

Quadratwurzeln

Theorie

Definition

Für eine nichtnegative Zahl a ist $b = \sqrt{a}$ die nichtnegative Zahl mit der Eigenschaft $b^2 = a$.

Definition

Für eine nichtnegative Zahl a ist $b = \sqrt{a}$ die nichtnegative Zahl mit der Eigenschaft $b^2 = a$.

► a :

Definition

Für eine nichtnegative Zahl a ist $b = \sqrt{a}$ die nichtnegative Zahl mit der Eigenschaft $b^2 = a$.

► a : Radikand

Definition

Für eine nichtnegative Zahl a ist $b = \sqrt{a}$ die nichtnegative Zahl mit der Eigenschaft $b^2 = a$.

▶ a : Radikand

▶ b :

Definition

Für eine nichtnegative Zahl a ist $b = \sqrt{a}$ die nichtnegative Zahl mit der Eigenschaft $b^2 = a$.

- ▶ a : Radikand
- ▶ b : (Quadrat)Wurzel aus a

Definition

Für eine nichtnegative Zahl a ist $b = \sqrt{a}$ die nichtnegative Zahl mit der Eigenschaft $b^2 = a$.

- ▶ a : Radikand
- ▶ b : (Quadrat)Wurzel aus a
- ▶ Wurzelziehen:

Definition

Für eine nichtnegative Zahl a ist $b = \sqrt{a}$ die nichtnegative Zahl mit der Eigenschaft $b^2 = a$.

- ▶ a : Radikand
- ▶ b : (Quadrat)Wurzel aus a
- ▶ Wurzelziehen: Radizieren

Definition

Für eine nichtnegative Zahl a ist $b = \sqrt{a}$ die nichtnegative Zahl mit der Eigenschaft $b^2 = a$.

- ▶ a : Radikand
- ▶ b : (Quadrat)Wurzel aus a
- ▶ Wurzelziehen: Radizieren

Um $\sqrt{9}$ zu berechnen, suchen wir die Zahlen, deren Quadrat 9 ergeben. Dafür kommen $+3$ und -3 in Frage. Da es laut Definition die *nichtnegative* Zahl sein soll, gilt $\sqrt{9} = 3$.

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	
1^2	
2^2	
3^2	
4^2	
5^2	
6^2	

7^2	
8^2	
9^2	
10^2	
11^2	
12^2	
13^2	

14^2	
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	
2^2	
3^2	
4^2	
5^2	
6^2	

7^2	
8^2	
9^2	
10^2	
11^2	
12^2	
13^2	

14^2	
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	
3^2	
4^2	
5^2	
6^2	

7^2	
8^2	
9^2	
10^2	
11^2	
12^2	
13^2	

14^2	
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	
4^2	
5^2	
6^2	

7^2	
8^2	
9^2	
10^2	
11^2	
12^2	
13^2	

14^2	
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	
5^2	
6^2	

7^2	
8^2	
9^2	
10^2	
11^2	
12^2	
13^2	

14^2	
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	
6^2	

7^2	
8^2	
9^2	
10^2	
11^2	
12^2	
13^2	

14^2	
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	

7^2	
8^2	
9^2	
10^2	
11^2	
12^2	
13^2	

14^2	
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	
8^2	
9^2	
10^2	
11^2	
12^2	
13^2	

14^2	
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	
9^2	
10^2	
11^2	
12^2	
13^2	

14^2	
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	
10^2	
11^2	
12^2	
13^2	

14^2	
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	
11^2	
12^2	
13^2	

14^2	
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	
12^2	
13^2	

14^2	
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	
13^2	

14^2	
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	

14^2	
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169

14^2	
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169

14^2	196
15^2	
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169

14^2	196
15^2	225
16^2	
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169

14^2	196
15^2	225
16^2	256
17^2	
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169

14^2	196
15^2	225
16^2	256
17^2	289
18^2	
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169

14^2	196
15^2	225
16^2	256
17^2	289
18^2	324
19^2	
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169

14^2	196
15^2	225
16^2	256
17^2	289
18^2	324
19^2	361
20^2	

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169

14^2	196
15^2	225
16^2	256
17^2	289
18^2	324
19^2	361
20^2	400

21^2	
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169

14^2	196
15^2	225
16^2	256
17^2	289
18^2	324
19^2	361
20^2	400

21^2	441
22^2	
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169

14^2	196
15^2	225
16^2	256
17^2	289
18^2	324
19^2	361
20^2	400

21^2	441
22^2	484
23^2	
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169

14^2	196
15^2	225
16^2	256
17^2	289
18^2	324
19^2	361
20^2	400

21^2	441
22^2	484
23^2	529
24^2	
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169

14^2	196
15^2	225
16^2	256
17^2	289
18^2	324
19^2	361
20^2	400

21^2	441
22^2	484
23^2	529
24^2	576
25^2	
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169

14^2	196
15^2	225
16^2	256
17^2	289
18^2	324
19^2	361
20^2	400

21^2	441
22^2	484
23^2	529
24^2	576
25^2	625
26^2	
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169

14^2	196
15^2	225
16^2	256
17^2	289
18^2	324
19^2	361
20^2	400

21^2	441
22^2	484
23^2	529
24^2	576
25^2	625
26^2	676
27^2	

Kopfrechnen

Lerne die folgenden Quadratzahlen auswendig. Sie sind eine wichtige Grundlage für das Rechnen mit Quadratwurzeln.

0^2	0
1^2	1
2^2	4
3^2	9
4^2	16
5^2	25
6^2	36

7^2	49
8^2	64
9^2	81
10^2	100
11^2	121
12^2	144
13^2	169

14^2	196
15^2	225
16^2	256
17^2	289
18^2	324
19^2	361
20^2	400

21^2	441
22^2	484
23^2	529
24^2	576
25^2	625
26^2	676
27^2	729

Zu welchem Zahlenbereichen gehören die Quadratwurzeln?

$$\sqrt{49} =$$

$$\sqrt{9/4} =$$

$$\sqrt{4/9} =$$

$$\sqrt{2} =$$

Zu welchem Zahlenbereichen gehören die Quadratwurzeln?

$$\sqrt{49} = 7$$

$$\sqrt{9/4} =$$

$$\sqrt{4/9} =$$

$$\sqrt{2} =$$

Zu welchem Zahlenbereichen gehören die Quadratwurzeln?

$$\sqrt{49} = 7 \in \mathbb{N}_0$$

$$\sqrt{9/4} =$$

$$\sqrt{4/9} =$$

$$\sqrt{2} =$$

Zu welchem Zahlenbereichen gehören die Quadratwurzeln?

$$\sqrt{49} = 7 \in \mathbb{N}_0$$

natürliche Zahl

$$\sqrt{9/4} =$$

$$\sqrt{4/9} =$$

$$\sqrt{2} =$$

Zu welchem Zahlenbereichen gehören die Quadratwurzeln?

$$\sqrt{49} = 7 \in \mathbb{N}_0$$

natürliche Zahl

$$\sqrt{9/4} = 3/2 = 1.5$$

$$\sqrt{4/9} =$$

$$\sqrt{2} =$$

Zu welchem Zahlenbereichen gehören die Quadratwurzeln?

$$\sqrt{49} = 7 \in \mathbb{N}_0$$

natürliche Zahl

$$\sqrt{9/4} = 3/2 = 1.5 \in \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{4/9} =$$

$$\sqrt{2} =$$

Zu welchem Zahlenbereich gehören die Quadratwurzeln?

$$\sqrt{49} = 7 \in \mathbb{N}_0$$

natürliche Zahl

$$\sqrt{9/4} = 3/2 = 1.5 \in \mathbb{Q}$$

rationale Zahl mit abbrechender Dezimaldarstellung

$$\sqrt{4/9} =$$

$$\sqrt{2} =$$

Zu welchem Zahlenbereich gehören die Quadratwurzeln?

$$\sqrt{49} = 7 \in \mathbb{N}_0$$

natürliche Zahl

$$\sqrt{9/4} = 3/2 = 1.5 \in \mathbb{Q}$$

rationale Zahl mit abbrechender Dezimaldarstellung

$$\sqrt{4/9} = 2/3 = 0.6\bar{6}$$

$$\sqrt{2} =$$

Zu welchem Zahlenbereich gehören die Quadratwurzeln?

$$\sqrt{49} = 7 \in \mathbb{N}_0$$

natürliche Zahl

$$\sqrt{9/4} = 3/2 = 1.5 \in \mathbb{Q}$$

rationale Zahl mit abbrechender Dezimaldarstellung

$$\sqrt{4/9} = 2/3 = 0.6\bar{6} \in \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{2} =$$

Zu welchem Zahlenbereichen gehören die Quadratwurzeln?

$$\sqrt{49} = 7 \in \mathbb{N}_0$$

natürliche Zahl

$$\sqrt{9/4} = 3/2 = 1.5 \in \mathbb{Q}$$

rationale Zahl mit abbrechender Dezimaldarstellung

$$\sqrt{4/9} = 2/3 = 0.6\bar{6} \in \mathbb{Q}$$

rationale Zahl mit nichtabbrechender periodischer
Dezimaldarstellung

$$\sqrt{2} =$$

Zu welchem Zahlenbereichen gehören die Quadratwurzeln?

$$\sqrt{49} = 7 \in \mathbb{N}_0$$

natürliche Zahl

$$\sqrt{9/4} = 3/2 = 1.5 \in \mathbb{Q}$$

rationale Zahl mit abbrechender Dezimaldarstellung

$$\sqrt{4/9} = 2/3 = 0.6\bar{6} \in \mathbb{Q}$$

rationale Zahl mit nichtabbrechender periodischer
Dezimaldarstellung

$$\sqrt{2} = 1.41421 \dots$$

Zu welchem Zahlenbereichen gehören die Quadratwurzeln?

