
Die quadratische Gleichung
Übungen (L)

Aufgabe 1.1

$$2x^2 - 5x + 2 = 9$$

$$2x^2 - 5x - 7 = 0$$

Aufgabe 1.2

$$7x^2 + 4x + 2 = 2x^2 - 3x + 1$$

$$5x^2 + 7x + 1 = 0$$

Aufgabe 1.3

$$2x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x^2 - 3x + 4 = 0$$

Aufgabe 1.4

$$5x^2 + 8x - 9 = 0$$

$$x^2 + \frac{8}{5}x - \frac{9}{5} = 0$$

Aufgabe 1.5

$$4x^2 + 7x - 11 = x^2 + x - 2$$

$$3x^2 + 6x - 9 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

Aufgabe 1.6

$$\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4} + 2x = 0$$

$$\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{3}{4} = 0$$

$$x^2 + 4x - \frac{3}{2} = 0$$

Aufgabe 1.7

$$\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{3}{7} = 0$$

$$x^2 + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2}x + \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{2} = 0$$

$$x^2 + \frac{6}{5}x + \frac{9}{14} = 0$$

Aufgabe 1.8

$$3x^2 - 5x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 3, b = -5, c = 2$$

Aufgabe 1.9

$$-x^2 + 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = -1, b = 0, c = 9$$

Aufgabe 1.10

$$4x^2 + 3 - 7x = 2x^2 - 4x + 2$$

$$2x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 0$$

$$a = 1, b = \frac{3}{2}, c = \frac{1}{2}$$

Aufgabe 2.1

$$x^2 = 4.41$$

$$L = \{2.1, -2.1\}$$

Aufgabe 2.2

$$x^2 = 19$$

$$L = \{\sqrt{19}, -\sqrt{19}\}$$

Aufgabe 2.3

$$x^2 + 36 = 0$$

$$x^2 = -36$$

$$L = \{ \}$$

Aufgabe 2.4

$$50x^2 = 8$$

$$x^2 = \frac{8}{50} = \frac{4}{25}$$

$$L = \left\{ \frac{2}{5}, -\frac{2}{5} \right\}$$

Aufgabe 2.5

$$0.3x^2 - 3.6 = 0$$

$$0.3x^2 = 3.6$$

$$x^2 = 12$$

$$L = \{2\sqrt{3}, -2\sqrt{3}\}$$

Aufgabe 2.6

$$4x^2 + 8 = 6x^2 - 90$$

$$98 = 2x^2$$

$$49 = x^2$$

$$L = \{-7, 7\}$$

Aufgabe 2.7

$$\frac{1}{x^2} = \frac{9}{7}$$

$$x^2 = \frac{7}{9}$$

$$L = \left\{ -\frac{\sqrt{7}}{3}, \frac{\sqrt{7}}{3} \right\}$$

Aufgabe 2.8

$$\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x^2 \quad || \cdot 12$$

$$2x^2 + 3 = 6 - 4x^2$$

$$6x^2 = 3$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$L = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

Aufgabe 2.9

$$(2x - 3)^2 = (3x - 2)^2$$

$$4x^2 - 12x + 9 = 9x^2 - 12x + 4$$

$$5 = 5x^2$$

$$x^2 = 1$$

$$L = \{-1, 1\}$$

oder eleganter ($A^2 = B^2 \Rightarrow A = \pm B$):

