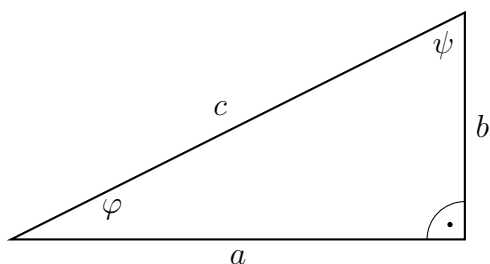


Bezeichnungen

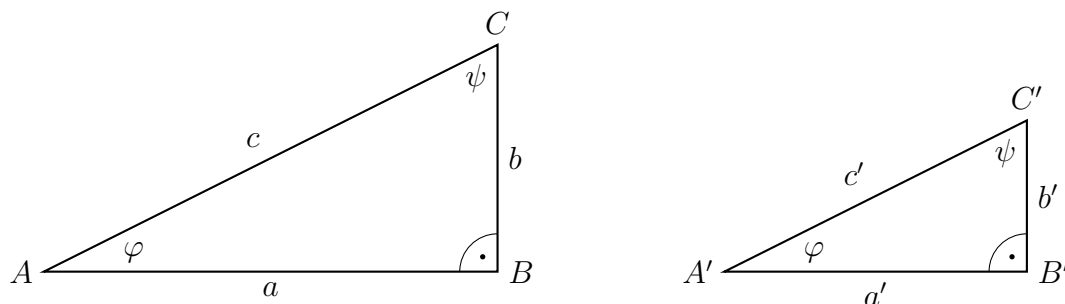


- a ist *Ankathete* von φ (und *Gegenkathete* von ψ)
- b ist *Gegenkathete* von φ (und *Ankathete* von ψ)
- c ist *Hypotenuse*

Ähnliche Dreiecke

Ist in einem rechtwinkligen Dreieck neben dem rechten Winkel noch ein weiterer Winkel φ gegeben, so ist dadurch der dritte Winkel ψ **eindeutig bestimmt**.

Zwei Dreiecke, die zwei (und damit drei) Winkel gemeinsam haben, sind **ähnlich**.



Sind a, b, c die Seitenlängen in einem Dreieck ABC und a', b', c' die Seitenlängen in einem zu ABC ähnlichen Dreieck $A'B'C'$, so gibt es eine Zahl $k > 0$, so dass

$$a' = k \cdot a$$

$$b' = k \cdot b$$

$$c' = k \cdot c$$

Daraus folgt, dass das Längenverhältnis von zwei beliebigen Seiten im Dreieck ABC den gleichen Wert haben muss, wie das Verhältnis der entsprechenden Seiten im Dreieck $A'B'C'$. Zum Beispiel:

$$\frac{a'}{b'} = \frac{k \cdot a}{k \cdot b} = \frac{a}{b}$$

Winkel und Seitenverhältnisse

Da alle rechtwinkligen Dreiecke mit einem weiteren Winkel φ ähnlich sind, sind in diesen Dreiecken die Verhältnisse aus zwei Seitenlängen immer **gleich gross**.

Daher kann man jedem Winkel φ **eindeutig** das Verhältnis von zwei Seiten zuordnen. Drei Seitenverhältnisse bekommen einen Namen, der unabhängig von der Beschriftung des Dreiecks ist:

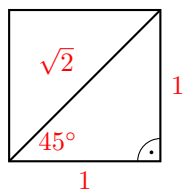
$$\sin(\varphi) = \frac{\text{GK}}{\text{HYP}} \quad \text{Sinus von } \varphi$$

$$\cos(\varphi) = \frac{\text{AK}}{\text{HYP}} \quad \text{Cosinus von } \varphi$$

$$\tan(\varphi) = \frac{\text{GK}}{\text{AK}} \quad \text{Tangens von } \varphi$$

Die Werte der Winkelfunktionen für spezielle Winkel

Quadrat:

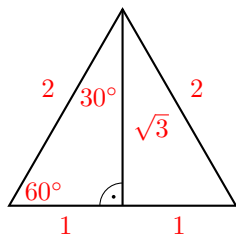


$$\sin(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan(45^\circ) = \frac{1}{1} = 1$$

gleichseitiges Dreieck:



$$\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$$

$$\sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$$

$$\tan(30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

Die Arkusfunktionen

Die obigen Winkelfunktionen ordnen einem Winkel φ das jeweilige Verhältnis $\sin(\varphi)$, $\cos(\varphi)$ oder $\tan(\varphi)$ zu.

Ordnet man umgekehrt einem Verhältnis den zugehörigen Winkel zu, so nennt man diese Funktionen *Arkusfunktionen* und bezeichnet sie entsprechend mit:

$$\arcsin\left(\frac{\text{GK}}{\text{HYP}}\right) = \varphi$$

$$\arccos\left(\frac{\text{AK}}{\text{HYP}}\right) = \varphi$$

$$\arctan\left(\frac{\text{GK}}{\text{AK}}\right) = \varphi$$