
Stereometrie
Übungen

Würfel

Aufgabe 1

- (a)
- $S = 6a^2 \Rightarrow S = 150 \text{ cm}^2$
 - $V = a^3 \Rightarrow V = 125 \text{ cm}^3$
 - $d = \sqrt{2} \cdot a \Rightarrow d = 5\sqrt{2} \text{ cm} = 7.07 \text{ cm}$
 - $k = \sqrt{3} \cdot a \Rightarrow k = 5\sqrt{3} \text{ cm} = 8.66 \text{ cm}$
- (b)
- $S = 96 \text{ cm}^2$
 $6a^2 = 96 \text{ cm}^2$
 $a^2 = 16 \text{ cm}^2$
 $a = 4 \text{ cm}$
 - $V = a^3 \Rightarrow V = 64 \text{ cm}^3$
 - $d = \sqrt{2} \cdot a \Rightarrow 4\sqrt{2} \text{ cm} = 5.66 \text{ cm}$
 - $k = \sqrt{3} \cdot a \Rightarrow 4\sqrt{3} \text{ cm} = 6.93 \text{ cm}$
- (c)
- $V = 729 \text{ cm}^3$
 $a^3 = 729 \text{ cm}^3$
 $a = \sqrt[3]{729 \text{ cm}^3}$
 $a = 9 \text{ cm}$
 - $S = 6a^2 \Rightarrow S = 486 \text{ cm}^2$
 - $d = \sqrt{2} \cdot a \Rightarrow 9\sqrt{2} \text{ cm} = 12.73 \text{ cm}$
 - $k = \sqrt{3} \cdot a \Rightarrow 9\sqrt{3} \text{ cm} = 15.59 \text{ cm}$
- (d)
- $d = \sqrt{8} \text{ mm}$
 $a\sqrt{2} = \sqrt{8} \text{ mm}$
 $a = 2 \text{ mm}$
 - $S = 6a^2 \Rightarrow S = 24 \text{ mm}^2$
 - $V = a^3 \Rightarrow V = 8 \text{ mm}^3$
 - $k = \sqrt{3} \cdot a \Rightarrow 2\sqrt{3} \text{ mm} = 3.46 \text{ mm}$
- (e)
- $k = \sqrt{0.75} \text{ dm}$
 $a\sqrt{3} = \sqrt{0.75} \text{ dm}$
 $a = 0.5 \text{ dm}$
 - $S = 6a^2 \Rightarrow S = 1.5 \text{ dm}^2$
 - $V = a^3 \Rightarrow V = 0.125 \text{ dm}^3$
 - $d = \sqrt{2} \cdot a \Rightarrow 0.5\sqrt{2} \text{ dm} = 0.71 \text{ dm}$

Aufgabe 2

Merke: $1 \text{ dm}^3 = 1 \ell$

$$V = a^3 \Rightarrow V = 64\,000 \text{ cm}^3 = 64 \text{ dm}^3 = 64 \ell$$

Aufgabe 3

$$a = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{343} = 7 \text{ m} \Rightarrow S = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 49 = 294 \text{ m}^2$$

Aufgabe 4

$$S = 6a^2 \Rightarrow a = \sqrt{S/6} \Rightarrow a = 16 \text{ cm}$$

$$V = a^3 \Rightarrow V = 64 \text{ cm}^3$$

Aufgabe 5

Ein Würfel hat 6 Seitenflächen, 8 Ecken und 12 Kanten.

- (a) 8 Würfel sind auf drei Seiten grün
- (b) 24 Würfel sind auf zwei Seiten grün
- (c) 24 Würfel sind auf einer Seite grün
- (d) 8 Würfel sind unbemalt

Aufgabe 6

- (a) Die Schnittfläche ist ein Rechteck mit den Seitenlängen $a = 5 \text{ cm}$ und $b = 5\sqrt{2} \text{ cm}$.

$$A = a \cdot b \Rightarrow A = 25\sqrt{2} \text{ cm}^2 = 35.36 \text{ cm}^2$$

- (b) Die Schnittfläche ist ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten $a = 5 \text{ cm}$ und $b = 5\sqrt{2} \text{ cm}$.

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \Rightarrow A = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5\sqrt{2} = 17.68 \text{ cm}^2$$

- (c) Die Schnittfläche ist ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge $a = 5\sqrt{2} \text{ cm}$.