$$(2x - 3)^2 = (3x - 2)^2$$

$$2x - 3 = 3x - 2$$

$$-x = 1$$

$$x = -1$$

$$2x - 3 = -(3x - 2) = -3x + 2$$

$$5x = 5$$

$$x = 1$$

Aufgabe 2.10

$$(2x - 1)(2x + 6) = (x + 1)(3x + 7)$$

$$4x^2 + 10x - 6 = 3x^2 + 10x + 7$$

$$x^2 = 13$$

$$L = \{\sqrt{13}, -\sqrt{13}\}$$

Aufgabe 2.11

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0$$

$$L = \{0, 4\}$$

Aufgabe 2.12

$$x^2 = 5x$$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x - 5) = 0$$

$$L = \{0, 5\}$$

Aufgabe 2.13

$$0.7x^2 = -17.5x$$

$$0.7x^2 + 17.5x = 0$$

$$x^2 + 25x = 0$$

$$x(x + 25) = 0$$

$$L = \{0, -25\}$$

Aufgabe 2.14

$$2x^2 - 3x = 0$$

$$2x \left(x - \frac{3}{2} \right) = 0$$

$$L = \left\{ 0, \frac{3}{2} \right\}$$

Aufgabe 2.15

$$3x^2 + \frac{1}{2}x = 0$$

$$3x \left(x + \frac{1}{6} \right) = 0$$

$$L = \left\{ 0, -\frac{1}{6} \right\}$$

Aufgabe 2.16

$$\frac{5}{6}x^2 = \frac{2}{9}x \quad || \cdot 18$$

$$15x^2 = 4x$$

$$15x^2 - 4x = 0$$

$$15x \left(x - \frac{4}{15}x \right) = 0$$

$$L = \left\{ 0, \frac{4}{15} \right\}$$

Aufgabe 2.17

$$x^2 + ax = 0$$

$$x(x + a) = 0$$

$$L = \{0, -a\}$$

Aufgabe 2.18

$$(2x + 7)(3x + 1) = (x + 1)(4x + 7)$$

$$6x^2 + 23x + 7 = 4x^2 + 11x + 7$$

$$2x^2 + 12x = 0$$

$$2x(x + 6) = 0$$

$$L = \{0, -6\}$$

Aufgabe 2.19

$$sx^2 = tx$$

$$sx^2 - tx = 0$$

$$sx \left(x - \frac{t}{s} \right) = 0$$

$$L = \left\{ 0, \frac{t}{s} \right\}$$

Aufgabe 2.20

$$(x - 4)^2 = 4(x - 2)^2$$

$$x^2 - 8x + 16 = 4(x^2 - 4x + 4)$$

$$x^2 - 8x + 16 = 4x^2 - 16x + 16$$

$$0 = 3x^2 - 8x$$

$$0 = 3x \left(x - \frac{8}{3} \right)$$

$$L = \left\{ 0, \frac{8}{3} \right\}$$

Aufgabe 2.21

$$\begin{aligned}x^2 - 6x + 5 &= 0 \\(x - 5)(x - 1) &= 0 \Rightarrow L = \{5, 1\}\end{aligned}$$

Aufgabe 2.22

$$\begin{aligned}x^2 - 3x - 4 &= 0 \\(x + 1)(x - 4) &= 0 \Rightarrow L = \{-1, 4\}\end{aligned}$$

Aufgabe 2.23

$$\begin{aligned}x^2 + 7x - 18 &= 0 \\(x - 2)(x + 9) &= 0 \Rightarrow L = \{2, -9\}\end{aligned}$$

Aufgabe 2.24

$$\begin{aligned}x^2 - 10x + 25 &= 0 \\(x - 5)(x - 5) &= 0 \Rightarrow L = \{5\}\end{aligned}$$

Aufgabe 2.25

$$\begin{aligned}x^2 - 9x + 14 &= 0 \\(x - 2)(x - 7) &= 0 \Rightarrow L = \{2, 7\}\end{aligned}$$

Aufgabe 2.26

$$\begin{aligned}x^2 + 5x - 36 &= 0 \\(x - 4)(x + 9) &= 0 \Rightarrow L = \{4, -9\}\end{aligned}$$

Aufgabe 2.27

$$\begin{aligned}x^2 + 7x - 8 &= 0 \\(x - 1)(x + 8) &= 0 \Rightarrow L = \{1, -8\}\end{aligned}$$

Aufgabe 2.28

$$\begin{aligned}x^2 - 4x - 45 &= 0 \\(x + 5)(x - 9) &= 0 \Rightarrow L = \{-5, 9\}\end{aligned}$$

Aufgabe 2.29

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 1 &= 0 \\(x + 1)^2 &= 0 \Rightarrow L = \{-1\}\end{aligned}$$

Aufgabe 2.30

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$
$$(x - 6)(x + 3) = 0 \quad \Rightarrow \quad L = \{-3, 6\}$$