$$\sqrt{49} = 7 \in \mathbb{N}_0$$

natürliche Zahl

$$\sqrt{9/4} = 3/2 = 1.5 \in \mathbb{Q}$$

rationale Zahl mit abbrechender Dezimaldarstellung

$$\sqrt{4/9} = 2/3 = 0.6\bar{6} \in \mathbb{Q}$$

rationale Zahl mit nichtabbrechender periodischer
Dezimaldarstellung

$$\sqrt{2} = 1.41421\dots \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$$

Zu welchem Zahlenbereichen gehören die Quadratwurzeln?

$$\sqrt{49} = 7 \in \mathbb{N}_0$$

natürliche Zahl

$$\sqrt{9/4} = 3/2 = 1.5 \in \mathbb{Q}$$

rationale Zahl mit abbrechender Dezimaldarstellung

$$\sqrt{4/9} = 2/3 = 0.6\bar{6} \in \mathbb{Q}$$

rationale Zahl mit nichtabbrechender periodischer
Dezimaldarstellung

$$\sqrt{2} = 1.41421\dots \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$$

irrationale Zahl mit nichtabbrechender aperiodischer
Dezimaldarstellung

Stellenzahl der Quadratwurzel

Wie lässt sich aus der Stellenzahl des Radikanden die Stellenzahl einer Quadratwurzel bestimmen, wenn diese eine endliche Dezimaldarstellung hat?

$$\sqrt{17\,935\,225} =$$

$$\sqrt{502.432225} =$$

$$\sqrt{214\,526.4489} =$$

$$\sqrt{0.0074545956} =$$

Vorkomastellen (VKS):

Nachkomastellen (NKS):

Stellenzahl der Quadratwurzel

Wie lässt sich aus der Stellenzahl des Radikanden die Stellenzahl einer Quadratwurzel bestimmen, wenn diese eine endliche Dezimaldarstellung hat?

$$\sqrt{17\,935\,225} = 4235$$

$$\sqrt{502.432225} =$$

$$\sqrt{214\,526.4489} =$$

$$\sqrt{0.0074545956} =$$

Vorkommastellen (VKS):

Nachkomastellen (NKS):

Stellenzahl der Quadratwurzel

Wie lässt sich aus der Stellenzahl des Radikanden die Stellenzahl einer Quadratwurzel bestimmen, wenn diese eine endliche Dezimaldarstellung hat?

$$\sqrt{17\,935\,225} = 4235 \quad 8\text{VKS} \rightarrow 4\text{VKS}$$

$$\sqrt{502.432225} =$$

$$\sqrt{214\,526.4489} =$$

$$\sqrt{0.0074545956} =$$

Vorkommastellen (VKS):

Nachkommastellen (NKS):

Stellenzahl der Quadratwurzel

Wie lässt sich aus der Stellenzahl des Radikanden die Stellenzahl einer Quadratwurzel bestimmen, wenn diese eine endliche Dezimaldarstellung hat?

$$\sqrt{17\,935\,225} = 4235 \quad 8\text{VKS} \rightarrow 4\text{VKS}$$

$$\sqrt{502.432225} = 22.415$$

$$\sqrt{214\,526.4489} =$$

$$\sqrt{0.0074545956} =$$

Vorkommastellen (VKS):

Nachkommastellen (NKS):

Stellenzahl der Quadratwurzel

Wie lässt sich aus der Stellenzahl des Radikanden die Stellenzahl einer Quadratwurzel bestimmen, wenn diese eine endliche Dezimaldarstellung hat?

$$\sqrt{17\,935\,225} = 4235 \quad 8\text{VKS} \rightarrow 4\text{VKS}$$

$$\sqrt{502.432225} = 22.415 \quad 3\text{VKS} \rightarrow 2\text{VKS},$$

$$\sqrt{214\,526.4489} =$$

$$\sqrt{0.0074545956} =$$

Vorkommastellen (VKS):

Nachkommastellen (NKS):

Stellenzahl der Quadratwurzel

Wie lässt sich aus der Stellenzahl des Radikanden die Stellenzahl einer Quadratwurzel bestimmen, wenn diese eine endliche Dezimaldarstellung hat?

$$\sqrt{17\,935\,225} = 4235 \quad 8\text{VKS} \rightarrow 4\text{VKS}$$

$$\sqrt{502.432225} = 22.415 \quad 3\text{VKS} \rightarrow 2\text{VKS}, 6\text{NKS} \rightarrow 3\text{NKS}$$

$$\sqrt{214\,526.4489} =$$

$$\sqrt{0.0074545956} =$$

Vorkommastellen (VKS):

Nachkomastellen (NKS):

Stellenzahl der Quadratwurzel

Wie lässt sich aus der Stellenzahl des Radikanden die Stellenzahl einer Quadratwurzel bestimmen, wenn diese eine endliche Dezimaldarstellung hat?

$$\sqrt{17\,935\,225} = 4235 \quad 8\text{VKS} \rightarrow 4\text{VKS}$$

$$\sqrt{502.432225} = 22.415 \quad 3\text{VKS} \rightarrow 2\text{VKS}, 6\text{NKS} \rightarrow 3\text{NKS}$$

$$\sqrt{214\,526.4489} = 463.17$$

$$\sqrt{0.0074545956} =$$

Vorkommastellen (VKS):

Nachkommastellen (NKS):

Stellenzahl der Quadratwurzel

Wie lässt sich aus der Stellenzahl des Radikanden die Stellenzahl einer Quadratwurzel bestimmen, wenn diese eine endliche Dezimaldarstellung hat?

$$\sqrt{17\,935\,225} = 4235 \quad 8\text{VKS} \rightarrow 4\text{VKS}$$

$$\sqrt{502.432225} = 22.415 \quad 3\text{VKS} \rightarrow 2\text{VKS}, 6\text{NKS} \rightarrow 3\text{NKS}$$

$$\sqrt{214\,526.4489} = 463.17 \quad 6\text{VKS} \rightarrow 3\text{VKS},$$

$$\sqrt{0.0074545956} =$$

Vorkommastellen (VKS):

Nachkommastellen (NKS):

Stellenzahl der Quadratwurzel

Wie lässt sich aus der Stellenzahl des Radikanden die Stellenzahl einer Quadratwurzel bestimmen, wenn diese eine endliche Dezimaldarstellung hat?

$$\sqrt{17\,935\,225} = 4235 \quad 8\text{VKS} \rightarrow 4\text{VKS}$$

$$\sqrt{502.432225} = 22.415 \quad 3\text{VKS} \rightarrow 2\text{VKS}, 6\text{NKS} \rightarrow 3\text{NKS}$$

$$\sqrt{214\,526.4489} = 463.17 \quad 6\text{VKS} \rightarrow 3\text{VKS}, 4\text{NKS} \rightarrow 2\text{NKS}$$

$$\sqrt{0.0074545956} =$$

Vorkommastellen (VKS):

Nachkomastellen (NKS):

Stellenzahl der Quadratwurzel

Wie lässt sich aus der Stellenzahl des Radikanden die Stellenzahl einer Quadratwurzel bestimmen, wenn diese eine endliche Dezimaldarstellung hat?

$$\sqrt{17\,935\,225} = 4235 \quad 8\text{VKS} \rightarrow 4\text{VKS}$$

$$\sqrt{502.432225} = 22.415 \quad 3\text{VKS} \rightarrow 2\text{VKS}, 6\text{NKS} \rightarrow 3\text{NKS}$$

$$\sqrt{214\,526.4489} = 463.17 \quad 6\text{VKS} \rightarrow 3\text{VKS}, 4\text{NKS} \rightarrow 2\text{NKS}$$

$$\sqrt{0.0074545956} = 0.08634$$

Vorkommastellen (VKS):

Nachkomastellen (NKS):

Stellenzahl der Quadratwurzel

Wie lässt sich aus der Stellenzahl des Radikanden die Stellenzahl einer Quadratwurzel bestimmen, wenn diese eine endliche Dezimaldarstellung hat?

$$\sqrt{17\,935\,225} = 4235 \quad 8\text{VKS} \rightarrow 4\text{VKS}$$

$$\sqrt{502.432225} = 22.415 \quad 3\text{VKS} \rightarrow 2\text{VKS}, 6\text{NKS} \rightarrow 3\text{NKS}$$

$$\sqrt{214\,526.4489} = 463.17 \quad 6\text{VKS} \rightarrow 3\text{VKS}, 4\text{NKS} \rightarrow 2\text{NKS}$$

$$\sqrt{0.0074545956} = 0.08634 \quad 10\text{NKS} \rightarrow 5\text{NKS}$$

Vorkommastellen (VKS):

Nachkomastellen (NKS):

Stellenzahl der Quadratwurzel

Wie lässt sich aus der Stellenzahl des Radikanden die Stellenzahl einer Quadratwurzel bestimmen, wenn diese eine endliche Dezimaldarstellung hat?

$$\sqrt{17\,935\,225} = 4235 \quad 8\text{VKS} \rightarrow 4\text{VKS}$$

$$\sqrt{502.432225} = 22.415 \quad 3\text{VKS} \rightarrow 2\text{VKS}, 6\text{NKS} \rightarrow 3\text{NKS}$$

$$\sqrt{214\,526.4489} = 463.17 \quad 6\text{VKS} \rightarrow 3\text{VKS}, 4\text{NKS} \rightarrow 2\text{NKS}$$

$$\sqrt{0.0074545956} = 0.08634 \quad 10\text{NKS} \rightarrow 5\text{NKS}$$

Vorkommastellen (VKS): **halbieren und aufrunden**

Nachkommastellen (NKS):