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \Rightarrow A = 21.65 \text{ cm}^2$$

Aufgabe 7

$$a = 23 \text{ mm} = 2.3 \text{ cm} \Rightarrow V = a^3 = 12.167 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V = 0.917 \text{ g/cm}^3 \cdot 12.167 \text{ cm}^3 = 11.16 \text{ g}$$

Aufgabe 8

Ein Würfel aus massivem Glas wiegt 2.7 kg. Berechne die Kantenlänge dieses Würfels, wenn Glas die Dichte $\rho = 2.2 \text{ g/cm}^3$ hat.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho \cdot V = m \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

$$V = \frac{2700 \text{ g}}{2.2 \text{ g/cm}^3} = 1227.27 \text{ cm}^3$$

$$V = a^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{V} \Rightarrow a = 10.71 \text{ cm}$$

Aufgabe 9

$$V = a^3 \Rightarrow V = 238.328 \text{ cm}^3$$

$$m = V \cdot \rho \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{170.5 \text{ g}}{238.328 \text{ cm}^3} = 0.715 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Quader

Aufgabe 10

$$(a) V = a \cdot b \cdot c = 150 \text{ cm}^3$$

$$S = 2(ab + bc + ca) = 200 \text{ cm}^2$$

$$(b) V = a \cdot b \cdot c = 3487.5 \text{ cm}^3$$

$$S = 2(ab + bc + ca) = 2139.5 \text{ cm}^2$$

$$(c) V = a \cdot b \cdot c = 11\,700 \text{ cm}^3 = 11.7 \text{ dm}^3$$

$$S = 2(ab + bc + ca) = 5112 \text{ cm}^2 = 51.12 \text{ dm}^2$$

$$(d) V = a \cdot b \cdot c = 956.25 \text{ cm}^3$$

$$S = 2(ab + bc + ca) = 1212.5 \text{ cm}^2$$

Aufgabe 11

$$V = l \cdot b \cdot h \Rightarrow V = 25 \text{ dm} \cdot 1.8 \text{ dm} \cdot 2.4 \text{ dm} = 108 \text{ dm}^3 = 0.108 \text{ m}^3$$

$$m = V \cdot \rho \quad (\text{Masse} = \text{Volumen} \cdot \text{Dichte})$$

$$m = 0.108 \text{ m}^3 \cdot 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 97.2 \text{ kg}$$

Aufgabe 12

$$V = a \cdot b \cdot c = 30 \cdot 12 \cdot 2 = 720 \text{ m}^3$$

$$720 \text{ m}^3 = 720\,000 \text{ dm}^3 = 720\,000 \text{ l}$$

$$t = \frac{720\,000 \text{ l}}{600 \text{ l/Min}} = 1200 \text{ Min} = 20 \text{ Stunden}$$

Aufgabe 13

$$\text{Körperdiagonale: } d^2 = a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow 26^2 = 24^2 + 8^2 + c^2 \Rightarrow 36 = c^2 \Rightarrow c = 6 \text{ dm}$$

$$\text{Volumen: } V = abc = 1152 \text{ dm}^3$$

$$\text{Oberflächeninhalt: } S = 2(ab + bc + ca) = 768 \text{ dm}^2$$

Aufgabe 14

$$V = a \cdot b \cdot c = 2.3 \text{ m} \cdot 85 \text{ cm} \cdot 60 \text{ cm} = 2.3 \text{ m} \cdot 0.85 \text{ m} \cdot 0.6 \text{ m} = 1.173 \text{ m}^3$$

Aufgabe 15

$$V_W = V_Q$$

$$60 \text{ dm}^3 = l \cdot b \cdot h$$

$$60 \text{ dm}^3 = 6 \text{ dm} \cdot 5 \text{ dm} \cdot h$$

$$60 \text{ dm}^3 = 30 \text{ dm}^2 \cdot h$$

$$h = 2 \text{ dm}$$

Prisma

Aufgabe 16

(a) Ein 15-seitiges Prisma

(b) Ein 7-seitiges Prisma

(c) Ein 12-seitiges Prisma

Aufgabe 17

$$\text{Seitenlänge der Grundfläche: } a = \frac{s}{3} = 2 \text{ cm}$$

$$\text{Flächeninhalt des gleichseitigen Dreiecks: } A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4 = \sqrt{3} \text{ cm}^2 = 1.73 \text{ cm}^2$$

$$\text{Höhe des Prismas: } h = s = 6 \text{ cm}$$

$$\text{Volumen des Prismas: } V = A \cdot h = 6\sqrt{3} \text{ cm}^3 = 10.39 \text{ cm}^3$$

