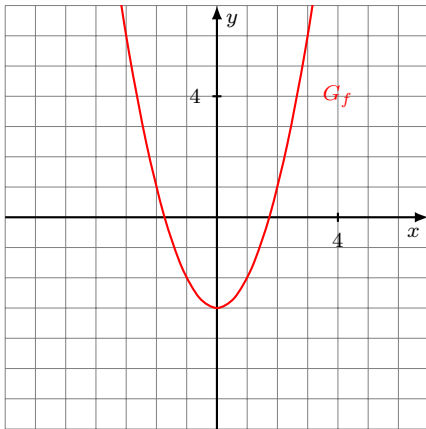
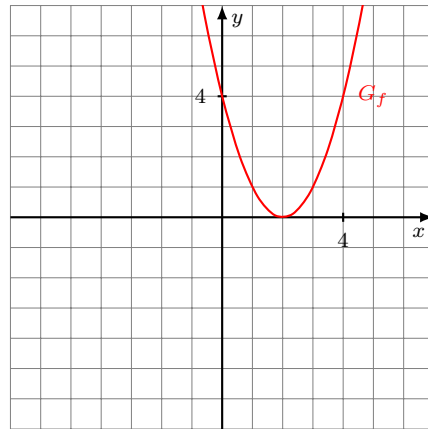

Die quadratische Funktion
Übungen (L+)