Stellenzahl der Quadratwurzel

Wie lässt sich aus der Stellenzahl des Radikanden die Stellenzahl einer Quadratwurzel bestimmen, wenn diese eine endliche Dezimaldarstellung hat?

$$\sqrt{17\,935\,225} = 4235 \quad 8\text{VKS} \rightarrow 4\text{VKS}$$

$$\sqrt{502.432225} = 22.415 \quad 3\text{VKS} \rightarrow 2\text{VKS}, 6\text{NKS} \rightarrow 3\text{NKS}$$

$$\sqrt{214\,526.4489} = 463.17 \quad 6\text{VKS} \rightarrow 3\text{VKS}, 4\text{NKS} \rightarrow 2\text{NKS}$$

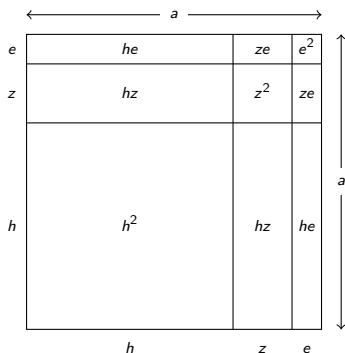
$$\sqrt{0.0074545956} = 0.08634 \quad 10\text{NKS} \rightarrow 5\text{NKS}$$

Vorkommastellen (VKS): **halbieren und aufrunden**

Nachkomastellen (NKS): **halbieren**

Schriftliches Wurzelziehen

\sqrt{a} kann durch fortlaufendes Ausschöpfen von a bestimmt werden.
Bei jedem Schritt sind weitere Mischprodukte zu berücksichtigen.



$$a^2 = h^2 + (2hz + z^2) + (2he + 2ze + e^2) = h^2 + (2h + z)z + (2h + 2z + e)e$$

Beispiel 1.1

$$\sqrt{116\,281} = ?$$

Teile die Ziffern des Radikanden von rechts in Zweiergruppen auf.

$$11\ 62\ 81 =$$

Beispiel 1.1

$$\sqrt{116\,281} = ?$$

Teile die Ziffern des Radikanden von rechts in Zweiergruppen auf.

$$11\ 62\ 81 = (300$$

Beispiel 1.1

$$\sqrt{116\,281} = ?$$

Teile die Ziffern des Radikanden von rechts in Zweiergruppen auf.

$$\begin{array}{r} 11\ 62\ 81 = (300 \\ - \quad 9 \\ \hline \end{array}$$

Beispiel 1.1

$$\sqrt{116\,281} = ?$$

Teile die Ziffern des Radikanden von rechts in Zweiergruppen auf.

$$\begin{array}{r} 11\ 62\ 81 = (300 \\ -\ 9 \\ \hline 2 \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

Beispiel 1.1

$$\sqrt{116\,281} = ?$$

Teile die Ziffern des Radikanden von rechts in Zweiergruppen auf.

$$\begin{array}{r}
 11\ 62\ 81 = (300 \\
 - \quad 9 \downarrow \\
 \hline
 2\ 62 \\
 \hline
 \\
 \hline
 \\
 \hline
 \end{array}$$

Beispiel 1.1

$$\sqrt{116\,281} = ?$$

Teile die Ziffern des Radikanden von rechts in Zweiergruppen auf.

$$\begin{array}{r}
 11\ 62\ 81 = (300 + 40 \\
 - \quad 9 \downarrow \\
 \hline
 \quad 2\ 62 \\
 - \quad 2\ 56 \quad (2 \cdot 30 + 4) \cdot 4 \\
 \hline
 \end{array}$$

Beispiel 1.1

$$\sqrt{116\,281} = ?$$

Teile die Ziffern des Radikanden von rechts in Zweiergruppen auf.

$$\begin{array}{r}
 11\ 62\ 81 = (300 + 40 \\
 - \quad 9 \downarrow \\
 \hline
 \quad 2\ 62 \\
 - \quad 2\ 56 \quad (2 \cdot 30 + 4) \cdot 4 \\
 \hline
 \quad \quad 6
 \end{array}$$

Beispiel 1.1

$$\sqrt{116\,281} = ?$$

Teile die Ziffern des Radikanden von rechts in Zweiergruppen auf.

$$\begin{array}{r}
 11\ 62\ 81 = (300 + 40 \\
 - \quad 9 \downarrow \downarrow \\
 \hline
 \quad 2\ 62 \\
 - \quad 2\ 56 \quad (2 \cdot 30 + 4) \cdot 4 \\
 \hline
 \quad \quad 6\ 81 \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

Beispiel 1.1

$$\sqrt{116\,281} = ?$$

Teile die Ziffern des Radikanden von rechts in Zweiergruppen auf.

$$\begin{array}{r}
 11\ 62\ 81 = (300 + 40 \\
 - \quad 9 \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \hline
 \quad 2\ 62 \\
 - \quad 2\ 56 \quad (2 \cdot 30 + 4) \cdot 4 \\
 \hline
 \quad \quad 6\ 81 \\
 \quad \quad \quad \quad (2 \cdot 300 + 2 \cdot 40 + 1) \cdot 1 \\
 \hline
 \end{array}$$

Beispiel 1.1

$$\sqrt{116\,281} = ?$$

Teile die Ziffern des Radikanden von rechts in Zweiergruppen auf.

$$\begin{array}{r}
 11\ 62\ 81 = (300 + 40 + 1)^2 \\
 - \quad \underline{9\ \downarrow\ \downarrow} \\
 \quad \quad 2\ 62 \\
 - \quad \underline{2\ 56} \quad (2 \cdot 30 + 4) \cdot 4 \\
 \quad \quad \quad 6\ 81 \\
 \quad \quad \quad \quad \underline{\quad\quad} \quad (2 \cdot 300 + 2 \cdot 40 + 1) \cdot 1
 \end{array}$$

Beispiel 1.1

$$\sqrt{116\,281} = ?$$

Teile die Ziffern des Radikanden von rechts in Zweiergruppen auf.

$$\begin{array}{r}
 11\ 62\ 81 = (300 + 40 + 1)^2 \\
 - \quad \underline{9\ \downarrow\ \downarrow} \\
 \quad \quad 2\ 62 \\
 - \quad \underline{2\ 56} \quad (2 \cdot 30 + 4) \cdot 4 \\
 \quad \quad \quad 6\ 81 \\
 \quad \quad \quad \underline{6\ 81} \quad (2 \cdot 300 + 2 \cdot 40 + 1) \cdot 1
 \end{array}$$

Beispiel 1.1

$$\sqrt{116\,281} = ?$$

Teile die Ziffern des Radikanden von rechts in Zweiergruppen auf.

$$\begin{array}{r}
 11\ 62\ 81 = (300 + 40 + 1)^2 \\
 - \quad \underline{9\ \downarrow\ \downarrow} \\
 \quad \quad 2\ 62 \\
 - \quad \underline{2\ 56} \quad (2 \cdot 30 + 4) \cdot 4 \\
 \quad \quad \quad 6\ 81 \\
 - \quad \underline{6\ 81} \quad (2 \cdot 300 + 2 \cdot 40 + 1) \cdot 1 \\
 \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

Beispiel 1.1

$$\sqrt{116\,281} = ?$$

Teile die Ziffern des Radikanden von rechts in Zweiergruppen auf.

$$\begin{array}{r}
 11\ 62\ 81 = (300 + 40 + 1)^2 = 341^2 \\
 - \quad \underline{9\ \downarrow\ \downarrow} \\
 \quad \quad 2\ 62 \\
 - \quad \underline{2\ 56} \quad (2 \cdot 30 + 4) \cdot 4 \\
 \quad \quad \quad 6\ 81 \\
 - \quad \underline{6\ 81} \quad (2 \cdot 300 + 2 \cdot 40 + 1) \cdot 1 \\
 \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

Beispiel 1.1

$$\sqrt{116\,281} = ?$$

Teile die Ziffern des Radikanden von rechts in Zweiergruppen auf.

$$\begin{array}{r}
 11\ 62\ 81 = (300 + 40 + 1)^2 = 341^2 \\
 - \quad \underline{9} \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \quad \quad 2\ 62 \\
 - \quad \underline{2\ 56} \quad (2 \cdot 30 + 4) \cdot 4 \\
 \quad \quad \quad 6\ 81 \\
 \quad \quad - \quad \underline{6\ 81} \quad (2 \cdot 300 + 2 \cdot 40 + 1) \cdot 1 \\
 \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

$$\sqrt{116\,281} = 341$$

Das Verfahren von Heron (babylonisches Wurzelziehen)

Gegeben: Radikand a , Mindestgenauigkeit ε und Startwert x

Gesucht: Näherungslösung für \sqrt{a}

Das Verfahren von Heron (babylonisches Wurzelziehen)

Gegeben: Radikand a , Mindestgenauigkeit ε und Startwert x

Gesucht: Näherungslösung für \sqrt{a}

(1) Berechne $\frac{1}{2} \left(x + \frac{a}{x} \right) \rightarrow x'$. (Durchschnitt von x und $\frac{a}{x}$)

Das Verfahren von Heron (babylonisches Wurzelziehen)

Gegeben: Radikand a , Mindestgenauigkeit ε und Startwert x

Gesucht: Näherungslösung für \sqrt{a}

(1) Berechne $\frac{1}{2} \left(x + \frac{a}{x} \right) \rightarrow x'$. (Durchschnitt von x und $\frac{a}{x}$)

(2) Ist $|x - x'| < \varepsilon$?

Das Verfahren von Heron (babylonisches Wurzelziehen)

Gegeben: Radikand a , Mindestgenauigkeit ε und Startwert x

Gesucht: Näherungslösung für \sqrt{a}

(1) Berechne $\frac{1}{2} \left(x + \frac{a}{x} \right) \rightarrow x'$. (Durchschnitt von x und $\frac{a}{x}$)

(2) Ist $|x - x'| < \varepsilon$?

