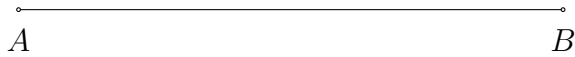

Ähnlichkeit

Übungen

Version vom 30. August 2022

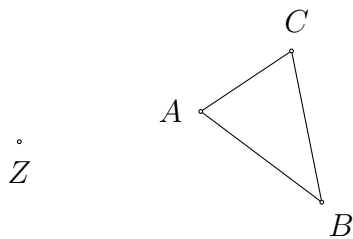
Aufgabe 1.1

Teile die Strecke AB nur mit Zirkel und Lineal im Verhältnis $3 : 5$.



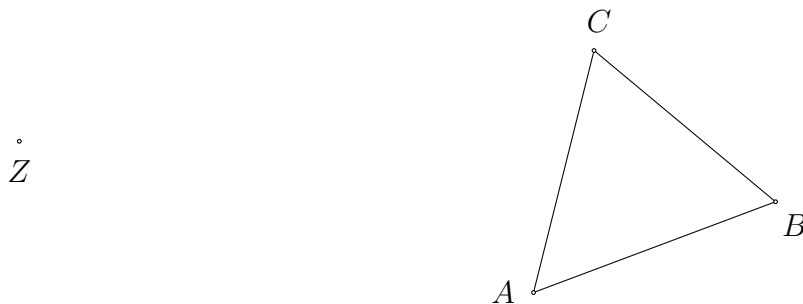
Aufgabe 1.2

Bilde das Dreieck ABC durch eine zentrische Streckung mit dem Zentrum Z und dem Faktor $k = \frac{7}{3}$ auf das Dreieck $A'B'C'$ ab.



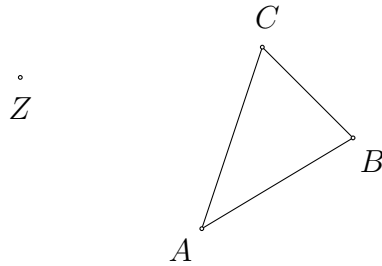
Aufgabe 1.3

Bilde das Dreieck ABC durch eine zentrische Streckung mit dem Zentrum Z und dem Faktor $k = \frac{4}{7}$ auf das Dreieck $A'B'C'$ ab.



Aufgabe 1.4

Bilde das Dreieck ABC durch eine zentrische Streckung mit dem Zentrum Z und dem Faktor $k = -\frac{3}{4}$ auf das Dreieck $A'B'C'$ ab.



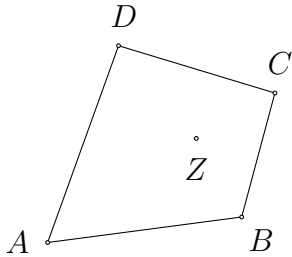
Aufgabe 1.5

Konstruiere ein Dreieck ABC mit den Seitenlängen $a = 3$ cm, $b = 4$ cm und $c = 5$ cm und führe damit eine zentrische Streckung mit Zentrum B und Streckungsfaktor $k = -2$ durch.



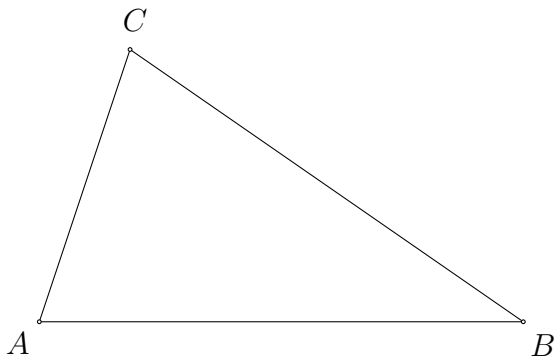
Aufgabe 1.6

Bilde das Viereck $ABCD$ durch eine zentrische Streckung mit dem Zentrum Z und dem Faktor $k = \frac{5}{3}$ auf das Viereck $A'B'C'D'$ ab.



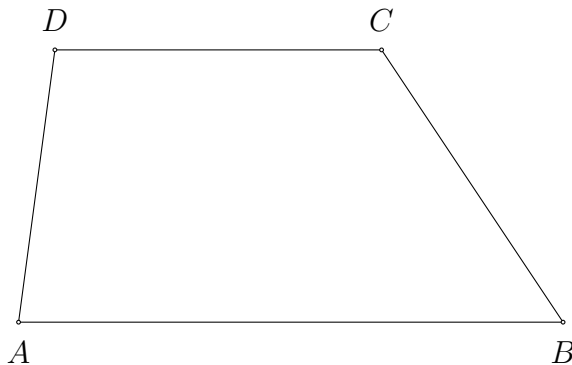
Aufgabe 1.7

Konstruiere den Schwerpunkt S des Dreieck ABC und bilde es anschliessend durch eine zentrische Streckung mit dem Zentrum S und dem Faktor $k = -\frac{1}{2}$ auf das Dreieck $A'B'C'$ ab.



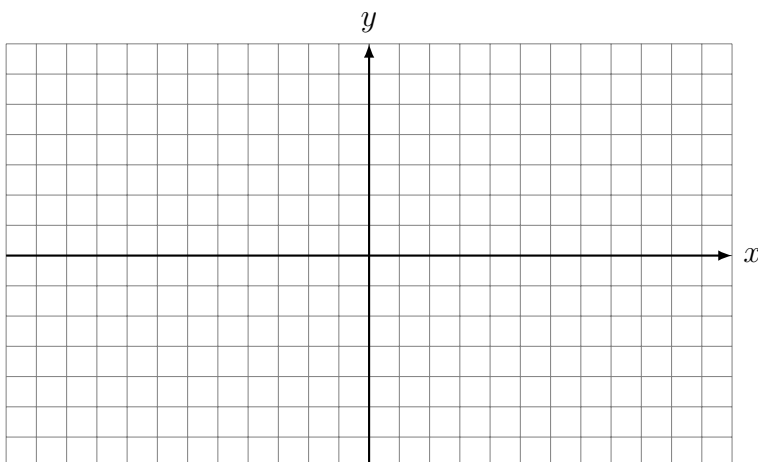
Aufgabe 1.8

Bilde das Trapez $ABCD$ durch die zentrische Streckung mit dem Zentrum C und dem Faktor $k = \frac{2}{3}$ auf das Trapez $A'B'C'D'$ ab.



Aufgabe 1.9

Ein Parallelogramm $ABCD$ ist durch die Punkte $A(2, 2)$, $B(5, 2)$ und $C(6, 4)$ bestimmt. Vervollständige das Parallelogramm und bilde es durch eine zentrische Streckung mit dem Zentrum $Z(3, 1)$ und dem Faktor $k = -2$ auf die Figur $A'B'C'D'$ ab.