Aufgabe 3.1

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = -1 + 4 \quad \left[\text{quadr. Ergänzung: } \left(\frac{-4}{2} \right)^2 = 4 \right]$$

$$(x - 2)^2 = 3$$

$$x - 2 = \pm\sqrt{3}$$

$$L = \{2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}\}$$

Aufgabe 3.2

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = -4 + 1 \quad \left[\text{quadr. Ergänzung: } \left(\frac{2}{2} \right)^2 = 1 \right]$$

$$(x + 1)^2 = -3$$

$$L = \{ \}$$

Aufgabe 3.3

$$x^2 + 10x - 4 = 0$$

$$x^2 + 10x + 25 = 4 + 25 \quad \left[\text{quadr. Ergänzung: } \left(\frac{10}{2} \right)^2 = 25 \right]$$

$$(x + 5)^2 = 29$$

$$x + 5 = \pm\sqrt{29}$$

$$L = \{-5 + \sqrt{29}, -5 - \sqrt{29}\}$$

Aufgabe 3.4

$$x^2 - 7x + 8 = 0$$

$$x^2 - 7x + \frac{49}{4} = -8 + \frac{49}{4} \quad \left[\text{quadr. Ergänzung: } \left(\frac{-7}{2} \right)^2 = \frac{49}{4} \right]$$

$$\left(x - \frac{7}{2} \right)^2 = \frac{17}{4}$$

$$x - \frac{7}{2} = \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$L = \left\{ \frac{7}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}, \frac{7}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2} \right\}$$

Aufgabe 3.5

$$2x^2 + x + 3 = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = -\frac{3}{2} + \frac{1}{16} \quad \left[\text{quadr. Ergänzung: } \left(\frac{1/2}{2} \right)^2 = \frac{1}{16} \right]$$

$$\left(x + \frac{1}{4} \right)^2 = -\frac{23}{16}$$

$$L = \{ \}$$

Aufgabe 3.6

$$x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 5 + 1 \quad \left[\text{quadr. Ergänzung: } \left(\frac{2}{2} \right)^2 = 1 \right]$$

$$(x + 1)^2 = 6$$

$$x + 1 = \pm \sqrt{6}$$

$$L = \left\{ -1 + \sqrt{6}, -1 - \sqrt{6} \right\}$$

Aufgabe 3.7

$$2x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 0$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = -\frac{1}{2} + \frac{9}{16} \quad \left[\text{quadr. Ergänzung: } \left(\frac{3/2}{2}\right)^2 = \frac{9}{16} \right]$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

$$x + \frac{3}{4} = \pm \frac{1}{4}$$

$$L = \left\{ -\frac{1}{2}, -1 \right\}$$

Aufgabe 3.8

$$4x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = -\frac{9}{4} + \frac{9}{4} \quad \left[\text{quadr. Ergänzung: } \left(\frac{-3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \right]$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$x - \frac{3}{2} = 0$$

$$L = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

Aufgabe 4.1

Koeffizienten: $a = 1$, $b = -6$, $c = 4$

Diskriminante: $D = b^2 - 4ac = 20$

Lösungen: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{6 \pm \sqrt{20}}{2}$

$$L = \left\{ 3 + \sqrt{5}, 3 - \sqrt{5} \right\}$$

Aufgabe 4.2

Koeffizienten: $a = 1, b = 4, c = -5$

Diskriminante: $D = b^2 - 4ac = 36$

Lösungen: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2}$

$L = \{1, -5\}$

Aufgabe 4.3

Koeffizienten: $a = 25, b = -50, c = 16$

Diskriminante: $D = b^2 - 4ac = 900$

Lösungen: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{50 \pm \sqrt{900}}{50}$

$L = \left\{ \frac{8}{5}, \frac{2}{5} \right\}$

Aufgabe 4.4

Koeffizienten: $a = 10, b = 11, c = 3$

Diskriminante: $D = b^2 - 4ac = 1$

Lösungen: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-11 \pm \sqrt{1}}{20}$

