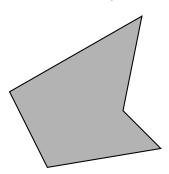
Stereometrie Theorie (L)

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Würfel und Quader	5
3	Prisma	6
4	Zylinder	7
5	Pyramide	8
6	Kegel	9
7	Kugel	10

Einleitung 1

Planimetrie (ebene Geometrie)

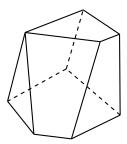


Die Objekte sind Figuren mit ...

- Ecken
- Seiten

- Umfang
- Flächeninhalt

Stereometrie (räumliche Geometrie)



Die Objekte sind Körper mit ...

- Ecken
- Kanten
- Flächen

- Oberflächeninhalt
- Rauminhalt (Volumen)

Raum- und Holmasse

$$1 \, \text{km}^3 = 10^9 \, \text{m}^3$$

$$1 \,\mathrm{m}^3 = 10^3 \,\mathrm{dm}^3$$

$$1 \, dm^3 = 10^3 \, cm^3$$
 $1 \, dm^3 = 1 \, l$
 $1 \, cm^3 = 10^3 \, mm^3$ $1 \, cm^3 = 1 \, ml$

$$1 \, \text{cm}^3 = 10^3 \, \text{mm}^3$$
 $1 \, \text{cm}^3 = 1 \, \text{ml}$

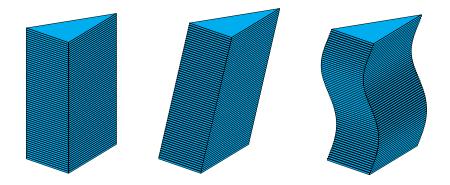
Dichte

Die Dichte ϱ eines Stoffes ist das Verhältnis seiner Masse (kg) zu seinem Volumen (m^3) .

$$\varrho = \frac{m}{V} \quad \Leftrightarrow \quad m = \varrho \cdot V \quad \Leftrightarrow \quad V = \frac{m}{\varrho}$$

3

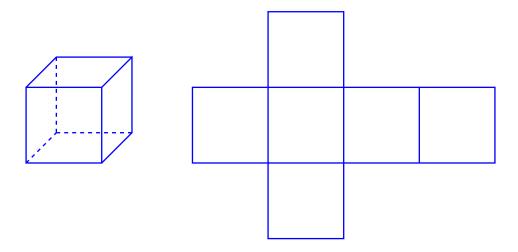
Das Prinzip von Cavalieri



Zwei Körper besitzen dasselbe Volumen, wenn alle ihre Schnittflächen in Ebenen parallel zu einer Grundebene in gleichen Höhen den gleichen Flächeninhalt haben.

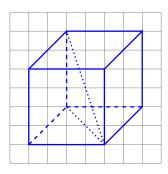
Netze

Ein Netz eines Körpers ist eine Darstellung, bei der dieser an einigen Kanten aufgeschnitten wird und seine Flächen in der Ebene ausgebreitet dargestellt werden.



2 Würfel und Quader

Ein Würfel ist ein Körper, der von sechs kongruenten Quadraten begrenzt wird.



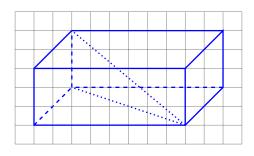
Flächendiagonale: $d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2} a$

Raumdiagonale: $k = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} = \sqrt{3}a$

Oberflächeninhalt: $S = 6a^2$

Volumen: $V = G \cdot h = a^2 \cdot a = a^3$

Ein Quader ist ein Körper, der von 3 Paaren kongruenter Rechtecke begrenzt wird.



Raumdiagonale: $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

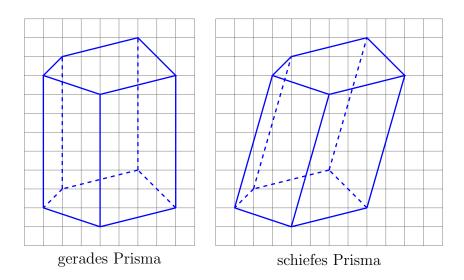
Summe der Kantenlängen: K = 4a + 4b + 4c = 4(a+b+c)

Oberflächeninhalt: S = 2ab + 2ac + 2bc = 2(ab + ac + bc)

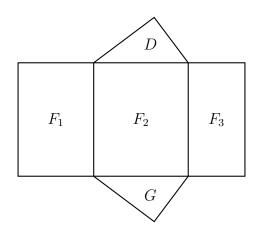
Volumen: $V = G \cdot h = abc$

3 Prisma

Ein *Prisma* ist ein Körper mit parallelen kongruenten Vielecken als Grund- und Deckfläche. Die Seitenflächen *gerader Prismen* sind Rechtecke; bei *schiefen Prismen* sind es Parallelogramme.



Ein (schiefes/gerades) Prisma mit einem regelmässigen Vieleck als Grundfläche wird re- $gul\"{a}res$ (schiefes/gerades) Prisma genannt.