(2.1) Ja: Gehe zu (3).

Das Verfahren von Heron (babylonisches Wurzelziehen)

Gegeben: Radikand a , Mindestgenauigkeit ε und Startwert x

Gesucht: Näherungslösung für \sqrt{a}

(1) Berechne $\frac{1}{2} \left(x + \frac{a}{x} \right) \rightarrow x'$. (Durchschnitt von x und $\frac{a}{x}$)

(2) Ist $|x - x'| < \varepsilon$?

(2.1) *Ja*: Gehe zu (3).

(2.2) *Nein*: Setze $x' \rightarrow x$ und gehe zu (1).

Das Verfahren von Heron (babylonisches Wurzelziehen)

Gegeben: Radikand a , Mindestgenauigkeit ε und Startwert x

Gesucht: Näherungslösung für \sqrt{a}

(1) Berechne $\frac{1}{2} \left(x + \frac{a}{x} \right) \rightarrow x'$. (Durchschnitt von x und $\frac{a}{x}$)

(2) Ist $|x - x'| < \varepsilon$?

(2.1) *Ja*: Gehe zu (3).

(2.2) *Nein*: Setze $x' \rightarrow x$ und gehe zu (1).

(3) Gib x' als Näherungslösung aus. (Ende)

Das Verfahren von Heron (babylonisches Wurzelziehen)

Gegeben: Radikand a , Mindestgenauigkeit ε und Startwert x

Gesucht: Näherungslösung für \sqrt{a}

(1) Berechne $\frac{1}{2} \left(x + \frac{a}{x} \right) \rightarrow x'$. (Durchschnitt von x und $\frac{a}{x}$)

(2) Ist $|x - x'| < \varepsilon$?

(2.1) *Ja*: Gehe zu (3).

(2.2) *Nein*: Setze $x' \rightarrow x$ und gehe zu (1).

(3) Gib x' als Näherungslösung aus. (Ende)

Begründung: x' und \sqrt{a} liegen immer zwischen x und $\frac{a}{x}$.

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right)$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'|$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right|$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1?$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1? \text{ Nein}$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1? \text{ Nein} \Rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow x$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1? \text{ Nein} \Rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow x$$

$$(1) \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{6}{5/2} \right)$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1? \text{ Nein} \Rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow x$$

$$(1) \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{6}{5/2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{12}{5} \right)$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1? \text{ Nein} \Rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow x$$

$$(1) \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{6}{5/2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{12}{5} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{10}$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1? \text{ Nein} \Rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow x$$

$$(1) \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{6}{5/2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{12}{5} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{10} = \frac{49}{20} \rightarrow x'$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1? \text{ Nein} \Rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow x$$

$$(1) \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{6}{5/2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{12}{5} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{10} = \frac{49}{20} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'|$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1? \text{ Nein} \Rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow x$$

$$(1) \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{6}{5/2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{12}{5} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{10} = \frac{49}{20} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| \frac{5}{2} - \frac{49}{20} \right|$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1? \text{ Nein} \Rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow x$$

$$(1) \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{6}{5/2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{12}{5} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{10} = \frac{49}{20} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| \frac{5}{2} - \frac{49}{20} \right| = \frac{1}{20}$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1? \text{ Nein} \Rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow x$$

$$(1) \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{6}{5/2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{12}{5} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{10} = \frac{49}{20} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| \frac{5}{2} - \frac{49}{20} \right| = \frac{1}{20} = 0.05 < 0.1?$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1? \text{ Nein} \Rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow x$$

$$(1) \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{6}{5/2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{12}{5} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{10} = \frac{49}{20} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| \frac{5}{2} - \frac{49}{20} \right| = \frac{1}{20} = 0.05 < 0.1? \text{ Ja}$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1? \text{ Nein} \Rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow x$$

$$(1) \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{6}{5/2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{12}{5} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{10} = \frac{49}{20} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| \frac{5}{2} - \frac{49}{20} \right| = \frac{1}{20} = 0.05 < 0.1? \text{ Ja}$$

$$(3) \sqrt{6} \approx$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1? \text{ Nein} \Rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow x$$

$$(1) \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{6}{5/2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{12}{5} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{10} = \frac{49}{20} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| \frac{5}{2} - \frac{49}{20} \right| = \frac{1}{20} = 0.05 < 0.1? \text{ Ja}$$

$$(3) \sqrt{6} \approx 49/20 =$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1? \text{ Nein} \Rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow x$$

$$(1) \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{6}{5/2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{12}{5} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{10} = \frac{49}{20} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| \frac{5}{2} - \frac{49}{20} \right| = \frac{1}{20} = 0.05 < 0.1? \text{ Ja}$$

$$(3) \sqrt{6} \approx 49/20 = 2.45$$

Beispiel 1.2

$\sqrt{6} = ?$, Genauigkeit $\varepsilon = 0.1$, Startwert $x = 3$

$$(1) \frac{1}{2} \left(3 + \frac{6}{3} \right) = \frac{5}{2} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| 3 - \frac{5}{2} \right| = \frac{1}{2} = 0.5 < 0.1? \text{ Nein} \Rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow x$$

$$(1) \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{6}{5/2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{2} + \frac{12}{5} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{10} = \frac{49}{20} \rightarrow x'$$

$$(2) |x - x'| = \left| \frac{5}{2} - \frac{49}{20} \right| = \frac{1}{20} = 0.05 < 0.1? \text{ Ja}$$

$$(3) \sqrt{6} \approx 49/20 = 2.45 \text{ (cf. } \sqrt{6} = 2.44948974\dots \text{)}$$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} =$$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} =$$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} =$$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 =$$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b \geq 0$ gilt:

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b \geq 0$ gilt: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b \geq 0$ gilt: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b \geq 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y \geq 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b \geq 0$ gilt: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b \geq 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y \geq 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\sqrt{a \cdot b}$$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b \geq 0$ gilt: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b \geq 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y \geq 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{x^2 \cdot y^2}$$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b \geq 0$ gilt: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b \geq 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y \geq 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{x^2 \cdot y^2} = \sqrt{x \cdot x \cdot y \cdot y}$$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b \geq 0$ gilt: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b \geq 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y \geq 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{x^2 \cdot y^2} = \sqrt{x \cdot x \cdot y \cdot y} \stackrel{K}{=} \sqrt{x \cdot y \cdot x \cdot y}$$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b \geq 0$ gilt: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b \geq 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y \geq 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\begin{aligned}\sqrt{a \cdot b} &= \sqrt{x^2 \cdot y^2} = \sqrt{x \cdot x \cdot y \cdot y} \stackrel{\text{K}}{=} \sqrt{x \cdot y \cdot x \cdot y} \\ &\stackrel{\text{A}}{=} \sqrt{(x \cdot y) \cdot (x \cdot y)}\end{aligned}$$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b \geq 0$ gilt: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b \geq 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y \geq 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\begin{aligned} \sqrt{a \cdot b} &= \sqrt{x^2 \cdot y^2} = \sqrt{x \cdot x \cdot y \cdot y} \stackrel{K}{=} \sqrt{x \cdot y \cdot x \cdot y} \\ &\stackrel{A}{=} \sqrt{(x \cdot y) \cdot (x \cdot y)} = \sqrt{(x \cdot y)^2} \end{aligned}$$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b \geq 0$ gilt: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b \geq 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y \geq 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\begin{aligned}\sqrt{a \cdot b} &= \sqrt{x^2 \cdot y^2} = \sqrt{x \cdot x \cdot y \cdot y} \stackrel{K}{=} \sqrt{x \cdot y \cdot x \cdot y} \\ &\stackrel{A}{=} \sqrt{(x \cdot y) \cdot (x \cdot y)} = \sqrt{(x \cdot y)^2} \stackrel{D}{=} x \cdot y\end{aligned}$$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b \geq 0$ gilt: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b \geq 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y \geq 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{x^2 \cdot y^2} = \sqrt{x \cdot x \cdot y \cdot y} \stackrel{K}{=} \sqrt{x \cdot y \cdot x \cdot y}$$

$$\stackrel{A}{=} \sqrt{(x \cdot y) \cdot (x \cdot y)} = \sqrt{(x \cdot y)^2} \stackrel{D}{=} x \cdot y \stackrel{D}{=} \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

Die Produktregel

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b \geq 0$ gilt: $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b \geq 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y \geq 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{x^2 \cdot y^2} = \sqrt{x \cdot x \cdot y \cdot y} \stackrel{K}{=} \sqrt{x \cdot y \cdot x \cdot y}$$

$$\stackrel{A}{=} \sqrt{(x \cdot y) \cdot (x \cdot y)} = \sqrt{(x \cdot y)^2} \stackrel{D}{=} x \cdot y \stackrel{D}{=} \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

(K: Kommutativgesetz, A: Assoziativgesetz, D: Definition der Quadratwurzel)

Beispiel 2.1

$$\sqrt{160\,000}$$

Beispiel 2.1

$$\sqrt{160\,000} = \sqrt{16 \cdot 10\,000}$$

Beispiel 2.1

$$\sqrt{160\,000} = \sqrt{16 \cdot 10\,000} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{10\,000}$$

Beispiel 2.1

$$\sqrt{160\,000} = \sqrt{16 \cdot 10\,000} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{10\,000} = 4 \cdot 100$$

Beispiel 2.1

$$\sqrt{160\,000} = \sqrt{16 \cdot 10\,000} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{10\,000} = 4 \cdot 100 = 400$$