$L = \left\{ -\frac{1}{2}, -\frac{3}{5} \right\}$

Aufgabe 4.5

Koeffizienten: $a = 2, b = 7, c = 3$

Diskriminante: $D = b^2 - 4ac = 25$

Lösungen: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{4}$

$L = \left\{ -\frac{1}{2}, -3 \right\}$

Aufgabe 4.6

Koeffizienten: $a = 20, b = -7, c = -6$

Diskriminante: $D = b^2 - 4ac = 529$

Lösungen: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{7 \pm \sqrt{529}}{40}$

$$L = \left\{ \frac{3}{4}, -\frac{2}{5} \right\}$$

Aufgabe 4.7

Koeffizienten: $a = 3, b = 8, c = -3$

Diskriminante: $D = b^2 - 4ac = 100$

Lösungen: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{100}}{6}$

$$L = \left\{ \frac{1}{3}, -3 \right\}$$

Aufgabe 4.8

Koeffizienten: $a = 5, b = -8, c = -21$

Diskriminante: $D = b^2 - 4ac = 484$

Lösungen: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{8 \pm \sqrt{484}}{10}$

$$L = \left\{ 3, -\frac{7}{5} \right\}$$

Aufgabe 4.9

Koeffizienten: $a = -1, b = 2, c = 1$

Diskriminante: $D = b^2 - 4ac = 8$

Lösungen: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{-2}$

$$L = \left\{ 1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2} \right\}$$

Aufgabe 4.10

$$x - \frac{1}{x} = 1 \quad || \cdot x$$

$$x^2 - 1 = x$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

Koeffizienten: $a = 1, b = -1, c = -1$

Diskriminante: $D = b^2 - 4ac = 5$

$$\text{Lösungen: } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$L = \left\{ \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \right\}$$

Aufgabe 5.1

$$(x - 8)^2 + 4(x - 8) - 32 = 0$$

Substitution: $u \stackrel{*}{=} x - 8$

$$u^2 + 4u - 32 = 0$$

$$D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-32) = 16 + 128 = 144 = 12^2$$

$$u_1 = \frac{-4 + 12}{2} = 4 \stackrel{*}{=} x_1 - 8 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 12$$

$$u_2 = \frac{-4 - 12}{2} = -8 \stackrel{*}{=} x_2 - 8 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 0$$

$$L = \{0, 12\}$$

Aufgabe 5.2

$$16 \left(\frac{x}{3}\right)^2 + 24 \left(\frac{x}{3}\right) - 27 = 0$$

Substitution: $u \stackrel{*}{=} \frac{x}{3}$

$$16u^2 + 24u - 27 = 0$$

$$D = 24^2 - 4 \cdot 16 \cdot (-27) = (2^3 \cdot 3)^2 + 2^2 \cdot 2^4 \cdot 3^3 = 2^6 \cdot 3^2 + 2^6 \cdot 3^3$$

$$= 2^6 \cdot 3^2 \cdot (1 + 3) = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 2^2 = 2^8 \cdot 3^2 = (2^4 \cdot 3)^2 = 48^2$$

$$u_1 = \frac{-24 + 48}{32} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4} \stackrel{*}{=} \frac{x_1}{3} \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{9}{4}$$

$$u_2 = \frac{-24 - 48}{32} = \frac{-72}{32} = -\frac{9}{4} \stackrel{*}{=} \frac{x_2}{3} \quad \Rightarrow \quad x_2 = -\frac{27}{4}$$

$$L = \left\{ \frac{9}{4}, -\frac{27}{4} \right\}$$

Aufgabe 5.3

$$\left(\frac{x+7}{4}\right)^2 - 4\left(\frac{x+7}{4}\right) - 21 = 0$$

$$\text{Substitution: } u \stackrel{*}{=} \frac{x+7}{4}$$

$$u^2 - 4u - 21 = 0$$

$$(u+3)(u-7) = 0$$

$$u_1 = 7 \stackrel{*}{=} \frac{x_2+7}{4} \Rightarrow x_2 = 21$$

$$L = \{-19, 21\}$$

Aufgabe 5.4

$$x^4 - 9x^2 + 14 = 0$$

$$\text{Substitution: } u \stackrel{*}{=} x^2$$

$$u^2 - 9u + 14 = 0$$

$$(u-7)(u-2) = 0$$

$$u_1 = 7 \stackrel{*}{=} x^2 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{7}$$