Aufgabe 18

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} \Rightarrow b = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$$

$$G = \frac{a \cdot b}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

$$V = G \cdot h \Rightarrow V = 6 \cdot 8 = 48 \text{ cm}^3$$

$$S = 2 \cdot G + (a + b + c) \cdot h \Rightarrow S = 12 + 12 \cdot 8 = 108 \text{ cm}^2$$

Masse des Eisenprismas:

$$m = V \cdot \rho \Rightarrow m = 0.048 \text{ dm}^3 \cdot 7.8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 0.374 \text{ kg}$$

Aufgabe 19

$$\text{Mittellinie: } m = (a + c)/2 = 14 \text{ cm}$$

$$\text{Trapezhöhe: } h_T = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$$

$$G = m \cdot h = 14 \cdot 12 = 168 \text{ cm}^2$$

$$V = G \cdot h \Rightarrow V = 168 \cdot 20 = 3360 \text{ cm}^3$$

$$\text{Oberfläche: } S = 2G + (a + b + c + d) \cdot h \Rightarrow S = 336 + 54 \cdot 20 = 1416 \text{ cm}^2$$

Aufgabe 20

$$G = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \Rightarrow G = \frac{27}{2} \sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

$$V = G \cdot h \Rightarrow V = \frac{27}{2} \sqrt{3} \cdot 32 = 432 \sqrt{3} \text{ cm}^3 = 748.25 \text{ cm}^3.$$

$$S = 2G + M = 2G + 6A \Rightarrow S = 622.77 \text{ cm}^2$$

Zylinder

Aufgabe 21

$$(a) G = \pi \cdot r^2 \Rightarrow G = 254.47 \text{ cm}^2$$

$$V = G \cdot h \Rightarrow V = 5343.85 \text{ cm}^3$$

$$M = u \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \Rightarrow M = 1187.52 \text{ cm}^2$$

$$S = 2G + M \Rightarrow S = 1696.46 \text{ cm}^2$$

$$(b) r = d/2 \Rightarrow r = 2.2 \text{ m}$$

$$G = \pi \cdot r^2 \Rightarrow G = 15.21 \text{ m}^2$$

$$V = G \cdot h \Rightarrow V = 139.89 \text{ m}^3$$

$$M = u \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \Rightarrow M = 127.17 \text{ m}^2$$

$$S = 2G + M \Rightarrow S = 157.58 \text{ m}^2$$

Aufgabe 22

Anklebefläche = Mantelfläche: $M = d \pi h \Rightarrow M = 4.14 \text{ m}^2$

Aufgabe 23

$1 \text{ dl} = 0.1 \ell = 0.1 \text{ dm}^3$ und $r = d/2 = 6 \text{ cm} = 0.6 \text{ dm}$

$V = r^2 \pi h \Rightarrow 0.1 = 0.36 \pi h \Rightarrow h \approx 0.0884 \text{ dm} = 8.84 \text{ mm}$

Aufgabe 24

Der Inhalt der Mantelfläche eines geraden Kreiszyinders misst $30\pi \text{ cm}^2$. Welches Volumen hat der Zylinder, wenn seine Höhe 3 cm misst?

$$M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$30 \cdot \pi = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot 3$$

$$30 = 6r$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h \Rightarrow V = 235.62 \text{ cm}^3$$

Aufgabe 25

Gegeben: gerader Kreiszyylinder mit $r = 2 \text{ cm}$; Würfel mit $a = 3 \text{ cm}$

Gesucht: h_{Zylinder} , so dass $V_Z = V_W$

$$V_Z = V_W \Rightarrow \pi r^2 h = a^3 \Rightarrow h = \frac{a^3}{\pi r^2} = 2.149 \text{ cm}$$

Pyramide

Aufgabe 26

(a) $a = 6 \text{ cm}$, $h = 15 \text{ cm}$

$$G = a^2 \Rightarrow G = 100 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h \Rightarrow V = 400 \text{ cm}^3$$

$$h_a = \sqrt{(a/2)^2 + h^2} \Rightarrow h_a = 13 \text{ cm}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a \Rightarrow A = 65 \text{ cm}^2$$

$$M = 4 \cdot A \Rightarrow M = 260 \text{ cm}^2$$

$$S = G + M \Rightarrow S = 360 \text{ cm}^2$$

(b) $a = 12 \text{ cm}$, $h = 6 \text{ cm}$

$$G = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \Rightarrow G = 62.35 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h \Rightarrow V = 124.71 \text{ cm}^3$$

$$s_G = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \Rightarrow s_G = 10.39 \text{ cm (Schwerlinie Grundfläche)}$$

