

Aufgabe 1

Der Punkt P liegt auf dem Graphen der Funktion $f: y = b^x$. Berechne b

- (a) $P(3, 8)$
- (b) $P(-4, \frac{1}{81})$
- (c) $P(\frac{2}{3}, 4)$
- (d) $P(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$
- (e) $P(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3})$

Aufgabe 2

Die Punkte P und Q liegt auf dem Graphen der Funktion $f: y = ab^x$. Berechne a und b

- (a) $P(-1, \frac{1}{8}), Q(2, 8)$
- (b) $P(\frac{1}{2}, -4), Q(\frac{1}{4}, -2)$
- (c) $P(-2, 12), Q(-3, 24)$

Aufgabe 3

Skizziere in einem Koordinatensystem das kleinste Gebiet, in dem alle Kurven der Form $y = b^x$ mit $b \in M$ liegen:

- (a) $M = \{b \in \mathbb{R}: b \geq 1\}$
- (b) $M = \{b \in \mathbb{R}: 0 < b \leq 1\}$
- (c) $M = \{b \in \mathbb{R}: \frac{1}{2} < b \leq 2\}$

Aufgabe 4

Der Graph der Funktion $f: y = 2^x$ wird transformiert. Zeichne die Original- und die Bildkurve ins gleiche Koordinatensystem und gib die Funktionsgleichung der Bildkurve an.

- (a) Translation um 3 Einheiten in positive x -Richtung
- (b) Achsenspiegelung an der y -Achse
- (c) Axiale Streckung senkrecht zur x -Achse mit dem Faktor $k = 0.5$

Aufgabe 5

Der Graph der Funktion $f: y = 0.5^x$ wird transformiert. Zeichne die Original- und die Bildkurve ins gleiche Koordinatensystem und gib die Funktionsgleichung der Bildkurve an.

- (a) Translation um 2 Einheiten in negative y -Richtung
- (b) Achsenspiegelung an der x -Achse
- (c) Axiale Streckung senkrecht zur y -Achse mit dem Faktor $k = 2$

Aufgabe 6

Der Graph der Funktion $f: y = 2^x$ wird transformiert. Zeichne die Original- und die Bildkurve ins gleiche Koordinatensystem und gib die Funktionsgleichung der Bildkurve an.

- (a) Translation um den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
- (b) Punktspiegelung am Ursprung
- (c) Zentrische Streckung am Ursprung mit dem Faktor $k = 2$

Aufgabe 7*

Der Graph der Funktion $f: y = 2^x$ wird transformiert. Gib die Funktionsgleichung der Bildkurve an. (ohne Skizze)

- (b) Axiale Spiegelung an der Geraden $y = 4$
- (c) Axiale Streckung an der Geraden $x = 3$

Hinweis: Verschiebe den Graphen so, dass die Spiegelachse mit der y -Achse zusammenfällt. Führe anschliessend die Spiegelung an der y -Achse aus und mache die Verschiebung wieder rückgängig.

Aufgabe 8*

Der Graph der Funktion $f: y = 3^x$ wird transformiert. Gib die Funktionsgleichung der Bildkurve an. (ohne Skizze)

- (b) Punktspiegelung an $Z(2, 1)$
- (c) Zentrische Streckung am Punkt $Z(-1, 5)$ mit dem Faktor $k = \frac{1}{2}$

Hinweis: Verschiebe den Graphen so, dass das Zentrum mit dem Ursprung zusammenfällt. Führe anschliessend die Punktspiegelung am Ursprung durch und mache die Verschiebung wieder rückgängig.

Aufgabe 9

Skizziere ohne Hilfe des Taschenrechners die Graphen der folgenden Funktionen mittels Superposition in ein Koordinatensystem ($-5 \leq x \leq 5$, $-5 \leq y \leq 5$).

(a) $y = 2^{-x} + 3^x$

(b) $y = 2^{-x} - 3^x$

Aufgabe 10

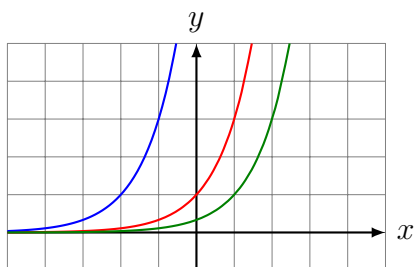
Skizziere ohne Hilfe des Taschenrechners die Graphen der Funktionen mit den Gleichungen

- $f: y = 2^x$,
- $g: y = -1/x^2$ und
- $h: y = (f \circ g)(x)$

in ein Koordinatensystem ($-5 \leq x \leq 5$, $-5 \leq y \leq 5$).

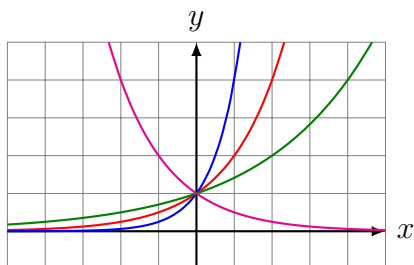
Aufgabe 11

Bei den dargestellten Kurven handelt es sich um Graphen von Exponentialfunktionen. Bestimme ihre Funktionsgleichungen.