$$u_2 = 2 \stackrel{*}{=} x^2 \Rightarrow x_{3,4} = \pm\sqrt{2}$$

$$L = \{\pm\sqrt{7}, \pm\sqrt{2}\}$$

Aufgabe 5.5

$$x^4 + 2x^2 - 24 = 0$$

$$\text{Substitution: } u \stackrel{*}{=} x^2$$

$$u^2 + 2u - 24 = 0$$

$$(u+6)(u-4) = 0$$

$$u_1 = -6 \stackrel{*}{=} x^2 \Rightarrow \text{keine Lösungen}$$

$$u_2 = 4 \stackrel{*}{=} x^2 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2$$

$$L = \{\pm 2\}$$

Aufgabe 5.6

$$x - 12\sqrt{x-3} + 32 = 0$$

$$(x - 3) - 12\sqrt{x-3} + 32 + 3 = 0$$

$$\text{Substitution: } u = \sqrt{x-3} \Rightarrow u^2 = x-3$$

$$u^2 - 12u + 35 = 0$$

$$(u-5)(u-7) = 0$$

$$u_1 = 5 = \sqrt{x-3} \Rightarrow x_1 = 28$$

$$u_2 = 7 = \sqrt{x-3} \Rightarrow x_2 = 52$$

$$L = \{28, 52\}$$

Aufgabe 5.7

$$(\sqrt{x+5})^2 - \sqrt{x+5} - 12 = 0$$

$$\text{Substitution: } u = \sqrt{x+5} \Rightarrow u^2 = x+5$$

$$u^2 - u - 12 = 0$$

$$(u-4)(u+3) = 0$$

$$u_1 = 4 = \sqrt{x+5} \Rightarrow x_1 = 11$$

$$u_2 = -3 = \sqrt{x+5} \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

$$L = \{11\}$$

Aufgabe 6.1 (119a, 120a)

$$(a) \quad x^2 + 4x + u = 0; \quad x_1 = 7$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow 7 + x_2 = -\frac{4}{1} = -4 \Rightarrow x_2 = -11$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow 7 \cdot (-11) = \frac{u}{1} \Rightarrow u = -77$$

$$(b) \quad 4x^2 - ux + 45 = 0; \quad x_1 = 4.5$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{9}{2} \cdot x_2 = \frac{45}{4} \Rightarrow x_2 = \frac{5}{2}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{9}{2} + \frac{5}{2} = 7 = \frac{u}{4} \Rightarrow u = 28$$

Aufgabe 7.1

$$(a) (x - 6)(x - 8) = x^2 - 8x - 6x + 48 = x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$(b) \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9} = x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0$$

$$(c) (x - 7)(x + 7) = x^2 - 49 = 0$$

$$\begin{aligned}(d) & (x - (1 + \sqrt{3}))(x - (1 - \sqrt{3})) \\ &= (x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3}) \\ &= ((x - 1) - \sqrt{3})((x - 1) + \sqrt{3}) \\ &= (x - 1)^2 - 3 = x^2 - 2x + 1 - 3 = x^2 - 2x - 2 = 0\end{aligned}$$

Aufgabe 7.2

$$(a) a\left(x - \frac{5}{6}\right)\left(x - \frac{3}{4}\right) = a\left(x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{5}{6}x + \frac{15}{24}\right) = a\left(x^2 - \frac{19}{12}x + \frac{5}{8}\right)$$

Wähle $a = \text{kgV}(12, 8) = 24$:

$$24x^2 - 38x + 15 = 0$$

$$(b) a(x + 2)\left(x - \frac{3}{4}\right) = a\left(x^2 - \frac{3}{4}x + 2x - \frac{3}{2}\right) = a\left(x^2 + \frac{5}{4}x - \frac{3}{2}\right)$$