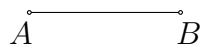


Aufgabe 1.10

Ein Parallelogramm mit $a = 8$ cm und $h_a = 3$ cm wird durch zentrische Streckung auf das Parallelogramm $A'B'C'D'$ abgebildet, dessen Flächeninhalt 54 cm² beträgt. Bestimme das Streckungsverhältnis.

Aufgabe 1.11

Konstruiere ein regelmässiges Achteck $ABCDEFGH$ mit der Seite AB . Bilde dieses Achteck durch die zentrische Streckung mit dem Umkreismittelpunkt M als Zentrum Z und dem Faktor $k = \frac{3}{4}$ auf das Achteck $A'B'C'D'E'F'$ ab.



Aufgabe 1.12

Welcher Abbildung entsprechen zentrische Streckungen mit $k = -1$?

Aufgabe 1.13

Ein Dreieck ABC mit den Seitenlängen $a = 5$ cm, $b = 6$ cm und $c = 8$ cm wird durch zentrische Streckung in das Dreieck $A'B'C'$ abgebildet. Berechne die Seiten des Bilddreiecks für folgende Streckungsverhältnisse?

(a) $k = 0.4$

(b) $k = -\frac{3}{2}$

Aufgabe 1.14

Berechne das Streckungsverhältnis k , wenn ein Dreieck ABC mit $c = 12$ cm und $h_c = 8$ cm in ein Dreieck $A'B'C'$ mit dem Flächeninhalt 27 cm² abgebildet werden soll.

Aufgabe 1.15

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = 2$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z .



Aufgabe 1.16

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = 0.5$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z .



Aufgabe 1.17

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -1$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z .

$\overset{\circ}{P}$ $\overset{\circ}{P}'$

Aufgabe 1.18

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -2$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z .

$\overset{\circ}{P}$ $\overset{\circ}{P}'$

Aufgabe 1.19

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = \frac{2}{3}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z .

$\overset{\circ}{P}$ $\overset{\circ}{P}'$

Aufgabe 1.20

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = \frac{3}{2}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z .

$\overset{\circ}{P}$ $\overset{\circ}{P}'$

Aufgabe 1.21

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -\frac{2}{3}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z .

$\overset{\circ}{P}$ $\overset{\circ}{P}'$

Aufgabe 1.22

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -\frac{3}{2}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z .

$\overset{\circ}{P}$ $\overset{\circ}{P}'$

Aufgabe 1.23

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = 2$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P .

$\overset{\circ}{Z}$ $\overset{\circ}{P'}$

Aufgabe 1.24

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = 0.5$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P .

$\overset{\circ}{P'}$ $\overset{\circ}{Z}$

Aufgabe 1.25

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -1$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P .

$\overset{\circ}{Z}$ $\overset{\circ}{P'}$

Aufgabe 1.26

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -2$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P .

$\overset{\circ}{Z}$ $\overset{\circ}{P'}$

Aufgabe 1.27

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = \frac{2}{3}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P .

$\overset{\circ}{Z}$ $\overset{\circ}{P'}$

Aufgabe 1.28

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = \frac{4}{3}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P .

$\overset{\circ}{Z}$ $\overset{\circ}{P'}$

Aufgabe 1.29

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -\frac{2}{3}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P .

$\overset{\circ}{Z}$ $\overset{\circ}{P'}$

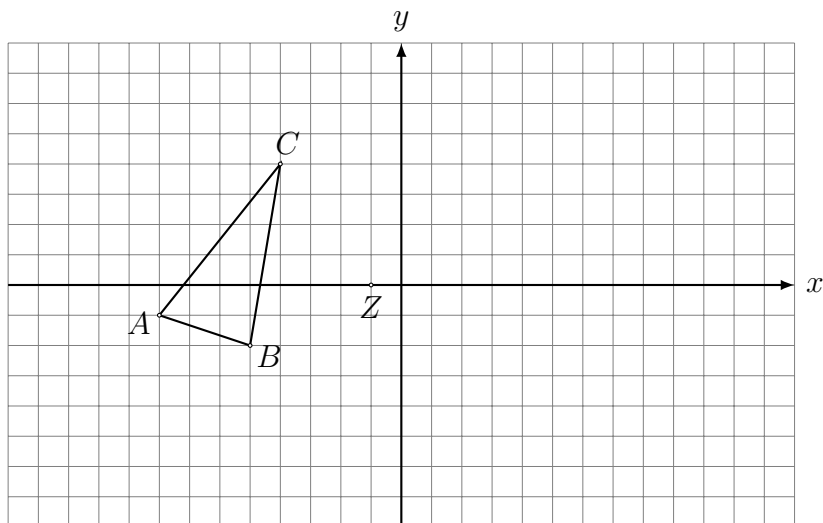
Aufgabe 1.30

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -\frac{3}{2}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P .

$\overset{\circ}{Z}$ $\overset{\circ}{P'}$

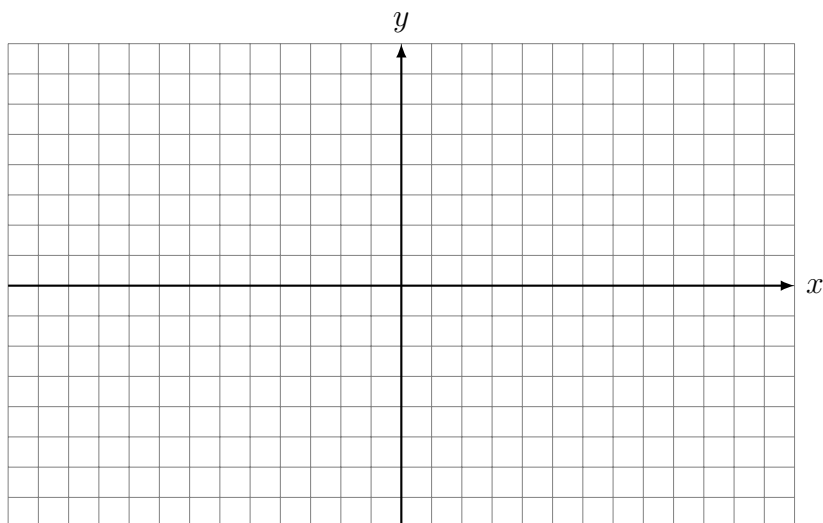
Aufgabe 1.31

Bilde das Dreieck ABC durch eine zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -\frac{4}{3}$ auf das Bilddreieck $A'B'C'$ ab.



Aufgabe 1.32

Die Punkte $A(-6, 2)$ und $B(2, 1)$ werden durch eine zentrische Streckung auf den Punkt $A'(-9, 7)$ bzw. $B'(7, 5)$ abgebildet. Bestimme aufgrund der Zeichnung Z und k .