Der Schwerpunkt eines Dreiecks teilt jede Schwerlinie von der Ecke aus gesehen im Verhältnis 2 : 1.

$$x = \frac{1}{3} \cdot s_G \Rightarrow x = 3.46 \text{ cm}$$

$$\text{Höhe einer Seitenfläche: } h_A = \sqrt{x^2 + h^2} \Rightarrow h_A = 6.93 \text{ cm}$$

$$\text{Seitenfläche: } A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_A \Rightarrow A = 41.57 \text{ cm}^2$$

$$M = 3 \cdot A \Rightarrow M = 124.71 \text{ cm}^2$$

$$S = G + M \Rightarrow S = 187.06 \text{ cm}^2$$

(c) $a = 20 \text{ cm}$, $h = 50 \text{ cm}$

$$G = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \Rightarrow G = 1039.23 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h \Rightarrow V = 17\,320.51 \text{ cm}^3$$

$$h_A = \sqrt{h^2 + (\sqrt{3}/2 \cdot a)^2} \Rightarrow h_A = 52.92 \text{ cm}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_A \Rightarrow A = 529.15 \text{ cm}^2$$

$$M = 6 \cdot A \Rightarrow M = 3174.90 \text{ cm}^2$$

$$S = G + M \Rightarrow S = 4214.13 \text{ cm}^2$$

Aufgabe 28

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h \Rightarrow a = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{h}} \Rightarrow a = 3.6 \text{ cm (Grundkante)}$$

$$\text{Diagonale der Grundfläche: } d = a \cdot \sqrt{2} \Rightarrow d = 5.09 \text{ cm}$$

$$\text{Seitenkante: } s = \sqrt{h^2 + (d/2)^2} \Rightarrow s = 8.87 \text{ cm}$$

Aufgabe 29

$$\text{Grundfläche: } G = a \cdot b = 15 \text{ cm}^2$$

Gesamtinhalt der Manteldreiecke mit den Basen a und b :

$$A_a = a \cdot \sqrt{s^2 - (a/2)^2} \Rightarrow A_a = 5 \cdot \sqrt{36 - 6.25} = 27.272 \text{ cm}^2$$

$$A_b = b \cdot \sqrt{s^2 - (b/2)^2} \Rightarrow A_b = 3 \cdot \sqrt{36 - 2.25} = 17.428 \text{ cm}^2$$

$$S = G + A_a + A_b \Rightarrow S = 59.70 \text{ cm}^2$$

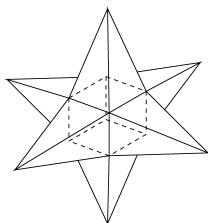
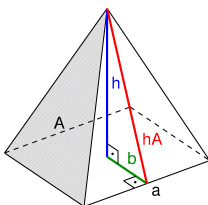
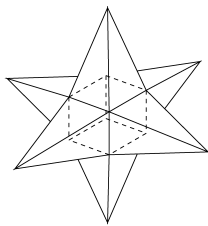
$$\text{Länge der Grundflächendiagonale: } d = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow d = \sqrt{34}$$

$$\text{Pyramidenhöhe: } h = \sqrt{s^2 - (d/2)^2} \Rightarrow h = \sqrt{27.5} \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot \sqrt{27.5} = 5 \cdot \sqrt{27.5} = 26.22 \text{ cm}^3$$

Aufgabe 30

Auf die Begrenzungsquadrate eines Würfels mit der Kantenlänge $a = 10$ cm sind gerade Pyramiden von 5 cm Höhe aufgesetzt. Berechne das Volumen und den Inhalt der Oberfläche dieses Körpers.