Beispiel 2.2

$$\sqrt{200}$$

Beispiel 2.2

$$\sqrt{200} = \sqrt{100 \cdot 2}$$

Beispiel 2.2

$$\sqrt{200} = \sqrt{100 \cdot 2} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{2}$$

Beispiel 2.2

$$\sqrt{200} = \sqrt{100 \cdot 2} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

Beispiel 2.2

$$\sqrt{200} = \sqrt{100 \cdot 2} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2} \quad (\text{teilweise Radizieren})$$

Beispiel 2.3

$$\sqrt{10} \cdot \sqrt{2.5}$$

Beispiel 2.3

$$\sqrt{10} \cdot \sqrt{2.5} = \sqrt{10 \cdot 2.5}$$

Beispiel 2.3

$$\sqrt{10} \cdot \sqrt{2.5} = \sqrt{10 \cdot 2.5} = \sqrt{25}$$

Beispiel 2.3

$$\sqrt{10} \cdot \sqrt{2.5} = \sqrt{10 \cdot 2.5} = \sqrt{25} = 5$$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100 : 25} =$$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100 : 25} = \sqrt{4} =$$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100 : 25} = \sqrt{4} = 2$$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100} : 25 = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} =$$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100 : 25} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 =$$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100 : 25} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2$$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100} : 25 = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b > 0$ gilt:

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100 : 25} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b > 0$ gilt: $\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100} : 25 = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b > 0$ gilt: $\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b > 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y > 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100 : 25} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b > 0$ gilt: $\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b > 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y > 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\sqrt{a : b}$$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100 : 25} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b > 0$ gilt: $\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b > 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y > 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\sqrt{a : b} = \sqrt{x^2 : y^2}$$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100 : 25} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b > 0$ gilt: $\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b > 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y > 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\sqrt{a : b} = \sqrt{x^2 : y^2} = \sqrt{(x \cdot x) : (y \cdot y)}$$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100} : 25 = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b > 0$ gilt: $\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b > 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y > 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\sqrt{a : b} = \sqrt{x^2 : y^2} = \sqrt{(x \cdot x) : (y \cdot y)} = \sqrt{x \cdot x : y \cdot y}$$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100} : 25 = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b > 0$ gilt: $\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b > 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y > 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\begin{aligned}\sqrt{a : b} &= \sqrt{x^2 : y^2} = \sqrt{(x \cdot x) : (y \cdot y)} = \sqrt{x \cdot x : y \cdot y} \\ &\stackrel{K}{=} \sqrt{x : y \cdot x : y}\end{aligned}$$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100 : 25} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b > 0$ gilt: $\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b > 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y > 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\sqrt{a : b} = \sqrt{x^2 : y^2} = \sqrt{(x \cdot x) : (y \cdot y)} = \sqrt{x \cdot x : y \cdot y}$$

$$\stackrel{K}{=} \sqrt{x : y \cdot x : y} \stackrel{A}{=} \sqrt{(x : y) \cdot (x : y)}$$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100 : 25} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b > 0$ gilt: $\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b > 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y > 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\sqrt{a : b} = \sqrt{x^2 : y^2} = \sqrt{(x \cdot x) : (y \cdot y)} = \sqrt{x \cdot x : y \cdot y}$$

$$\stackrel{K}{=} \sqrt{x : y \cdot x : y} \stackrel{A}{=} \sqrt{(x : y) \cdot (x : y)} = \sqrt{(x : y)^2}$$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100 : 25} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b > 0$ gilt: $\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b > 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y > 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\sqrt{a : b} = \sqrt{x^2 : y^2} = \sqrt{(x \cdot x) : (y \cdot y)} = \sqrt{x \cdot x : y \cdot y}$$

$$\stackrel{K}{=} \sqrt{x : y \cdot x : y} \stackrel{A}{=} \sqrt{(x : y) \cdot (x : y)} = \sqrt{(x : y)^2}$$

$$\stackrel{D}{=} x : y$$

Die Quotientenregel

$$\sqrt{100 : 25} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{100} : \sqrt{25} = 10 : 5 = 2$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $b > 0$ gilt: $\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$

Beweis: Sind $a \geq 0$ und $b > 0$ so gibt es Zahlen $x \geq 0$ und $y > 0$ mit $x^2 = a$ und $y^2 = b$.

$$\sqrt{a : b} = \sqrt{x^2 : y^2} = \sqrt{(x \cdot x) : (y \cdot y)} = \sqrt{x \cdot x : y \cdot y}$$

$$\stackrel{K}{=} \sqrt{x : y \cdot x : y} \stackrel{A}{=} \sqrt{(x : y) \cdot (x : y)} = \sqrt{(x : y)^2}$$

$$\stackrel{D}{=} x : y \stackrel{D}{=} \sqrt{a} : \sqrt{b}$$

Beispiel 2.4

$$\sqrt{0.000144}$$

Beispiel 2.4

$$\sqrt{0.000144} = \sqrt{\frac{144}{1\,000\,000}}$$

Beispiel 2.4

$$\sqrt{0.000144} = \sqrt{\frac{144}{1\,000\,000}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{1\,000\,000}}$$

Beispiel 2.4

$$\sqrt{0.000144} = \sqrt{\frac{144}{1\,000\,000}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{1\,000\,000}} = \frac{12}{1000}$$

Beispiel 2.4

$$\sqrt{0.000144} = \sqrt{\frac{144}{1\,000\,000}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{1\,000\,000}} = \frac{12}{1000} = 0.012$$

Beispiel 2.5

$$\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}} =$$

Beispiel 2.5

$$\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{147}{3}} =$$

Beispiel 2.5

$$\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{147}{3}} = \sqrt{49} =$$

Beispiel 2.5

$$\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{147}{3}} = \sqrt{49} = 7$$

Die Potenzregel

$$\sqrt{2^6} =$$

Die Potenzregel

$$\sqrt{2^6} = \sqrt{64} =$$

Die Potenzregel

$$\sqrt{2^6} = \sqrt{64} = 8$$

Die Potenzregel

$$\sqrt{2^6} = \sqrt{64} = 8$$

$$(\sqrt{2})^6$$

Die Potenzregel

$$\sqrt{2^6} = \sqrt{64} = 8$$

$$(\sqrt{2})^6 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} =$$

Die Potenzregel

$$\sqrt{2^6} = \sqrt{64} = 8$$

$$(\sqrt{2})^6 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 =$$

Die Potenzregel

$$\sqrt{2^6} = \sqrt{64} = 8$$

$$(\sqrt{2})^6 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Die Potenzregel

$$\sqrt{2^6} = \sqrt{64} = 8$$

$$(\sqrt{2})^6 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt:

Die Potenzregel

$$\sqrt{2^6} = \sqrt{64} = 8$$

$$(\sqrt{2})^6 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Behauptung: Für $a \geq 0$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n$

Beweis: Für $a \geq 0$ und $n \in \mathbb{N}$ folgt durch mehrfache Anwendung der Produktregel (P)

$$\sqrt{a^n} = \sqrt{a \cdot a \cdot \dots \cdot a} \stackrel{P}{=} \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} \cdot \dots \cdot \sqrt{a} = (\sqrt{a})^n$$

Beispiel 2.6

$$\sqrt{2^6}$$

Beispiel 2.6

$$\sqrt{2^6} = (\sqrt{2})^6$$

Beispiel 2.6

$$\sqrt{2^6} = (\sqrt{2})^6 = \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2$$

Beispiel 2.6

$$\sqrt{2^6} = (\sqrt{2})^6 = \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

Beispiel 2.6

$$\sqrt{2^6} = (\sqrt{2})^6 = \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Ist es möglich einen Wurzelterm in der Gestalt

$$q_0 + q_1\sqrt{n_1} + q_2\sqrt{n_2} + \dots$$

darzustellen, wobei q_0, q_1, q_2, \dots rationale Zahlen und n_1, n_2, \dots verschiedene quadratfreie natürliche Zahlen sind, so spricht man von **der Normalform** dieses Wurzelterms.

Beispiel 3.1

$$\sqrt{8}$$

Beispiel 3.1

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2}$$

Beispiel 3.1

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2}$$

Beispiel 3.1

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

Beispiel 3.2

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}$$

Beispiel 3.2

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Beispiel 3.2

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

Beispiel 3.2

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \quad (\text{Nenner wurzelfrei machen})$$

Beispiel 3.3

$$\sqrt{\frac{20}{7}}$$

Beispiel 3.3

$$\sqrt{\frac{20}{7}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 5 \cdot 7}{7 \cdot 7}}$$

Beispiel 3.3

$$\sqrt{\frac{20}{7}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 5 \cdot 7}{7 \cdot 7}} = \sqrt{\frac{4}{49} \cdot 35}$$

Beispiel 3.3

$$\sqrt{\frac{20}{7}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 5 \cdot 7}{7 \cdot 7}} = \sqrt{\frac{4}{49} \cdot 35} = \sqrt{\frac{4}{49}} \sqrt{35}$$

Beispiel 3.3

$$\sqrt{\frac{20}{7}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 5 \cdot 7}{7 \cdot 7}} = \sqrt{\frac{4}{49} \cdot 35} = \sqrt{\frac{4}{49}} \sqrt{35} = \frac{2}{7} \sqrt{35}$$

Beispiel 3.4

$$\begin{aligned}\sqrt{75} + \sqrt{72} - \sqrt{27} + \sqrt{2} \\ = \sqrt{25}\sqrt{3} + \sqrt{36}\sqrt{2} - \sqrt{9}\sqrt{3} + \sqrt{2}\end{aligned}$$

Beispiel 3.4

$$\begin{aligned}\sqrt{75} + \sqrt{72} - \sqrt{27} + \sqrt{2} \\ &= \sqrt{25}\sqrt{3} + \sqrt{36}\sqrt{2} - \sqrt{9}\sqrt{3} + \sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + \sqrt{2}\end{aligned}$$