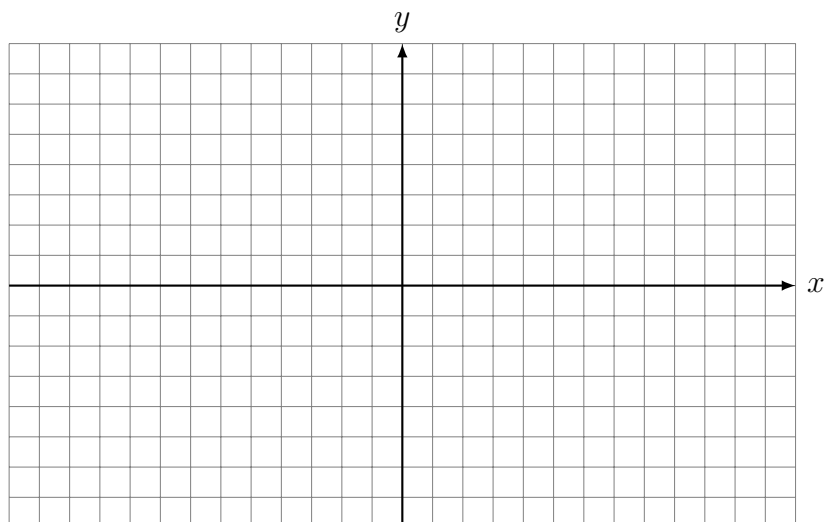


Aufgabe 1.33

Das Dreieck $A(2, 1)$, $B(4, 1)$ und $C(2, 2)$ wird durch die zentrische Streckung mit $Z(0, 0)$ und $k_1 = 2$ auf das Dreieck $A'B'C'$ abgebildet.

Anschliessend wird $A'B'C'$ durch die zentrische Streckung mit dem gleichen Zentrum Z und $k_2 = -1.5$ auf das Dreieck $A''B''C''$ abgebildet.

Konstruiere die Dreiecke. Beschreibe die direkte Abbildung von ABC nach $A''B''C''$ (Zentrum? Streckungsfaktor?)

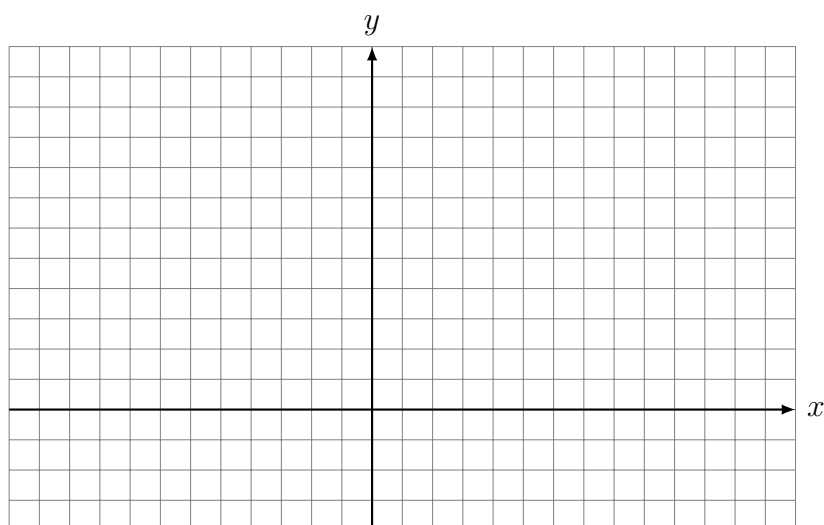


Aufgabe 1.34

Das Dreieck mit den Ecken $A(5, 6)$, $B(7, 8)$ und $C(4, 8)$ wird durch die zentrische Streckung mit Zentrum $Z_1(11, 7)$ und Faktor $k_1 = 3$ auf das Dreieck $A'B'C'$ abgebildet.

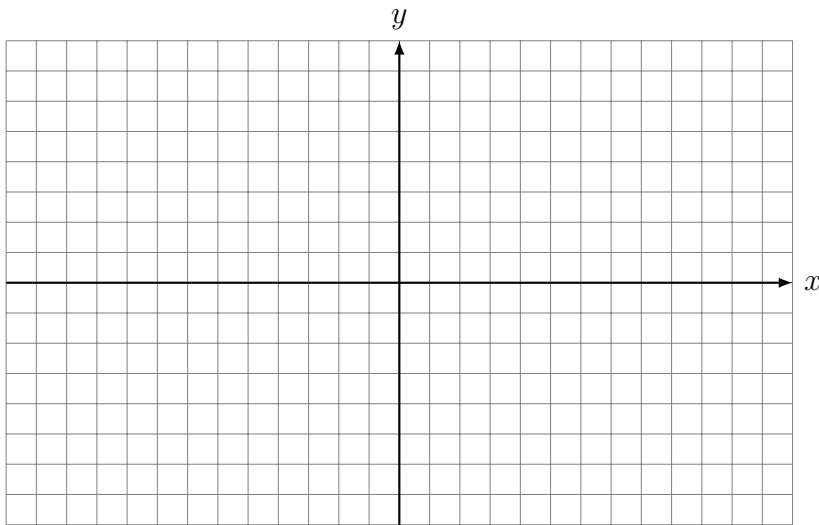
Anschliessend wird das Dreieck $A'B'C'$ durch die zentrische Streckung mit Zentrum $Z_2(1, 2)$ und Faktor $k_2 = -0.5$ auf das Dreieck $A''B''C''$ abgebildet.

Konstruiere die Dreiecke. Beschreibe die direkte Abbildung von ABC nach $A''B''C''$.



Aufgabe 1.35

Der Kreis K mit Mittelpunkt $M(2, -1)$ und Radius $r = 4$ wird durch die zentrische Streckung mit Zentrum $Z = M$ und Faktor $k = 1.5$ auf den Kreis K' abgebildet. Konstruiere die Kreise K und K' und berechne der Flächeninhalt des Kreisrings.

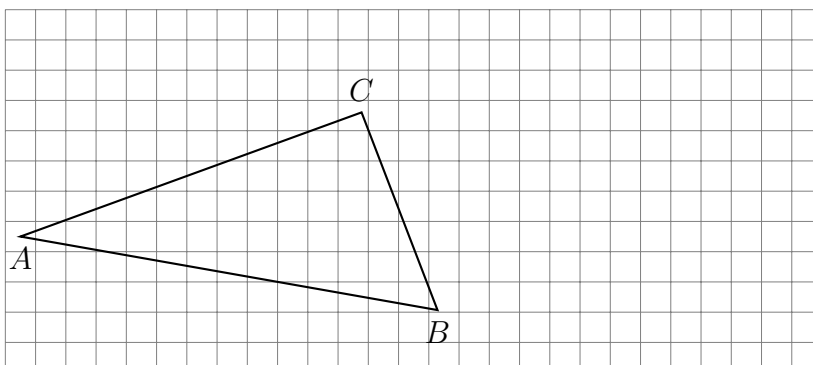


Aufgabe 1.36

Zähle fünf verschiedene geometrische Eigenschaften einer zentrischen Streckung mit Zentrum Z und Streckungsfaktor $k \neq 0$ auf.

Aufgabe 1.37

Gegeben ist das Dreieck ABC . Konstruiere den Punkt P , der die Strecke AB von A aus im Verhältnis $CA : CB$ teilt.