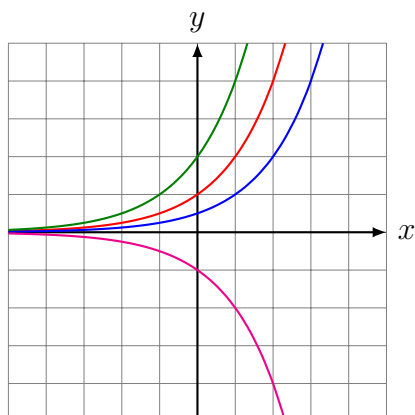
Aufgabe 12

Bei den dargestellten Kurven handelt es sich um Graphen von Exponentialfunktionen. Bestimme ihre Funktionsgleichungen.



Aufgabe 13

Bei den dargestellten Kurven handelt es sich um Graphen von Exponentialfunktionen. Bestimme ihre Funktionsgleichungen.



Aufgabe 14

Ein Aktienfonds erzielt eine mittlere jährliche Rendite von 3.5%. Eine Person investiert CHF 40 000 und die daraus entstehenden jährlichen Erträge (Zinsen) in diesen Aktienfonds. Über welchen Betrag kann sie nach 8 Jahren verfügen? (Die oben genannte Rendite darf als konstant angenommen werden.)

Aufgabe 15

Was ist besser: Ein Kapital K_0 ...

- (a) zuerst 5 Jahre zu $p = 2\%$ und dann während 5 Jahren zu $p = 3\%$ verzinsen oder
- (b) zuerst 5 Jahre zu $p = 3\%$ und dann während 5 Jahren zu $p = 2\%$ verzinsen?

Aufgabe 16

Annina möchte in 5 Jahren eine Weltreise machen und wird dafür CHF 8 000 benötigen. Welchen Betrag muss sie heute auf ihr Sparkonto (Zinsfuß 2% p. a.) einzahlen, um die gewünschte Summe (einschliesslich Kapital) in 5 Jahren erspart zu haben?

Aufgabe 17

Wie gross müsste die jährliche Verzinsung eines Kapitals sein, damit ein Kapital von EUR 400 000 innerhalb von 12 Jahren mit Zinsen und Zinseszinsen auf EUR 500 000 anwächst?

Aufgabe 18

Abschreibungen dienen dazu, die Wertverminderung eines Objekts mit begrenzter Nutzungsdauer zu erfassen.

Ein Investitionsobjekt wird jedes Jahr um 5% des Vorjahreswertes abgeschrieben (*degressive Abschreibung*). Welchen Wert (in Prozenten des ursprünglichen Werts) hat das Objekt nach 4 Jahren?

Hinweis: Verwende anstelle des *Aufzinsungsfaktors* den *Abzinsungsfaktor* $v = 1 - p/100$.

Aufgabe 19

In einem Land beträgt die jährliche Inflation (Geldentwertung) 10%. Welchen Wertverlust in Prozenten des heutigen Werts hat diese Währung nach 3 Jahren. (Die Inflationsrate darf als konstant angenommen werden.)

Aufgabe 20

Die Geldentwertung hat den Wert einer Währung während der letzten 6 Jahre um insgesamt 20% reduziert. Berechne die mittlere jährliche Inflationsrate.

Aufgabe 21

Eine Bakterienkultur ohne Raum- und Nahrungsmangel wächst exponentiell. Um 9:00 Uhr wurden 400 Bakterien gezählt und um 12:00 Uhr 3200 Bakterien. Wie gross ist die Bakterienpopulation um

- (a) 11:00 Uhr
- (b) 12:30 Uhr?

Hinweis: Bestimme a und b in der Wachstumsfunktion $f(t) = a \cdot b^t$.

Aufgabe 22

Die Holzmenge eines Waldes, in dem keine Bäume geschlagen werden, wächst exponentiell. Vor vier Jahren betrug sie $11\,200\text{ m}^3$, heute sind es $56\,700\text{ m}^3$.

- (b) Berechne die Holzmenge in 5 Jahren.
- (a) Berechne die Holzmenge vor 6 Jahren.

Aufgabe 23

Löse die Exponentialgleichungen.

- (a) $2^{3x-4} = 2^{2x+7}$
- (b) $3^{x+5} = 3^{8-x}$

Aufgabe 24

Löse die Exponentialgleichungen.

(a) $2^{x+2} = 0.5^{x-7}$

(b) $0.1^x = 10\,000$

Aufgabe 25

Löse die Exponentialgleichungen.

(a) $7^{x+8} \cdot 7^{3x-4} = 7^{2x+9}$

(b) $2^{7-x} : 2^{5x+9} = 2^{3x-6}$

Aufgabe 26

Löse die Exponentialgleichungen.

(a) $4^{x+5} \cdot 2^{x+8} = 8^{-x+3}$

(b) $6^{2x-1} \cdot 36^{x-2} = \left(\frac{1}{6}\right)^{5x-4}$

Aufgabe 27

Löse die Exponentialgleichungen.

(a) $3^{x+2} + 6 \cdot 3^{x+1} = 1$

(b) $7 \cdot 2^{2x-4} - 4^{x-3} = 1.5 \cdot 2^{3x+4}$

Aufgabe 28

Löse die Exponentialgleichungen.

(a) $4^x - 4 = 3 \cdot 2^x$

(b) $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$

Aufgabe 29

Löse die Exponentialgleichungen.

(a) $(16^x - 1)^3 - 49(16^x - 1) = 0$

(b) $(2^{2x} - 6 \cdot 2^x)^2 - 8 \cdot (2^{2x} - 6 \cdot 2^x) = 128$