Beispiel 3.4

$$\begin{aligned}\sqrt{75} + \sqrt{72} - \sqrt{27} + \sqrt{2} \\ &= \sqrt{25}\sqrt{3} + \sqrt{36}\sqrt{2} - \sqrt{9}\sqrt{3} + \sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + \sqrt{2} \\ &= 7\sqrt{2} + 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

Beispiel 3.5

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$$

Beispiel 3.5

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 2 + 2\sqrt{2}\sqrt{3} + 3$$

Beispiel 3.5

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 2 + 2\sqrt{2}\sqrt{3} + 3 = 5 + 2\sqrt{6}$$

Beispiel 3.6

$$\frac{1}{3 + \sqrt{2}}$$

Beispiel 3.6

$$\frac{1}{3 + \sqrt{2}} \stackrel{\text{3BF}}{=} \frac{1 \cdot (3 - \sqrt{2})}{(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})}$$

Beispiel 3.6

$$\frac{1}{3 + \sqrt{2}} \stackrel{\text{3BF}}{=} \frac{1 \cdot (3 - \sqrt{2})}{(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})} = \frac{3 - \sqrt{2}}{9 - 2}$$

Beispiel 3.6

$$\frac{1}{3 + \sqrt{2}} \stackrel{\text{3BF}}{=} \frac{1 \cdot (3 - \sqrt{2})}{(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})} = \frac{3 - \sqrt{2}}{9 - 2}$$

Beispiel 3.6

$$\frac{1}{3 + \sqrt{2}} \stackrel{\text{3BF}}{=} \frac{1 \cdot (3 - \sqrt{2})}{(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})} = \frac{3 - \sqrt{2}}{9 - 2} = \frac{3 - \sqrt{2}}{7}$$

Beispiel 3.6

$$\begin{aligned}\frac{1}{3 + \sqrt{2}} &\stackrel{\text{3BF}}{=} \frac{1 \cdot (3 - \sqrt{2})}{(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})} = \frac{3 - \sqrt{2}}{9 - 2} = \frac{3 - \sqrt{2}}{7} \\ &= \frac{3}{7} - \frac{1}{7}\sqrt{2}\end{aligned}$$

Beispiel 3.7

$$\frac{1 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{5}}$$

Beispiel 3.7

$$\frac{1 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{5}} \stackrel{\text{3BF}}{=} \frac{(1 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{5})}{(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})}$$

Beispiel 3.7

$$\frac{1 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{5}} \stackrel{\text{3BF}}{=} \frac{(1 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{5})}{(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})} = \frac{2 + \sqrt{5} - 2\sqrt{3} - \sqrt{15}}{4 - 5}$$

Beispiel 3.7

$$\begin{aligned}\frac{1 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{5}} &\stackrel{\text{3BF}}{=} \frac{(1 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{5})}{(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})} = \frac{2 + \sqrt{5} - 2\sqrt{3} - \sqrt{15}}{4 - 5} \\ &= \frac{2 - 2\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{15}}{-1}\end{aligned}$$

Beispiel 3.7

$$\begin{aligned}\frac{1 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{5}} &\stackrel{\text{3BF}}{=} \frac{(1 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{5})}{(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})} = \frac{2 + \sqrt{5} - 2\sqrt{3} - \sqrt{15}}{4 - 5} \\ &= \frac{2 - 2\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{15}}{-1}\end{aligned}$$

Beispiel 3.7

$$\begin{aligned}\frac{1 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{5}} &\stackrel{\text{3BF}}{=} \frac{(1 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{5})}{(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})} = \frac{2 + \sqrt{5} - 2\sqrt{3} - \sqrt{15}}{4 - 5} \\ &= \frac{2 - 2\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{15}}{-1} = -2 + 2\sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{15}\end{aligned}$$

Beispiel 3.8

Ist die Aussage wahr oder falsch?

$$\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{18} = \sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{27}$$

Beispiel 3.8

Ist die Aussage wahr oder falsch?

$$\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{18} = \sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{27}$$

$$\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

Beispiel 3.8

Ist die Aussage wahr oder falsch?

$$\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{18} = \sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{27}$$

$$\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

$$3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

Beispiel 3.8

Ist die Aussage wahr oder falsch?

$$\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{18} = \sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{27}$$

$$\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

$$3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \quad \text{wahr}$$

Beispiel 3.9

$$\sqrt{\sqrt{3}}$$

Beispiel 3.9

$$\sqrt{\sqrt{3}}$$

kann nicht auf Normalform gebracht werden, da der Radikand irrational ist.

Überprüfe den Wahrheitsgehalt der Aussageform

$$\sqrt{a^2} = a,$$

indem du ...

- ▶ a durch 2 ersetzt:
- ▶ a durch -2 ersetzt:

Mit dem Symbol

$$|a| := \sqrt{a^2} \quad [\text{lies: „Betrag von } a\text{“}]$$

zeigen wir an, dass $\sqrt{a^2}$ nichtnegativ ist, selbst wenn $a < 0$ gilt.

Überprüfe den Wahrheitsgehalt der Aussageform

$$\sqrt{a^2} = a,$$

indem du ...

- ▶ a durch 2 ersetzt: $\sqrt{2^2} = \sqrt{4} = 2$
- ▶ a durch -2 ersetzt:

Mit dem Symbol

$$|a| := \sqrt{a^2} \quad [\text{lies: „Betrag von } a\text{“}]$$

zeigen wir an, dass $\sqrt{a^2}$ nichtnegativ ist, selbst wenn $a < 0$ gilt.

Überprüfe den Wahrheitsgehalt der Aussageform

$$\sqrt{a^2} = a,$$

indem du ...

- ▶ a durch 2 ersetzt: $\sqrt{2^2} = \sqrt{4} = 2$ (wahr)
- ▶ a durch -2 ersetzt:

Mit dem Symbol

$$|a| := \sqrt{a^2} \quad [\text{lies: „Betrag von } a\text{“}]$$

zeigen wir an, dass $\sqrt{a^2}$ nichtnegativ ist, selbst wenn $a < 0$ gilt.

Überprüfe den Wahrheitsgehalt der Aussageform

$$\sqrt{a^2} = a,$$

indem du ...

▶ a durch 2 ersetzt: $\sqrt{2^2} = \sqrt{4} = 2$ (wahr)

▶ a durch -2 ersetzt: $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = -2$

Mit dem Symbol

$$|a| := \sqrt{a^2} \quad [\text{lies: „Betrag von } a\text{“}]$$

zeigen wir an, dass $\sqrt{a^2}$ nichtnegativ ist, selbst wenn $a < 0$ gilt.

Überprüfe den Wahrheitsgehalt der Aussageform

$$\sqrt{a^2} = a,$$

indem du ...

- ▶ a durch 2 ersetzt: $\sqrt{2^2} = \sqrt{4} = 2$ (wahr)
- ▶ a durch -2 ersetzt: $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = -2$ (falsch)

Mit dem Symbol

$$|a| := \sqrt{a^2} \quad [\text{lies: „Betrag von } a\text{“}]$$

zeigen wir an, dass $\sqrt{a^2}$ nichtnegativ ist, selbst wenn $a < 0$ gilt.

Beispiel 4.1

$$\sqrt{x^2} =$$

Beispiel 4.1

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

Beispiel 4.2

$$\sqrt{z^3}$$

Beispiel 4.2

$$\sqrt{z^3} = \sqrt{z^2 \cdot z}$$

Beispiel 4.2

$$\sqrt{z^3} = \sqrt{z^2 \cdot z} = \sqrt{z^2} \cdot \sqrt{z}$$

Beispiel 4.2

$$\sqrt{z^3} = \sqrt{z^2 \cdot z} = \sqrt{z^2} \cdot \sqrt{z} = |z|\sqrt{z}$$

Beispiel 4.3

$$\sqrt{c^4}$$

Beispiel 4.3

$$\sqrt{c^4} = c^2$$

Beispiel 4.3

$\sqrt{c^4} = c^2$ Warum braucht es hier keine Betragszeichen?

Beispiel 4.3

$\sqrt{c^4} = c^2$ Warum braucht es hier keine Betragszeichen?

c^2 kann nicht negativ sein

Beispiel 4.4

$$\sqrt{y^2 - 8y + 16}$$

Beispiel 4.4

$$\sqrt{y^2 - 8y + 16} = \sqrt{(y - 4)^2}$$

Beispiel 4.4

$$\sqrt{y^2 - 8y + 16} = \sqrt{(y - 4)^2} = |y - 4|$$

Beispiel 4.5

$$\sqrt{m^2 + m^3}$$

Beispiel 4.5

$$\sqrt{m^2 + m^3} = \sqrt{m^2(1 + m)}$$

Beispiel 4.5

$$\sqrt{m^2 + m^3} = \sqrt{m^2(1 + m)} = \sqrt{m^2}\sqrt{1 + m}$$

Beispiel 4.5

$$\sqrt{m^2 + m^3} = \sqrt{m^2(1+m)} = \sqrt{m^2}\sqrt{1+m} = |m|\sqrt{1+m}$$

Beispiel 4.6

$$\sqrt{(x+y)^2 - (x-y)^2}$$

Beispiel 4.6

$$\sqrt{(x+y)^2 - (x-y)^2} = \sqrt{x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2)}$$

Beispiel 4.6

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+y)^2 - (x-y)^2} &= \sqrt{x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2)} \\ &= \sqrt{4xy}\end{aligned}$$

Beispiel 4.6

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+y)^2 - (x-y)^2} &= \sqrt{x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2)} \\ &= \sqrt{4xy} = 2\sqrt{xy}\end{aligned}$$