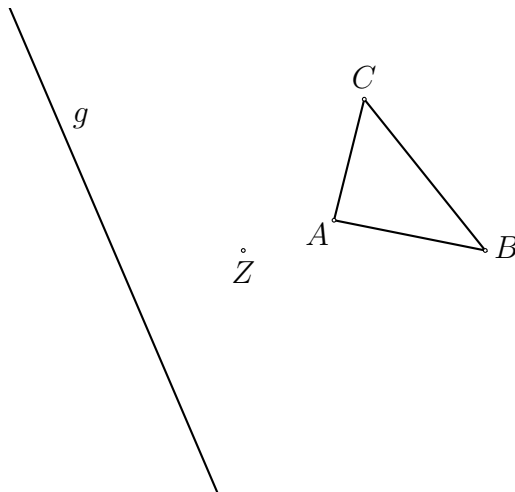


Aufgabe 1.41

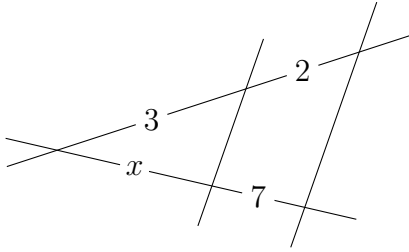
Ein Rechteck mit den Seitenlängen $a = 7\text{ cm}$ und $b = 2\text{ cm}$ wird durch eine zentrische Streckung auf ein Rechteck abgebildet, welches den Flächeninhalt $A' = 350\text{ cm}^2$ hat. Berechne den Streckungsfaktor der zentrischen Streckung und die Längen der Seiten a' und b' des Bildrechtecks.

Aufgabe 1.42

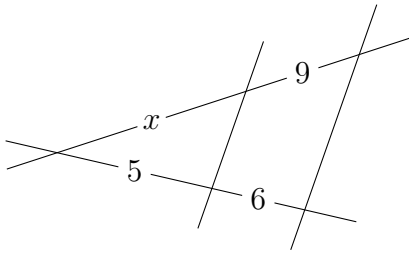
Strecke das Dreieck ABC am Zentrum Z so, dass die Ecke A' des Bilddreiecks $A'B'C'$ auf der Geraden g liegt.