Wähle $a = \text{kgV}(4, 2) = 4$:

$$4x^2 + 5x - 6 = 0$$

Aufgabe 7.3

$$(a) x^2 - x - 5700$$

$$D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 1 \cdot 5700 = 1 + 22800 = 22801 = 151^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 + 151}{2} = 76$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 - 151}{2} = -75$$

$$x^2 - x - 5700 = (x - 76)(x + 75)$$

$$(b) x^2 + x - 1$$

$$D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 1 + 4 = 5$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$x^2 + x - 1 = \left(x - \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right) \left(x - \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}\right)$$

$$= \left(x + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right) \left(x + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$$

Aufgabe 7.4

(a) $6x^2 + x - 2 = 0$

$$D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 6 \cdot (-2) = 49$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 + 7}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 - 7}{12} = \frac{-8}{12} = -\frac{2}{3}$$

$$6x^2 + x - 2 = 6\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right)$$

(b) $-4x^2 + 11x + 45 = 0$

$$D = b^2 - 4ac = 121 - 4 \cdot (-4) \cdot 45 = 841 = 29^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-11 + 29}{-8} = \frac{18}{-8} = -\frac{9}{4}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-11 - 29}{-8} = \frac{-40}{-8} = 5$$

$$-4x^2 + 11x + 45 = -4\left(x + \frac{9}{4}\right)(x - 5)$$

Aufgabe 7.5

(a) $\frac{x^2 + 5x - 14}{x^2 - 7x + 10} = \frac{(x + 7)(x - 2)}{(x - 5)(x - 2)} = \frac{x + 7}{x - 5}$

(b) $\frac{6x^2 - 11x + 3}{8x^2 - 6x - 9}$

Zähler: $6x^2 - 11x + 3 = 0$; $D = 121 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = 49$

$$x_1 = \frac{11 + 7}{12} = \frac{3}{2}; x_2 = \frac{11 - 7}{12} = \frac{1}{3}$$

Nenner: $8x^2 - 6x - 9 = 0$; $D = 36 - 4 \cdot 8 \cdot (-9) = 324 = 18^2$

$$x_1 = \frac{6 + 18}{16} = \frac{3}{2}; x_2 = \frac{6 - 18}{16} = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{6x^2 - 11x + 3}{8x^2 - 6x - 9} = \frac{6\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)}{8\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{3}{4}\right)} = \frac{3\left(x - \frac{1}{3}\right)}{4\left(x + \frac{3}{4}\right)} = \frac{3x - 1}{4x + 3}$$

Aufgabe 8.1

Anzahl der Diagonalen im konvexen n -Eck: $\frac{n(n-3)}{2}$

$$\frac{n(n-3)}{2} = 350$$

$$n(n-3) = 700$$

$$n^2 - 3n - 700 = 0$$

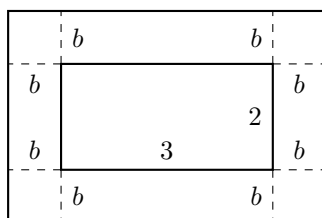
$$D = b^2 - 4ac = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-700) = 2809 = 53^2$$

$$n_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 + 53}{2} = 28$$

$$n_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 - 53}{2} = -25 \quad \text{sinnglos}$$

Ein konvexes 28-Eck hat 350 Diagonalen.

Aufgabe 8.2



Beet: $A_B = 3 \cdot 2 = 6$

Umfassung: $A_U = 6b + 4b + 4b^2 = 10b + 4b^2$

$A_B = A_u$

$$6 = 10b + 4b^2$$

$$0 = 4b^2 + 10b - 6$$

$$D = b^2 - 4ac = 100 - 4 \cdot 4 \cdot (-6) = 100 + 96 = 196$$

$$b_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-10 + 14}{2} = 2$$

$$b_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-10 - 14}{2} = -12 \quad \text{sinnglos}$$

Die Umfassung ist 2 cm breit.