$$V_W = a^3 \Rightarrow V_W = 1000 \text{ cm}^3$$

$$V_P = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h \Rightarrow V_P = 166.67 \text{ cm}^3$$

$$V = V_W + 6 \cdot V_P \Rightarrow V = 2000 \text{ cm}^3$$

$$b = a/2 \Rightarrow b = 5 \text{ cm}$$

$$h_A = \sqrt{h^2 + b^2} \Rightarrow h_A = 7.07 \text{ cm}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_A \Rightarrow A = 35.36 \text{ cm}^2$$

$$S = 6 \cdot 4 \cdot A \Rightarrow S = 848.53 \text{ cm}^2$$

Kegel

Aufgabe 31

(a) $r = 5$ cm, $h = 16$ cm

$$G = \pi \cdot r^2 \Rightarrow G = 78.54 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h \Rightarrow V = 418.88 \text{ cm}^3$$

$$m = \sqrt{r^2 + h^2} \Rightarrow m = 16.76 \text{ cm}$$

$$M = \pi \cdot r \cdot m \Rightarrow M = 263.31 \text{ cm}^2$$

$$S = G + M \Rightarrow S = 341.85 \text{ cm}^2$$

(b) $d = 12 \text{ cm} \Rightarrow r = d/2 = 6 \text{ cm}$

$$h = 21 \text{ cm}$$

$$G = \pi \cdot r^2 = 36\pi = 113.10 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = 252\pi \text{ cm}^3 = 791.68 \text{ cm}^3$$

$$m = \sqrt{r^2 + h^2} \Rightarrow m = 21.84 \text{ cm}$$

$$M = \pi \cdot r \cdot m \Rightarrow M = 411.67 \text{ cm}^2$$

$$S = G + M \Rightarrow S = 524.77 \text{ cm}^2$$

(c) $r = 6 \text{ cm}, m = 10 \text{ cm}$

$$h = \sqrt{m^2 - r^2} \Rightarrow h = 8 \text{ cm}$$

$$G = \pi \cdot r^2 \Rightarrow G = 113.10 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h \Rightarrow V = 301.59 \text{ cm}^3$$

$$M = \pi \cdot r \cdot m \Rightarrow M = 150.80 \text{ cm}^2$$

$$S = G + M \Rightarrow S = 351.85 \text{ cm}^2$$

(d) $h = 40 \text{ cm}, m = 50 \text{ cm}$

$$r = \sqrt{m^2 - h^2} \Rightarrow r = 30 \text{ cm}$$

$$G = \pi \cdot r^2 \Rightarrow G = 2827.43 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h \Rightarrow V = 37699.11 \text{ cm}^3$$

$$M = \pi \cdot r \cdot m \Rightarrow M = 4712.39 \text{ cm}^2$$

$$S = G + M \Rightarrow S = 7539.82 \text{ cm}^2$$

Aufgabe 32

$$h = a = 15 \text{ cm und } r = b = 8 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow V = 320 \cdot \pi = 1005.31 \text{ cm}^3$$

$$m = \sqrt{h^2 + r^2} \Rightarrow m = 17 \text{ cm}$$

$$S = G + M = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot m \Rightarrow S = 628.32 \text{ cm}^2$$

Aufgabe 33

$$a = 8 \text{ cm}$$

$$d = \sqrt{2} \cdot a \Rightarrow d = 11.31 \text{ cm}$$

$$r = d/2 \Rightarrow r = 5.66 \text{ cm}$$

$$h = d/2 = 5.66 \text{ cm}$$

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow V = 379.13 \text{ cm}^3$$

$$m = a = 8 \text{ cm}$$

$$S = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot m \Rightarrow S = 242.70 \text{ cm}^2$$

Aufgabe 34

Mantelfläche als Kreissektor:

$$M = \pi \cdot s^2 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} \Rightarrow s^2 = \frac{M \cdot 360^\circ}{120^\circ \cdot \pi} = \frac{1386}{\pi} \Rightarrow s = 21.00 \text{ m}$$

Andererseits gilt:

$$M = \pi \cdot r \cdot m \Rightarrow r = \frac{M}{\pi \cdot m} = 7.00 \text{ m}$$

Aufgabe 35

$$r = \frac{1}{2} \cdot a = 6 \text{ cm}$$

$$G = r^2 \cdot \pi \Rightarrow G = 113.10 \text{ cm}^2$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \Rightarrow h = 18.85 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h \Rightarrow V = 391.78 \text{ cm}^3$$

$$m = a = 12 \text{ cm}$$

$$S = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot m \Rightarrow S = 339.29 \text{ cm}^2$$

