

$$-40 = (n - 1) \cdot (-2)$$

$$10 = n - 1$$

$$n = 11$$

Aufgabe 10

$$(a) \text{ Anzahl Folgenglieder: } n = (1000 - 100)/2 + 1 = 451$$

$$s_n = \frac{451}{2}(100 + 1000) = 248\,050$$

$$(b) \text{ Anzahl Folgenglieder: } n = 100$$

$$s_{100} = \frac{100}{2}(4 + 301) = 15\,250$$

Aufgabe 11

$$(a) \text{ ja } (q = -1/2)$$

$$(b) \text{ nein}$$

$$(c) \text{ ja } (q = 2)$$

$$(d) \text{ ja } (q = 3)$$

Aufgabe 12

$$(a) \quad a_6 = a_1 \cdot q^5 \quad \Rightarrow \quad a_6 = 0.25 \cdot 2^5 = 0.25 \cdot 32 = 8$$

$$(b) \quad a_5 = a_1 \cdot q^4 \quad \Rightarrow \quad 405 = a_1 \cdot 81 \quad \Rightarrow \quad a_1 = 5$$

$$(c) \quad a_5 = a_1 \cdot q^4$$

$$q^4 = a_5/a_1$$

$$q^4 = 256$$

$$q = \pm 4$$

$$a_3 = a_1 \cdot q^2 \quad \Rightarrow \quad a_3 = 5 \cdot 16 = 80$$

Aufgabe 13

$$(a) \quad s_{10} = a_1 \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1} n \quad \Rightarrow \quad s_{10} = 4 \cdot \frac{2^{10} - 1}{1} = 4092$$

$$(b) \quad s_{20} = a_1 \cdot \frac{1 - q^{20}}{1 - q}$$
$$s_{20} = 1 \cdot \frac{1 - 0.5^{20}}{1 - 0.5} = \frac{1\,048\,575}{524\,288}$$
$$s_{20} \approx 1.9999981$$

Aufgabe 14

- Ein Folge (a_n) mit $a_{n+1}/a_n = d$ für alle $n \in \mathbb{N}$
- Eine Folge, bei der jedes Folgenglied (ausser dem ersten) das geometrische Mittel seiner beiden Nachbarn ist.

Aufgabe 15

$$(a) \quad a_n = 4n + 1$$

$$(b) \quad b_n = \frac{1}{(n+1)^2}$$

Aufgabe 16

$$(a) \quad a_1 = 10, \quad a_{n+1} = 2a_n$$

$$(b) \quad b_1 = 3, \quad b_2 = 4, \quad b_{n+2} = b_{n+1} + a_n$$