Beispiel 5.1

$$x\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5} - x\sqrt{2}$$

Beispiel 5.1

$$x\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5} - x\sqrt{2} \quad || + x\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

Beispiel 5.1

$$x\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5} - x\sqrt{2} \quad || + x\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$x\sqrt{3} + x\sqrt{2} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

Beispiel 5.1

$$x\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5} - x\sqrt{2} \quad || + x\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$x\sqrt{3} + x\sqrt{2} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

$$x(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

Beispiel 5.1

$$x\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5} - x\sqrt{2} \quad || + x\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$x\sqrt{3} + x\sqrt{2} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

$$x(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

Beispiel 5.1

$$x\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5} - x\sqrt{2} \quad || + x\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$x\sqrt{3} + x\sqrt{2} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

$$x(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$x = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

Beispiel 5.1

$$x\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5} - x\sqrt{2} \quad || + x\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$x\sqrt{3} + x\sqrt{2} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

$$x(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$x = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$x = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{10} - \sqrt{6} + 2}{3 - 2}$$

$$= 2 - \sqrt{6} - \sqrt{10} + \sqrt{15}$$

Beispiel 5.1

$$x\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5} - x\sqrt{2} \quad || + x\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$x\sqrt{3} + x\sqrt{2} = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

$$x(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$x = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$x = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{10} - \sqrt{6} + 2}{3 - 2}$$

$$x = 2 - \sqrt{6} - \sqrt{10} + \sqrt{15}$$

Beispiel 5.2

$$(\sqrt{2} - x)^2 = (4 - x)(3 - x)$$

Beispiel 5.2

$$(\sqrt{2} - x)^2 = (4 - x)(3 - x)$$

$$2 - 2x\sqrt{2} + x^2 = 12 - 7x + x^2$$

Beispiel 5.2

$$(\sqrt{2} - x)^2 = (4 - x)(3 - x)$$

$$2 - 2x\sqrt{2} + x^2 = 12 - 7x + x^2 \quad || -x^2$$

Beispiel 5.2

$$(\sqrt{2} - x)^2 = (4 - x)(3 - x)$$

$$2 - 2x\sqrt{2} + x^2 = 12 - 7x + x^2 \quad || -x^2$$

$$2 - 2x\sqrt{2} = 12 - 7x$$

Beispiel 5.2

$$(\sqrt{2} - x)^2 = (4 - x)(3 - x)$$

$$2 - 2x\sqrt{2} + x^2 = 12 - 7x + x^2 \quad || -x^2$$

$$2 - 2x\sqrt{2} = 12 - 7x \quad || -2 + 7x$$

Beispiel 5.2

$$(\sqrt{2} - x)^2 = (4 - x)(3 - x)$$

$$2 - 2x\sqrt{2} + x^2 = 12 - 7x + x^2 \quad || -x^2$$

$$2 - 2x\sqrt{2} = 12 - 7x \quad || -2 + 7x$$

$$7x - 2x\sqrt{2} = 10$$

Beispiel 5.2

$$(\sqrt{2} - x)^2 = (4 - x)(3 - x)$$

$$2 - 2x\sqrt{2} + x^2 = 12 - 7x + x^2 \quad || -x^2$$

$$2 - 2x\sqrt{2} = 12 - 7x \quad || -2 + 7x$$

$$7x - 2x\sqrt{2} = 10$$

$$x(7 - 2\sqrt{2}) = 10$$

Beispiel 5.2

$$(\sqrt{2} - x)^2 = (4 - x)(3 - x)$$

$$2 - 2x\sqrt{2} + x^2 = 12 - 7x + x^2 \quad || -x^2$$

$$2 - 2x\sqrt{2} = 12 - 7x \quad || -2 + 7x$$

$$7x - 2x\sqrt{2} = 10$$

$$x(7 - 2\sqrt{2}) = 10$$

$$x = \frac{10}{7 - 2\sqrt{2}}$$

Beispiel 5.2

$$(\sqrt{2} - x)^2 = (4 - x)(3 - x)$$

$$2 - 2x\sqrt{2} + x^2 = 12 - 7x + x^2 \quad || -x^2$$

$$2 - 2x\sqrt{2} = 12 - 7x \quad || -2 + 7x$$

$$7x - 2x\sqrt{2} = 10$$

$$x(7 - 2\sqrt{2}) = 10$$

$$x = \frac{10}{7 - 2\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{10(7 + 2\sqrt{2})}{(7 - 2\sqrt{2})(7 + 2\sqrt{2})}$$

Sind A und B zwei Polynome, so ist die Lösungsmenge der Gleichung

$$A^2 = B^2$$

die Vereinigungsmenge der Lösungsmengen von

$$A = B \quad \text{und} \quad A = -B$$

Beispiel 6.1

$$(x - 4)^2 = 144$$

Beispiel 6.1

$$(x - 4)^2 = 144$$

$$x - 4 = 12$$

Beispiel 6.1

$$(x - 4)^2 = 144$$

$$x - 4 = 12 \quad \text{oder} \quad x - 4 = -12$$

Beispiel 6.1

$$(x - 4)^2 = 144$$

$$x - 4 = 12 \quad \text{oder} \quad x - 4 = -12$$

$$x = 16$$

Beispiel 6.1

$$(x - 4)^2 = 144$$

$$x - 4 = 12 \quad \text{oder} \quad x - 4 = -12$$

$$x = 16$$

$$x = -8$$

Beispiel 6.2

$$(2x - 12)^2 = (3x - 15)^2$$

Beispiel 6.2

$$(2x - 12)^2 = (3x - 15)^2$$

$$2x - 12 = 3x - 15$$

Beispiel 6.2

$$(2x - 12)^2 = (3x - 15)^2$$

$$2x - 12 = 3x - 15 \quad \text{oder} \quad 2x - 12 = -(3x - 15)$$

Beispiel 6.2

$$(2x - 12)^2 = (3x - 15)^2$$

$$2x - 12 = 3x - 15 \quad \text{oder} \quad 2x - 12 = -(3x - 15)$$

$$3 = x$$

Beispiel 6.2

$$(2x - 12)^2 = (3x - 15)^2$$

$$2x - 12 = 3x - 15 \quad \text{oder} \quad 2x - 12 = -(3x - 15)$$

$$3 = x$$

$$x = 3$$

Beispiel 6.2

$$(2x - 12)^2 = (3x - 15)^2$$

$$2x - 12 = 3x - 15 \quad \text{oder} \quad 2x - 12 = -(3x - 15)$$

$$3 = x$$

$$2x - 12 = -3x + 15$$

$$x = 3$$

Beispiel 6.2

$$(2x - 12)^2 = (3x - 15)^2$$

$$2x - 12 = 3x - 15 \quad \text{oder} \quad 2x - 12 = -(3x - 15)$$

$$3 = x$$

$$2x - 12 = -3x + 15$$

$$x = 3$$

$$5x = 27$$

Beispiel 6.2

$$(2x - 12)^2 = (3x - 15)^2$$

$$2x - 12 = 3x - 15 \quad \text{oder} \quad 2x - 12 = -(3x - 15)$$

$$3 = x$$

$$x = 3$$

$$2x - 12 = -3x + 15$$

$$5x = 27$$

$$x = \frac{27}{5}$$

Eine Wurzelgleichung ist eine Gleichung, bei der die Unbekannte im Radikanden auftritt.

- ▶ $\sqrt{2x} + \sqrt{3x} = 5$ keine echte Wurzelgleichung
- ▶ $2\sqrt{x} + \sqrt{3x} = 5$ echte Wurzelgleichung

Beispiel 7.1

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{x-8}$$

Beispiel 7.1

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{x-8} \quad ||^2 \quad (\text{Gewinnumformung})$$

Beispiel 7.1

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{x-8} \quad ||^2 \quad (\text{Gewinnumformung})$$

$$2-x = x-8$$

Beispiel 7.1

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{x-8} \quad ||^2 \quad (\text{Gewinnumformung})$$

$$2-x = x-8 \quad || +x+8$$

Beispiel 7.1

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{x-8} \quad ||^2 \quad (\text{Gewinnumformung})$$

$$2-x = x-8 \quad || +x+8$$

$$10 = 2x$$

Beispiel 7.1

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{x-8} \quad ||^2 \quad (\text{Gewinnumformung})$$

$$2-x = x-8 \quad || +x+8$$

$$10 = 2x \quad || :2$$

Beispiel 7.1

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{x-8} \quad ||^2 \quad (\text{Gewinnumformung})$$

$$2-x = x-8 \quad || +x+8$$

$$10 = 2x \quad || :2$$

$$x = 5$$

Beispiel 7.1

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{x-8} \quad ||^2 \quad (\text{Gewinnumformung})$$

$$2-x = x-8 \quad || +x+8$$

$$10 = 2x \quad || :2$$

$$x = 5$$

Probe L: $\sqrt{2-5} = \sqrt{-3}$ nicht definiert

Beispiel 7.1

$$\sqrt{2-x} = \sqrt{x-8} \quad ||^2 \quad (\text{Gewinnumformung})$$

$$2-x = x-8 \quad || +x+8$$

$$10 = 2x \quad || :2$$

$$x = 5$$

Probe L: $\sqrt{2-5} = \sqrt{-3}$ nicht definiert

$$L = \{\}$$

Beispiel 7.2

$$\sqrt{x + 243} - \sqrt{x} = \sqrt{x}$$

Beispiel 7.2

$$\sqrt{x + 243} - \sqrt{x} = \sqrt{x} \quad || + \sqrt{x}$$

Beispiel 7.2

$$\sqrt{x + 243} - \sqrt{x} = \sqrt{x} \quad || + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x + 243} = 2\sqrt{x}$$