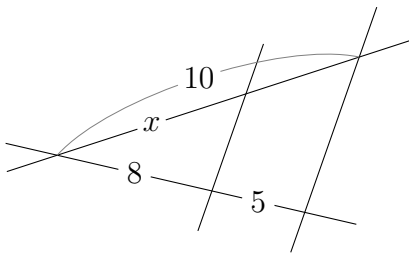
Aufgabe 2.1



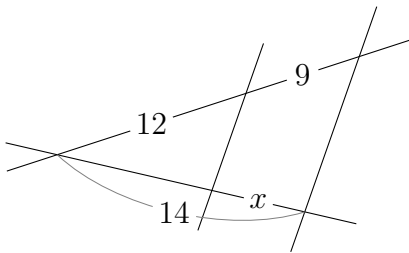
Aufgabe 2.2



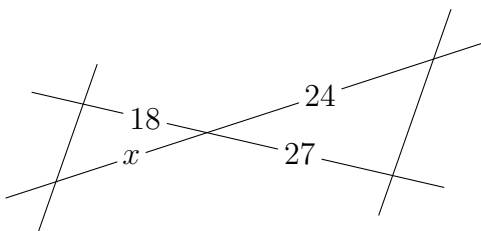
Aufgabe 2.3



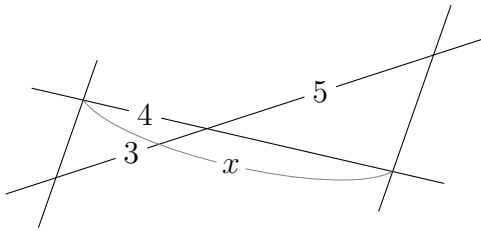
Aufgabe 2.4



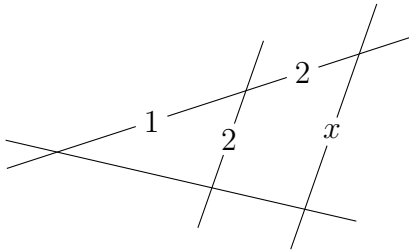
Aufgabe 2.5



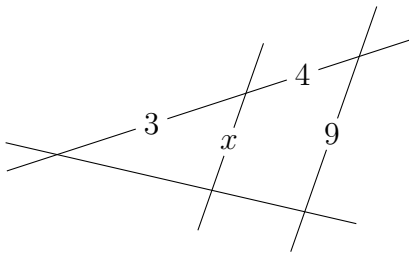
Aufgabe 2.6



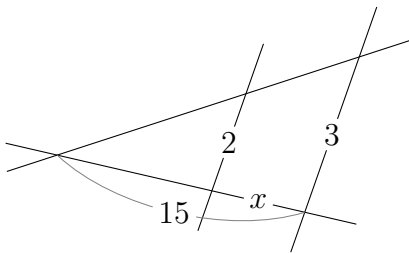
Aufgabe 2.7



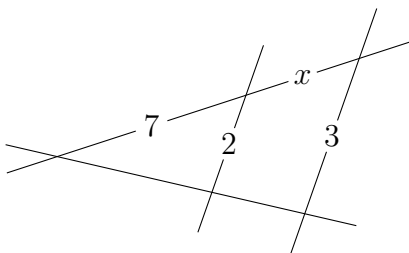
Aufgabe 2.8



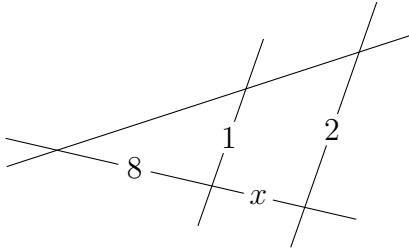
Aufgabe 2.9



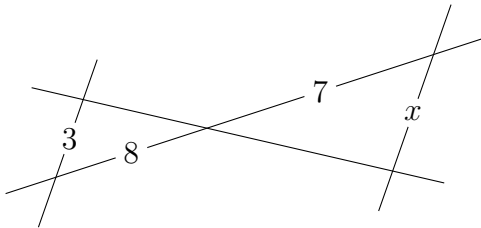
Aufgabe 2.10



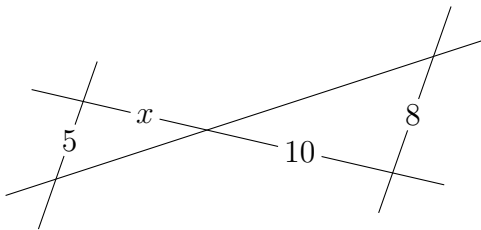
Aufgabe 2.11



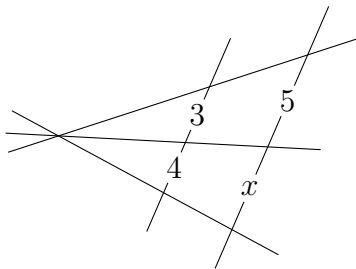
Aufgabe 2.12



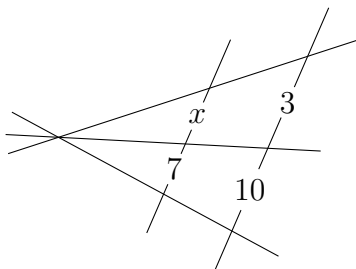
Aufgabe 2.13



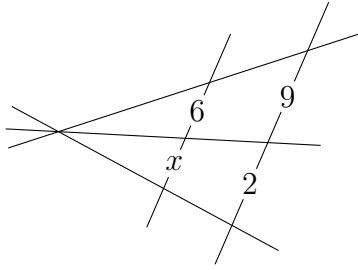
Aufgabe 2.14



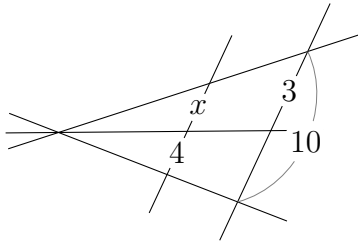
Aufgabe 2.15



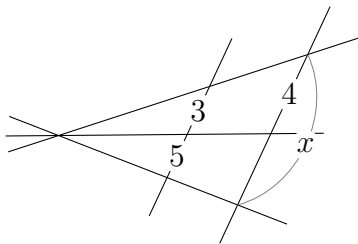
Aufgabe 2.16



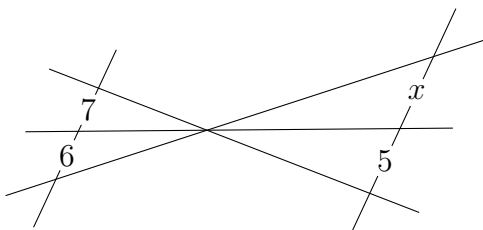
Aufgabe 2.17



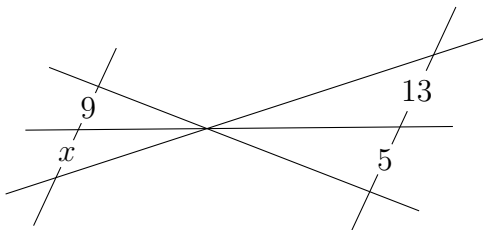
Aufgabe 2.18



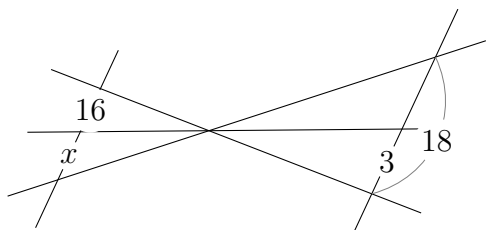
Aufgabe 2.19



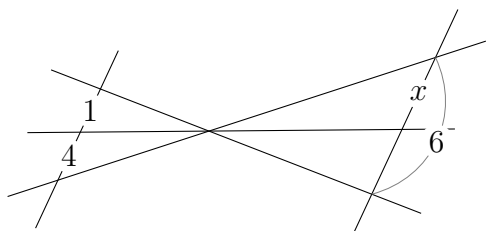
Aufgabe 2.20



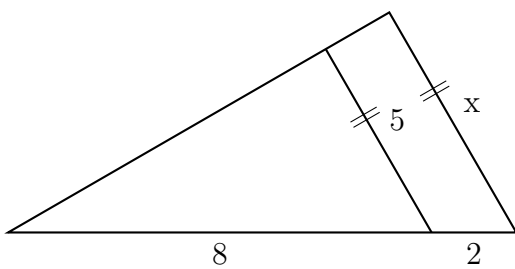
Aufgabe 2.21



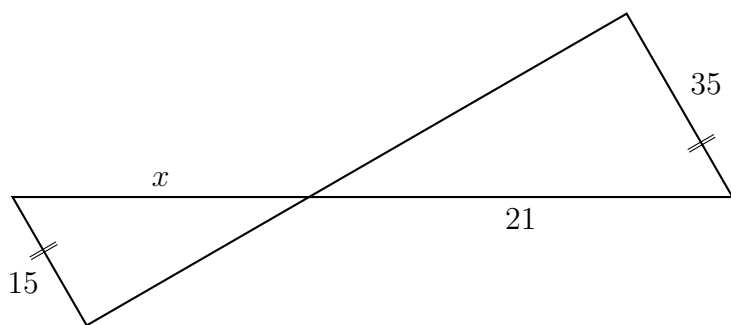
Aufgabe 2.22



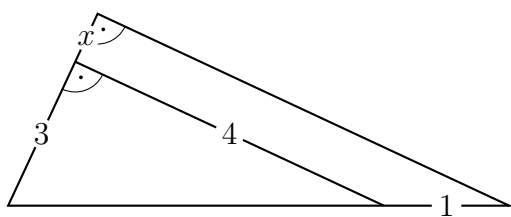
Aufgabe 2.23



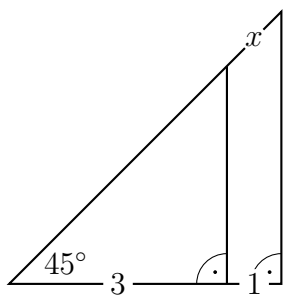
Aufgabe 2.24



Aufgabe 2.25

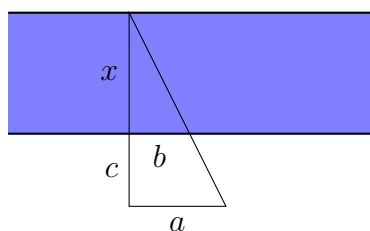


Aufgabe 2.26



Aufgabe 2.27

Gesucht ist die Breite x eines Flusses mit folgenden Werten aus der Vermessung: $a = 30\text{m}$, $b = 20\text{m}$, $c = 9\text{m}$.



Aufgabe 2.28

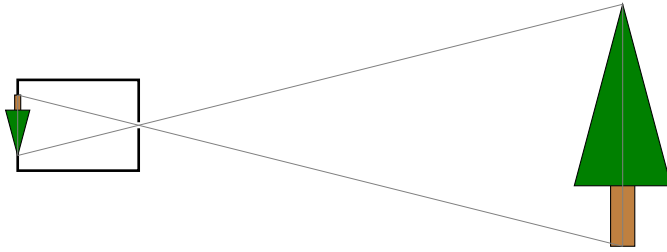
Der Schatten einer 1.75 m grossen Person ist 2.80 m lang. Wie hoch ist ein Haus, das zur gleichen Zeit einen Schatten von 20 m wirft?