Aufgabe 8.3

natürliche Zahlen: a, b mit $a < b$

$$b - a = 2 \quad \Rightarrow \quad b = a + 2$$

$$a \cdot b = 399$$

$$a \cdot (a + 2) = 399$$

$$a^2 + 2a - 399 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-399) = 4(1 + 399) = 1600 = 40^2$$

$$a_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 + 40}{2} = 19$$

$$a_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 - 40}{2} = -21 \quad \text{sinnlos}$$

$$b_1 = a_1 + 2 = 19 + 2 = 21$$

Aufgabe 8.4

Länge des Rechtecks: x

Breite des Rechtecks: y

Umfang des Rechtecks: $2x + 2y = 25$ (1)

Flächeninhalt des Rechtecks: $x \cdot y = 25$ (2)

Gleichung (1) zum Beispiel nach y auflösen:

$$2y = 25 - 2x \quad \Rightarrow \quad y = 12.5 - x$$

In der Gleichung (2) die Variable y durch $(12.5 - x)$ ersetzen:

$$25 = (12.5 - x)x$$

$$0 = x^2 - 12.5x + 25$$

$$0 = 2x^2 - 25x + 50$$

$$D = b^2 - 4ac = 625 - 4 \cdot 2 \cdot 50 = 225 = 15^2$$

$$x_1 = \frac{25 + 15}{4} = 10 \quad \Rightarrow \quad y_1 = 2.5$$

$$x_2 = \frac{25 - 15}{4} = 2.5 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 10$$

Das Rechteck ist 10 m lang und 2.5 m breit.

Aufgabe 8.5

sechs aufeinanderfolgende Zahlen mit der kleinsten Zahl a :

$a, a + 1, a + 2, a + 3, a + 4, a + 5$

Das Produkt der beiden kleinsten Zahlen:

$$a \cdot (a + 1) = a^2 + a$$

Die Summe der vier übrigen Zahlen:

$$(a + 2) + (a + 3) + (a + 4) + (a + 5) = 4a + 14$$

Gleichung:

$$\underbrace{a^2 + a}_{\text{größer}} = 3 \cdot \underbrace{(4a + 14)}_{\text{kleiner}}$$

$$a^2 + a = 12a + 42$$

$$a^2 - 11a - 42 = 0$$

$$(a + 3)(a - 14) = 0$$

$$a_1 = -3$$

$$a_2 = 14$$

1. Lösung: $-3, -2, -1, 0, 1, 2$

2. Lösung: $14, 15, 16, 17, 18, 19$

Aufgabe 8.6

Gesuchter Bruch: x

$$\frac{4}{9} \cdot x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} = 1 \quad || \cdot 18x$$

$$8x^2 + 9 = 18x$$

$$8x^2 - 18x + 9 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 324 - 4 \cdot 8 \cdot 9 = 36 = 6^2$$

$$x_1 = \frac{18 + 6}{16} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{18 - 6}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

Die Lösungen sind entweder $\frac{3}{2}$ oder $\frac{3}{4}$.

Aufgabe 8.7

Anzahl Ecken: n

$$\text{Anzahl Diagonalen: } \frac{n(n-3)}{2}$$

$$100n = \frac{n(n-3)}{2}$$

$$200n = n(n-3) \quad || : n$$

$$200 = n - 3$$

$$n = 203$$

Wenn wir durch n dividieren, verlieren wir die Lösung $n = 0$, was aber hier unproblematisch ist, ein 0-Eck sinnlos ist,

Es handelt sich um ein 203-Eck.

Aufgabe 8.8

Länge einer Kathete: a

Länge der Hypotenuse: $c = a + 1$

Länge der anderen Kathete: $b = 20 - a - (a + 1) = 20 - a - a - 1 = 19 - 2a$

Satz des Pythagoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 + (19 - 2a)^2 = (a + 1)^2$$

$$a^2 + 361 - 76a + 4a^2 = a^2 + 2a + 1$$

$$4a^2 - 78a + 360 = 0$$

$$2a^2 - 39a + 180 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 324$$

$$a_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{78 + 18}{8} = 12 \quad \Rightarrow \quad b_1 = 19 - 2a_1 = 19 - 24 = -5 \text{ (sinnlos)}$$

$$a_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{78 - 18}{8} = \frac{60}{8} = 7.5 \quad \Rightarrow \quad b_2 = 19 - 2a_2 = 19 - 14 = 5$$

Die Länge der Hypotenuse beträgt $7.5 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 8.5 \text{ cm}$.