Beispiel 7.2

$$\sqrt{x + 243} - \sqrt{x} = \sqrt{x} \quad || + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x + 243} = 2\sqrt{x} \quad ||^2 \quad (\text{Gewinnumformung})$$

Beispiel 7.2

$$\sqrt{x + 243} - \sqrt{x} = \sqrt{x} \quad || + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x + 243} = 2\sqrt{x} \quad ||^2 \quad (\text{Gewinnumformung})$$

$$x + 243 = 4x$$

Beispiel 7.2

$$\sqrt{x + 243} - \sqrt{x} = \sqrt{x} \quad || + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x + 243} = 2\sqrt{x} \quad ||^2 \quad (\text{Gewinnumformung})$$

$$x + 243 = 4x$$

$$243 = 3x$$

Beispiel 7.2

$$\sqrt{x + 243} - \sqrt{x} = \sqrt{x} \quad || + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x + 243} = 2\sqrt{x} \quad ||^2 \quad (\text{Gewinnumformung})$$

$$x + 243 = 4x$$

$$243 = 3x$$

$$x = 81$$

Beispiel 7.2

$$\sqrt{x + 243} - \sqrt{x} = \sqrt{x} \quad || + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x + 243} = 2\sqrt{x} \quad ||^2 \quad (\text{Gewinnumformung})$$

$$x + 243 = 4x$$

$$243 = 3x$$

$$x = 81$$

$$\text{Probe L: } \sqrt{81 + 243} - \sqrt{81} = \sqrt{324} - 9 = 18 - 9 = 9$$

Beispiel 7.2

$$\sqrt{x + 243} - \sqrt{x} = \sqrt{x} \quad || + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x + 243} = 2\sqrt{x} \quad ||^2 \quad (\text{Gewinnumformung})$$

$$x + 243 = 4x$$

$$243 = 3x$$

$$x = 81$$

$$\text{Probe L: } \sqrt{81 + 243} - \sqrt{81} = \sqrt{324} - 9 = 18 - 9 = 9$$

$$\text{Probe R: } \sqrt{81} = 9 \quad (\text{stimmt})$$

Beispiel 7.2

$$\sqrt{x + 243} - \sqrt{x} = \sqrt{x} \quad || + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x + 243} = 2\sqrt{x} \quad ||^2 \quad (\text{Gewinnumformung})$$

$$x + 243 = 4x$$

$$243 = 3x$$

$$x = 81$$

$$\text{Probe L: } \sqrt{81 + 243} - \sqrt{81} = \sqrt{324} - 9 = 18 - 9 = 9$$

$$\text{Probe R: } \sqrt{81} = 9 \quad (\text{stimmt})$$

$$L = \{81\}$$

Beispiel 7.3

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3}$$

Beispiel 7.3

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3} \quad ||^2 \quad (2BF)$$

Beispiel 7.3

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3} \quad ||^2 \quad (2BF)$$

$$(x+2) + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} + (x-2) = 2x+3$$

Beispiel 7.3

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3} \quad ||^2 \quad (2BF)$$

$$(x+2) + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} + (x-2) = 2x+3 \quad (\text{zusammenfassen})$$

Beispiel 7.3

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3} \quad ||^2 \quad (2BF)$$

$$(x+2) + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} + (x-2) = 2x+3 \quad (\text{zusammenfassen})$$

$$2x + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 2x+3$$

Beispiel 7.3

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3} \quad ||^2 \quad (2BF)$$

$$(x+2) + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} + (x-2) = 2x+3 \quad (\text{zusammenfassen})$$

$$2x + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 2x+3 \quad || -2x$$

Beispiel 7.3

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3} \quad ||^2 \quad (2BF)$$

$$(x+2) + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} + (x-2) = 2x+3 \quad (\text{zusammenfassen})$$

$$2x + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 2x+3 \quad || -2x$$

$$2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 3$$

Beispiel 7.3

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3} \quad ||^2 \quad (2BF)$$

$$(x+2) + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} + (x-2) = 2x+3 \quad (\text{zusammenfassen})$$

$$2x + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 2x+3 \quad || -2x$$

$$2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 3 \quad ||^2$$

Beispiel 7.3

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3} \quad ||^2 \quad (2BF)$$

$$(x+2) + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} + (x-2) = 2x+3 \quad (\text{zusammenfassen})$$

$$2x + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 2x+3 \quad || -2x$$

$$2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 3 \quad ||^2$$

$$4(x+2)(x-2) = 9$$

Beispiel 7.3

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3} \quad ||^2 \quad (2BF)$$

$$(x+2) + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} + (x-2) = 2x+3 \quad (\text{zusammenfassen})$$

$$2x + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 2x+3 \quad || -2x$$

$$2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 3 \quad ||^2$$

$$4(x+2)(x-2) = 9 \quad (3BF)$$

Beispiel 7.3

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3} \quad ||^2 \quad (2BF)$$

$$(x+2) + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} + (x-2) = 2x+3 \quad (\text{zusammenfassen})$$

$$2x + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 2x+3 \quad || -2x$$

$$2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 3 \quad ||^2$$

$$4(x+2)(x-2) = 9 \quad (3BF)$$

$$4(x^2 - 4) = 9$$

Beispiel 7.3

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3} \quad ||^2 \quad (2BF)$$

$$(x+2) + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} + (x-2) = 2x+3 \quad (\text{zusammenfassen})$$

$$2x + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 2x+3 \quad || -2x$$

$$2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 3 \quad ||^2$$

$$4(x+2)(x-2) = 9 \quad (3BF)$$

$$4(x^2 - 4) = 9$$

$$4x^2 - 16 = 9$$

Beispiel 7.3

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3} \quad ||^2 \quad (2BF)$$

$$(x+2) + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} + (x-2) = 2x+3 \quad (\text{zusammenfassen})$$

$$2x + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 2x+3 \quad || -2x$$

$$2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 3 \quad ||^2$$

$$4(x+2)(x-2) = 9 \quad (3BF)$$

$$4(x^2 - 4) = 9$$

$$4x^2 - 16 = 9$$

$$4x^2 = 25$$

Beispiel 7.3

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3} \quad ||^2 \quad (2BF)$$

$$(x+2) + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} + (x-2) = 2x+3 \quad (\text{zusammenfassen})$$

$$2x + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 2x+3 \quad || -2x$$

$$2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 3 \quad ||^2$$

$$4(x+2)(x-2) = 9 \quad (3BF)$$

$$4(x^2 - 4) = 9$$

$$4x^2 - 16 = 9$$

$$4x^2 = 25$$

$$x^2 = \frac{25}{4}$$

Beispiel 7.3

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = \sqrt{2x+3} \quad ||^2 \quad (2BF)$$

$$(x+2) + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} + (x-2) = 2x+3 \quad (\text{zusammenfassen})$$

$$2x + 2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 2x+3 \quad || -2x$$

$$2\sqrt{x+2}\sqrt{x-2} = 3 \quad ||^2$$

$$4(x+2)(x-2) = 9 \quad (3BF)$$

$$4(x^2 - 4) = 9$$

$$4x^2 - 16 = 9$$

$$4x^2 = 25$$

$$x^2 = \frac{25}{4}$$

$$x = \pm \frac{5}{2}$$

Probe für $x = \frac{5}{2}$:

Probe für $x = \frac{5}{2}$:

L:

Probe für $x = \frac{5}{2}$:

$$L: \sqrt{\frac{5}{2} + 2} + \sqrt{\frac{5}{2} - 2} = \sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

Probe für $x = \frac{5}{2}$:

$$L: \sqrt{\frac{5}{2} + 2} + \sqrt{\frac{5}{2} - 2} = \sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

R:

Probe für $x = \frac{5}{2}$:

$$L: \sqrt{\frac{5}{2} + 2} + \sqrt{\frac{5}{2} - 2} = \sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$R: \sqrt{2 \cdot \frac{5}{2} + 2} = \sqrt{5 + 3} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Probe für $x = \frac{5}{2}$:

$$L: \sqrt{\frac{5}{2} + 2} + \sqrt{\frac{5}{2} - 2} = \sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$R: \sqrt{2 \cdot \frac{5}{2} + 2} = \sqrt{5 + 3} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Probe für $x = -\frac{5}{2}$:

Probe für $x = \frac{5}{2}$:

$$\text{L: } \sqrt{\frac{5}{2} + 2} + \sqrt{\frac{5}{2} - 2} = \sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{R: } \sqrt{2 \cdot \frac{5}{2} + 2} = \sqrt{5 + 3} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Probe für $x = -\frac{5}{2}$:

L:

Probe für $x = \frac{5}{2}$:

$$L: \sqrt{\frac{5}{2} + 2} + \sqrt{\frac{5}{2} - 2} = \sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$R: \sqrt{2 \cdot \frac{5}{2} + 2} = \sqrt{5 + 3} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Probe für $x = -\frac{5}{2}$:

$$L: \sqrt{-\frac{5}{2} + 2} + \sqrt{-\frac{5}{2} - 2} = \sqrt{-\frac{1}{2}} + \sqrt{-\frac{9}{2}} \quad \text{nicht definiert}$$

Probe für $x = \frac{5}{2}$:

$$L: \sqrt{\frac{5}{2} + 2} + \sqrt{\frac{5}{2} - 2} = \sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$R: \sqrt{2 \cdot \frac{5}{2} + 2} = \sqrt{5 + 3} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Probe für $x = -\frac{5}{2}$:

$$L: \sqrt{-\frac{5}{2} + 2} + \sqrt{-\frac{5}{2} - 2} = \sqrt{-\frac{1}{2}} + \sqrt{-\frac{9}{2}} \quad \text{nicht definiert}$$

$$L = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$