Aufgabe 2.29

Hält man eine Erbse von 6 mm Durchmesser 70 cm vom Auge entfernt, so verdeckt sie gerade den Vollmond mit dem Durchmesser von 3476 km . Wie weit ist der Mond zur Zeit der Messung von der Erde entfernt?

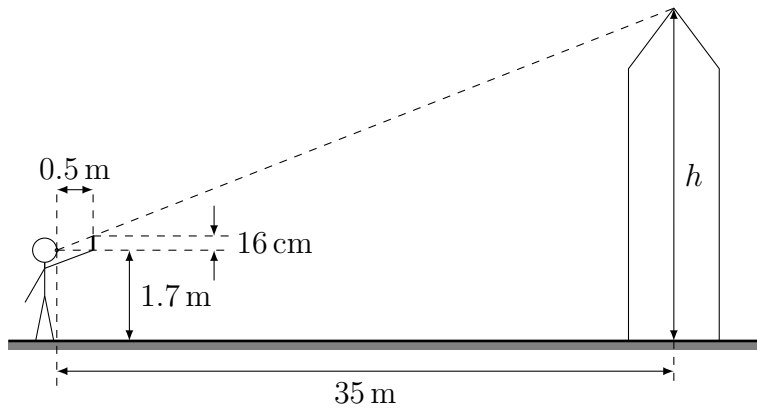
Aufgabe 2.30

Bei einer Lochkamera wirft ein 15 m hoher Baum ein 6 cm hohes Bild auf einen Film, der sich 15 cm von der Öffnung entfernt befindet. Wie weit ist der Baum von der Öffnung der Kamera entfernt?



Aufgabe 2.31

Berechne die Höhe h des Turms.



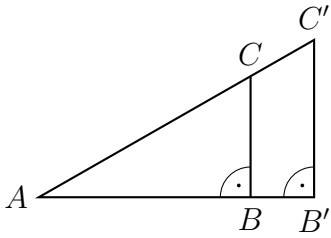
Aufgabe 2.32

Bestimme die Distanz vom Erdmittelpunkt bis zum äussersten Punkt des Erdschattens, der durch die Sonne verursacht wird.

(Erdradius $r_E \approx 6370$ km, Sonnenradius $r_S \approx 700\,000$ km, Abstand Erde–Sonne $|M_E M_S| \approx 1.5 \cdot 10^8$ km)

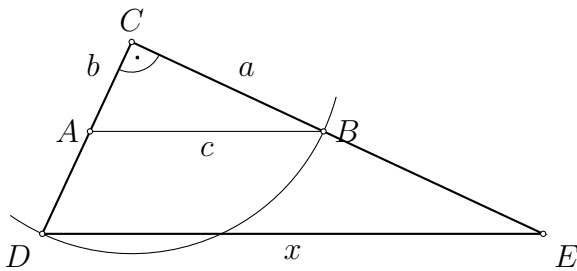
Aufgabe 2.33

Es sind $\overline{BC} = 4.8 \text{ cm}$ und $\overline{B'C'} = 7.2 \text{ cm}$. Wie verhalten sich die Flächeninhalte der Dreiecke $AB'C'$ und ABC zueinander?



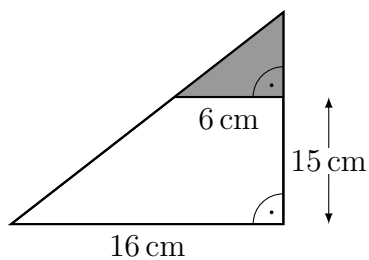
Aufgabe 2.34

Wie lang ist die zur Hypotenuse c parallele Strecke x , wenn die Kathete $a = 4 \text{ cm}$, die Kathete $b = 3 \text{ cm}$ misst die Strecken CD und CB gleich lang sind?



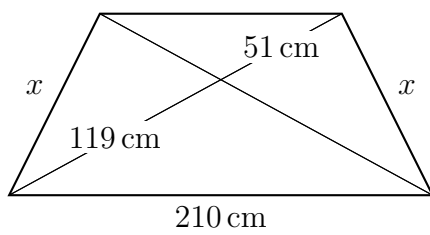
Aufgabe 2.35

Berechne den Inhalt der grau markierten Fläche.



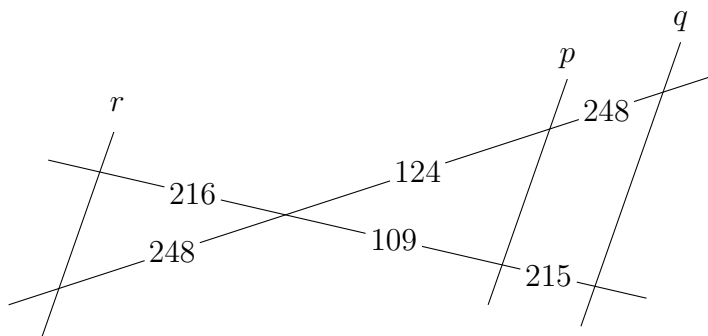
Aufgabe 2.36

$x = ?$



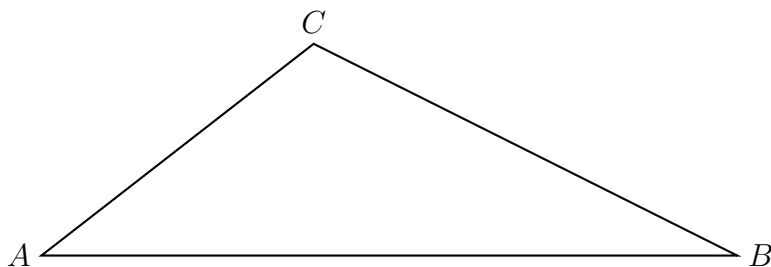
Aufgabe 2.37

Untersuche mit Hilfe der Umkehrung des ersten Strahlensatzes, welche der Geraden p , q und r parallel zueinander sind und welche nicht.



Aufgabe 2.38

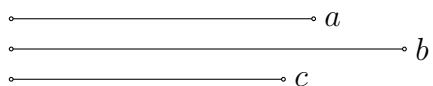
Das Dreieck ABC soll durch Geraden von C aus in drei Teile zerlegt werden, deren Flächeinhalte sich verhalten wie $1 : 3 : 2$.



Aufgabe 2.39

Vierte Proportionale: Sind drei Strecken a , b und c gegeben, so lässt sich mit Hilfe der Strahlensätze eine vierte Strecke x so bestimmen, dass die Proportion $a : b = c : x$ gültig ist. x heisst die *vierte Proportionale* der Strecken a , b und c .

Konstruiere die vierte Proportionale der gegebenen Strecken a , b und c .



Aufgabe 3.1

Welche der folgenden geometrischen Eigenschaften bleiben durch die jeweilige Kongruenz- bzw. Ähnlichkeitsabbildung erhalten?

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität				
Orientierung				
Längen				
Winkel				

Aufgabe 3.2

Die Seiten eines Vierecks $ABCD$ messen $a = 3$ cm, $b = 5$ cm, $c = 6$ cm und $d = 8$ cm. Der Umfang eines ähnlichen Vierecks beträgt 33 cm. Wie lang sind die Seiten des ähnlichen Vierecks?