Netz eines geraden Prismas

Für gerade Prismen gilt:

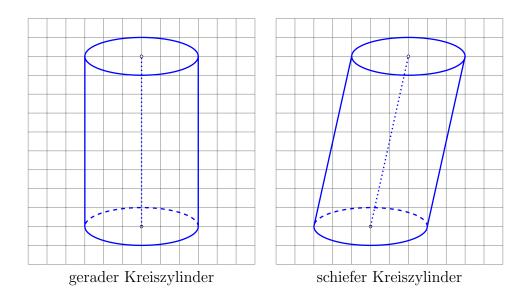
Mantelflächeninhalt: $M = F_1 + F_2 + F_3 + \cdots = u \cdot h$

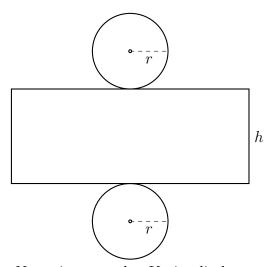
Oberflächeninhalt: S = 2G + M

Volumen: V = Gh

4 Zylinder

Ein Zylinder ist ein Prisma mit einer runden Grundfläche. Diese ist meistens ein Kreis, weshalb man auch präziser von einem Kreiszylinder spricht.





Netz eines geraden Kreiszylinders

Für gerade Kreiszylinder gilt:

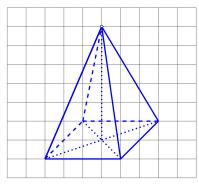
Mantelflächeninhalt: $M = uh = 2\pi rh$

Oberflächeninhalt: $S = 2G + M = 2\pi r^2 + 2\pi rh$

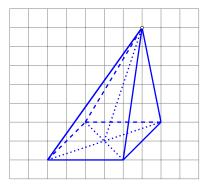
Volumen: $V = Gh = \pi r^2 h$

5 Pyramide

Eine *Pyramide* ist ein Körper mit einem Polygon (Vieleck) als Grundfläche, von dessen Ecken aus die Seitenkanten in einem Punkt (Spitze) zusammenlaufen. Die Seitenflächen bestehen somit aus Dreiecken.

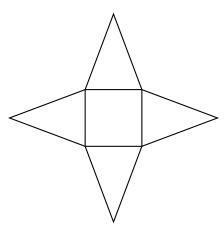


 ${\it gerade quadratische\ Pyramide}$



schiefe quadratische Pyramide

Eine Pyramide heisst regulär (oder regelmässig), wenn die Grundfläche ein regelmässiges Vieleck ist. Die Begriffe gerade und schief sind bei Pyramiden nur dann sinnvoll, wenn die Grundfläche symmetrisch ist.



Netz einer geraden Pyramide

Für eine gerade Pyramide gilt:

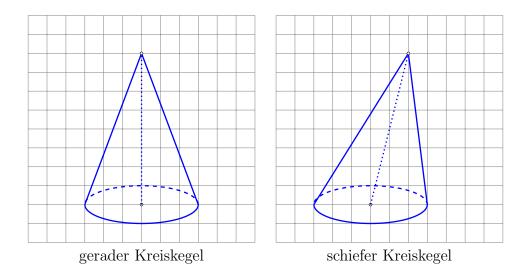
Mantelflächeninhalt: $M = D_1 + D_2 + D_3 + \dots$

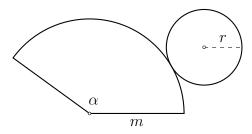
Oberflächeninhalt: S = G + M

Volumen: $V = \frac{1}{3}Gh$

6 Kegel

Ein Kegel ist eine Pyramide mit einer runden Grundfläche. Ist diese ein Kreis, so spricht man von einem Kreiskegel.





Netz eines geraden Kreiskegels

Für einen geraden Kreiskegel gilt:

Mantellinie: $m = \sqrt{r^2 + h^2}$

Zentriwinkel: $\alpha = \frac{2\pi r}{2\pi m} \cdot 360^{\circ} = \frac{r}{m} \cdot 360^{\circ}$

Mantelflächeninhalt: $M = \pi r m = \pi r \sqrt{h^2 + r^2}$

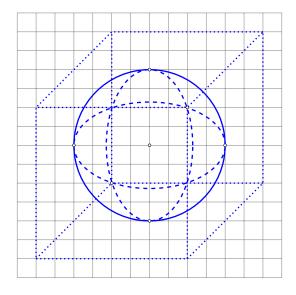
Oberflächeninhalt: $S = G + M = \pi r^2 + \pi r m = \pi r (r + m)$

Volumen: $V = \frac{1}{3}Gh$

Kugel 7

Die Menge aller Punkte P, die von einem Punkt M den gleichen Abstand r (Radius) haben, heisst Kugeloberfläche.

Die Menge aller Punkte P, die von einem Punkt M einen Abstand kleiner oder gleich rhaben, heisst Kugel.



Oberfläche: $S = \pi r^2$ Volumen: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$