Aufgabe 36

$$V = 1 \ell = 1 \text{ dm}^3$$

$$r = 20 \text{ cm} = 2 \text{ dm}$$

$$V = 1/3 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$1 = 1/3 \cdot \pi \cdot 4 \cdot h$$

$$3/(4 \cdot \pi) = h$$

$$h = 0.24 \text{ dm} = 2.4 \text{ cm}$$

Aufgabe 37

$$d = a \cdot \sqrt{2} \Rightarrow d = 28.28 \text{ cm}$$

$$r = d/2 = 14.14 \text{ cm}$$

$$h = 10 \text{ cm}$$

$$G = \pi \cdot r^2 \Rightarrow G = 628.32 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h \Rightarrow V = 2094.40 \text{ cm}^3$$

$$m = \sqrt{h^2 + r^2} \Rightarrow m = 17.32 \text{ cm}$$

$$S = G + M = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot m \Rightarrow S = 1397.85 \text{ cm}^2$$

Kugel

Aufgabe 38

$$(a) S = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 100 \cdot \pi \cdot \text{cm}^2 = 314.16 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{500}{3} \pi \text{ cm}^3 = 523.60 \text{ cm}^3$$

$$(b) d = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \text{ cm} \Rightarrow r = \frac{d}{2} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \text{ cm}$$

$$S = 4 \pi r^2 = 16 \text{ cm}^2$$

$$(c) S = 16 \pi \text{ cm}^2$$

$$S = 4 \pi r^2 \Rightarrow 16 \pi = 4 \pi r^2 \Rightarrow r = 2 \text{ cm}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3 = 33.51 \text{ cm}^3$$

$$(d) V = 4.5 \pi \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow 4.5 \pi = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow r = 1.5 \text{ cm}$$

$$d = 2r = 3 \text{ cm}$$

$$S = 4 \pi r^2 = 9 \pi \text{ cm}^2 = 28.27 \text{ cm}^2$$

Aufgabe 39

$$S = 4 \pi r^2 = 5.100 \cdot 10^{14} \text{ km}^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = 1.083 \cdot 10^{12} \text{ km}^3 = 1.803 \cdot 10^{24} \text{ dm}^3$$

$$m = V \rho = 1.083 \cdot 10^{24} \text{ dm}^3 \cdot 5.56 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 6.020 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Aufgabe 40

$$\text{Aussendurchmesser: } d_a = 14 \text{ cm} \Rightarrow r_a = 7 \text{ cm}$$

$$\text{Innendurchmesser: } d_i = 10 \text{ cm} \Rightarrow r_i = 5 \text{ cm}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r_a^3 - \frac{4}{3} \pi r_i^3 \Rightarrow V = 913.16 \text{ cm}^3$$

$$m = V \cdot \rho \Rightarrow m = 913.16 \text{ cm}^3 \cdot 11.3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 10319 \text{ g} = 10.319 \text{ kg}$$

Aufgabe 41

$$d_{\text{Zyl}} = 8 \text{ cm} \Rightarrow r_{\text{Zyl}} = 4 \text{ cm}$$

$$\text{Alter Wasserstand: } h_0 = 20 \text{ cm}$$

$$d_{\text{Kugel}} = 6 \text{ cm} \Rightarrow r_{\text{Kugel}} = 3 \text{ cm}$$

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3} \pi r_{\text{Kugel}}^3 = 36 \pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Kugel}} = V_{\text{Zyl}} \Rightarrow \pi r_{\text{Zyl}}^2 \Delta h \Rightarrow 36 \pi = 16 \pi \Delta h \Rightarrow \Delta h = 2.25 \text{ cm}$$

$$\text{Neuer Wasserstand: } h = h_0 + \Delta h = 22.25 \text{ cm}$$

Aufgabe 42

$$d = 4 \text{ mm} \Rightarrow r = 2 \text{ mm}$$

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = 33.510 \text{ mm}^3$$

$$G_{\text{Schicht}} = 1.2 \text{ m}^2 = 1\,200\,000 \text{ mm}^2$$

$$V_{\text{Kugel}} = V_{\text{Schicht}}$$

$$V_{\text{Kugel}} = G_{\text{Schicht}} \cdot h$$

$$33.510 = 1\,200\,000 \cdot h$$

$$h = 2.79 \cdot 10^{-5} \text{ mm}$$

Aufgabe 43

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$110 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$26.26 = r^3$$

$$r = \sqrt[3]{26.26}$$

$$r = 2.97 \text{ m}$$

Aufgabe 44

$$\eta = \frac{\frac{4}{3} \pi r^3}{(2r)^3} = \frac{4 \pi r^3}{3 \cdot 8 r^3} = \frac{\pi}{6} \approx 0.524 = 52.4\%$$