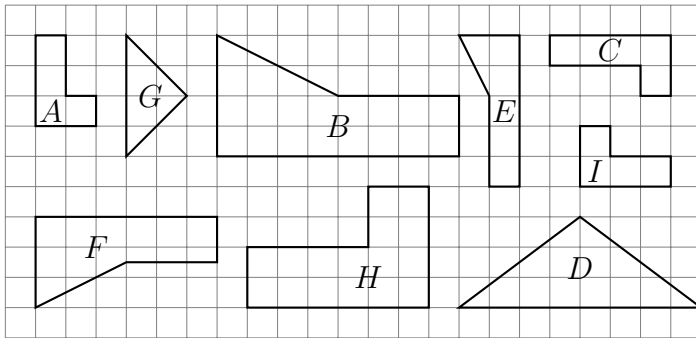
Aufgabe 3.3

Sind die Dreiecke ABC und $A'B'C'$ ähnlich?

- (a) $a = 15$ cm, $b = 18$ cm, $c = 12$ cm
 $a' = 20$ cm, $b' = 24$ cm, $c' = 16$ cm
- (b) $\alpha = 57^\circ$, $\beta = 42^\circ$
 $\beta' = 42^\circ$, $\gamma' = 81^\circ$
- (c) $b = 12$ m, $\alpha = 30^\circ$, $c = 10$ m
 $b' = 10$ m, $\alpha' = 30^\circ$, $c' = 8$ m
- (d) $b = 10$ cm, $\gamma = 40^\circ$, $c = 8$ cm
 $b' = 12$ cm, $\gamma' = 40^\circ$, $c' = 9.6$ cm
- (e) $b = 10$ cm, $\beta = 50^\circ$, $c = 8$ cm
 $b' = 12$ cm, $\beta' = 50^\circ$, $c' = 9.6$ cm

Aufgabe 3.4

Welche Figuren sind ähnlich?



Aufgabe 3.5

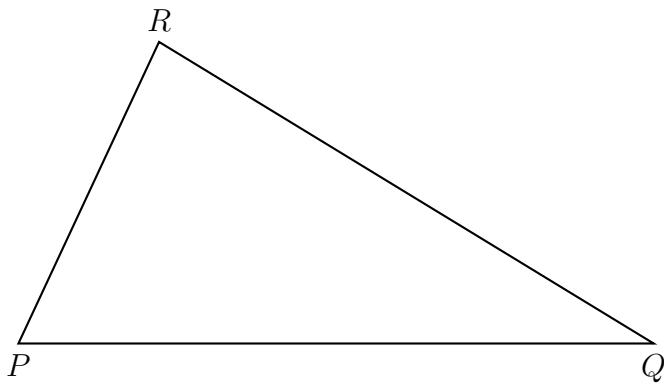
In einem rechtwinkligen Dreieck misst die Höhe $h = 24$ cm, und der Hypotenusenabschnitt $q = 40$ cm. Wie lang ist die Hypotenuse c ?

Aufgabe 3.6

Die Kathete b eines rechtwinkligen Dreiecks misst 65 cm, der Hypotenusenabschnitt $q = 25$ cm. Berechne die Länge der Kathete a .

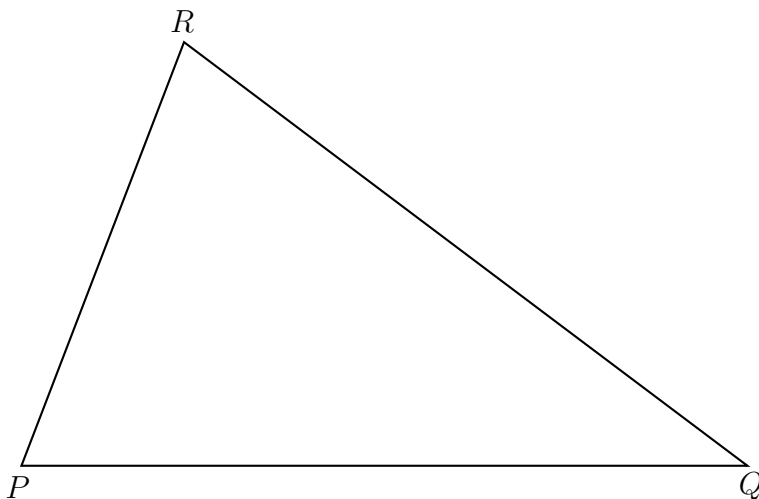
Aufgabe 3.7

Schreibe in das Dreieck PQR ein Rechteck $ABCD$ ein, das doppelt so lang wie breit ist und von dem zwei Ecken auf PQ liegen.



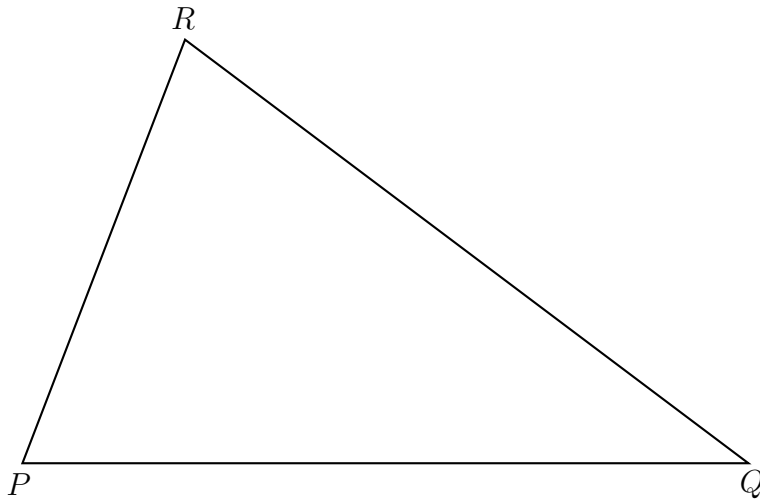
Aufgabe 3.8

Schreibe in das Dreieck PQR einen Rhombus $ABCD$ mit $\beta = 60^\circ$ ein, so dass zwei Ecken auf der Seite PQ liegen.



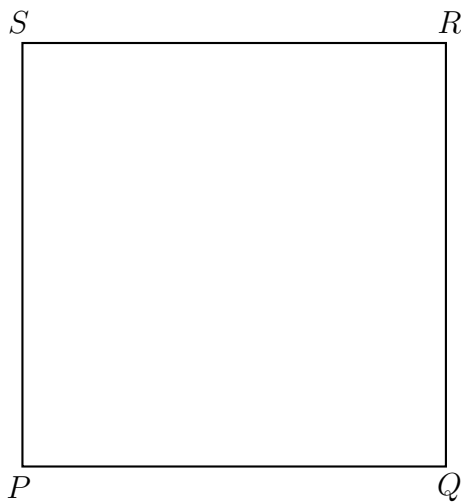
Aufgabe 3.9

Schreibe dem Dreieck PQR ein gleichschenkelig rechtwinkliges Dreieck so ein, dass eine seiner Katheten parallel zu PQ ist.



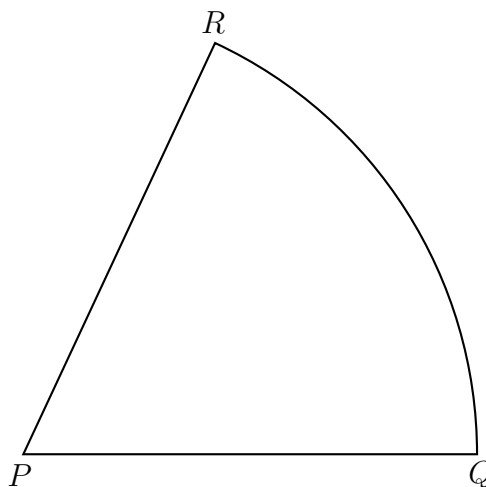
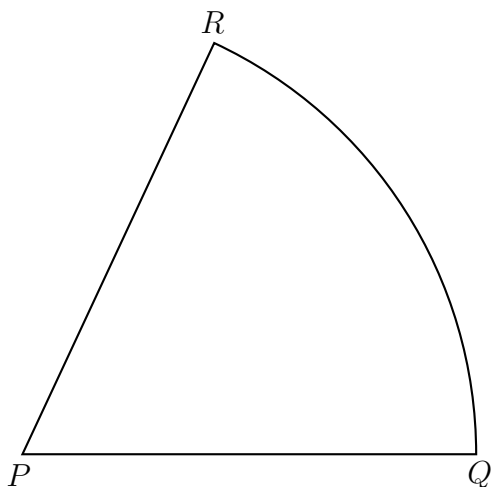
Aufgabe 3.10

Schreibe dem Quadrat $PQRS$ ein gleichseitiges Dreieck so ein, dass eine der Dreieckseiten mit einer Quadratseite den Winkel 25° einschliesst.



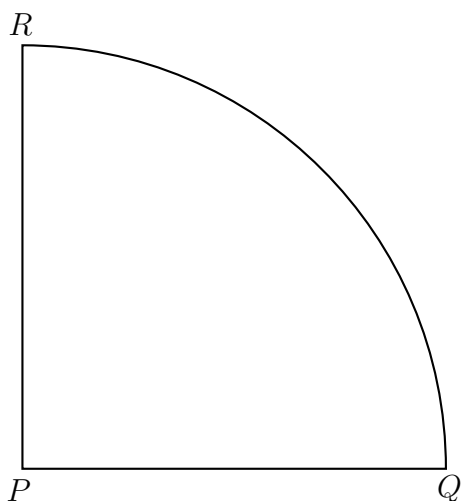
Aufgabe 3.11

Dem Kreissektor soll ein Quadrat einbeschrieben werden. Konstruiere zwei verschiedene Lösungen.

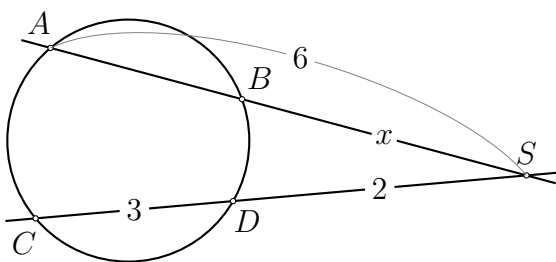


Aufgabe 3.12*

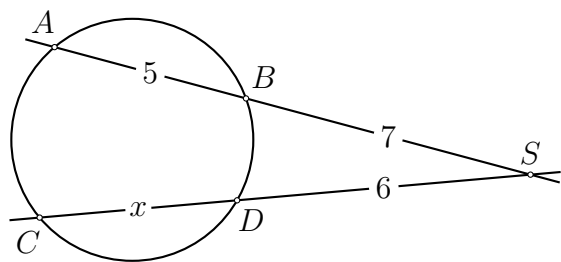
Dem Viertelkreis soll ein Kreis einbeschrieben werden.



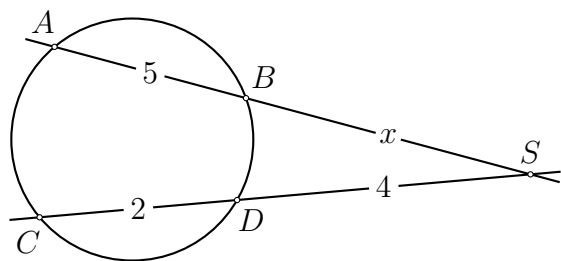
Aufgabe 3.13



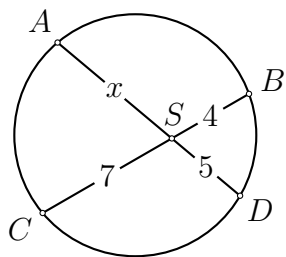
Aufgabe 3.14



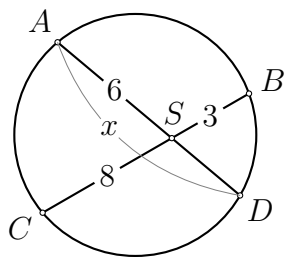
Aufgabe 3.15*



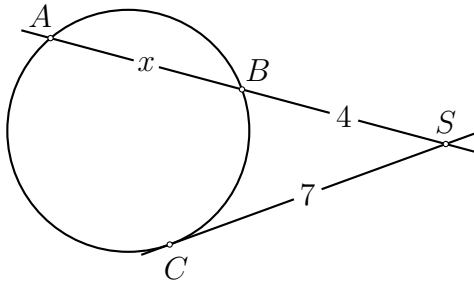
Aufgabe 3.16



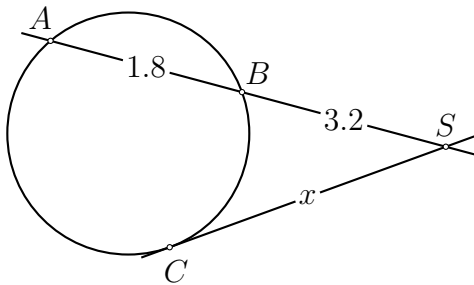
Aufgabe 3.17



Aufgabe 3.18



Aufgabe 3.19



Aufgabe 3.20

Ein Bergsteiger befindet sich auf dem Mount Everest (8848 m) Welche Distanz haben die entferntesten beobachtbaren Punkte der Erde von ihm.

Aufgabe 3.21

Von einem Punkt S aus wird die Zentrale durch einen Kreis mit Radius r gezeichnet. Der grössere Abschnitt der Zentralen hat eine Länge von 13 cm. Die von S ausgehenden Tangenten berühren den Kreis im Abstand von je 5 cm. Berechne den Kreisradius.