Aufgabe 1

(a) $f: y = x^2 - 3$

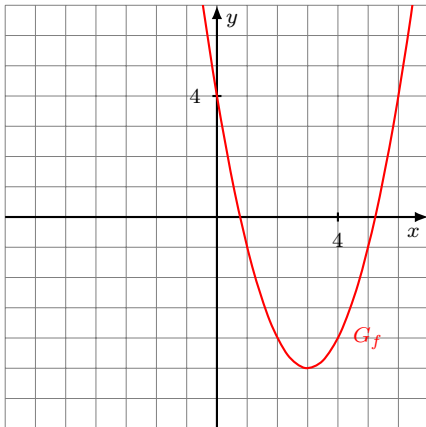


(b) $f: y = (x - 2)^2$

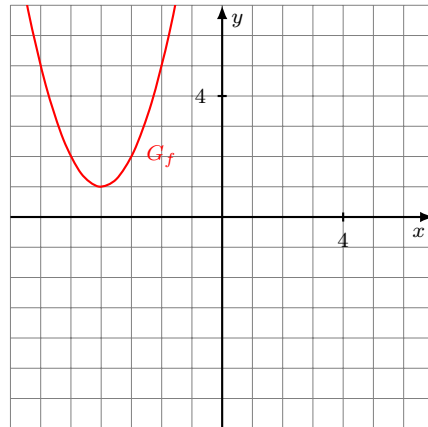


Aufgabe 2

(a) $f: y = (x - 3)^2 - 5$

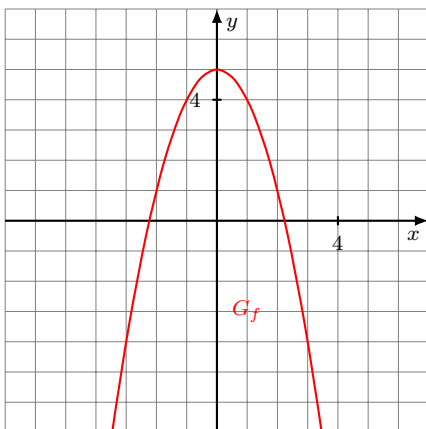


(b) $f: y = (x + 4)^2 + 1$

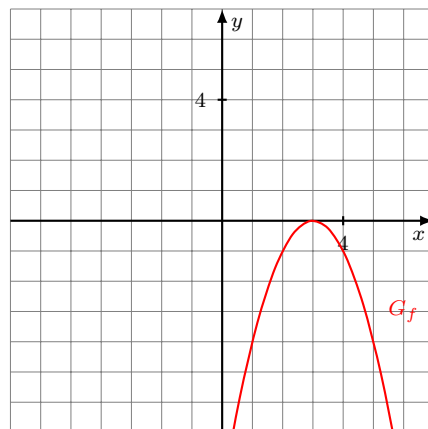


Aufgabe 3

(a) $f: y = -x^2 + 5$

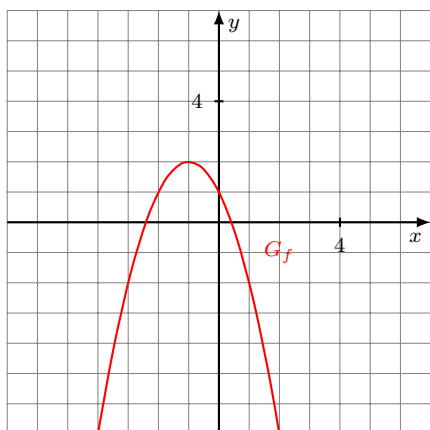


(b) $f: y = -(x - 3)^2$

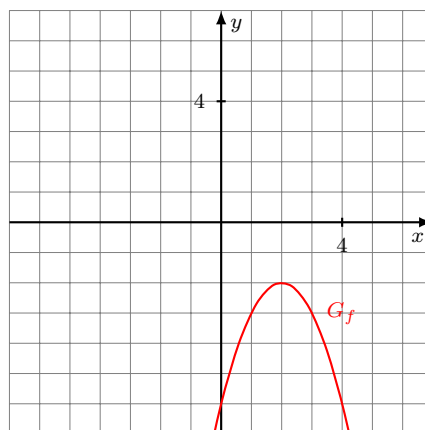


Aufgabe 4

(a) $f: y = -(x + 1)^2 + 2$

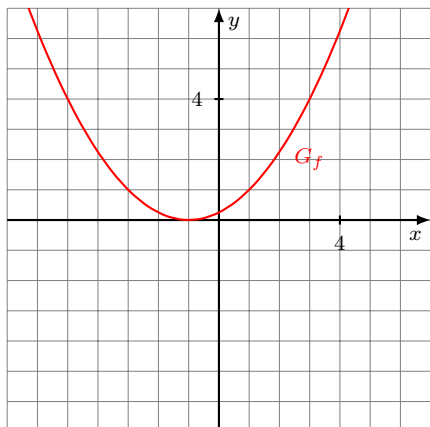


(b) $f: y = -(x - 2)^2 - 2$

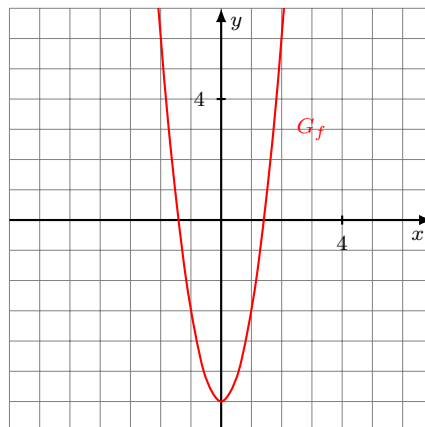


Aufgabe 5

(a) $f: y = \frac{1}{4}(x + 1)^2$

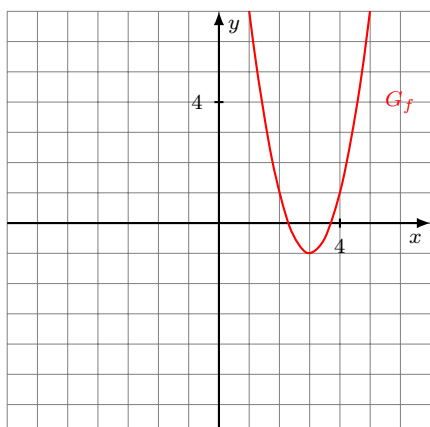


(b) $f: y = 3x^2 - 6$

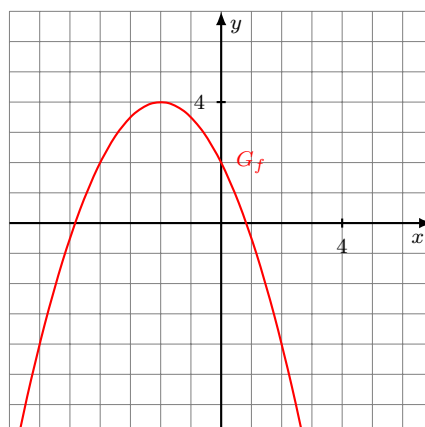


Aufgabe 6

(a) $f: y = 2(x - 3)^2 - 1$

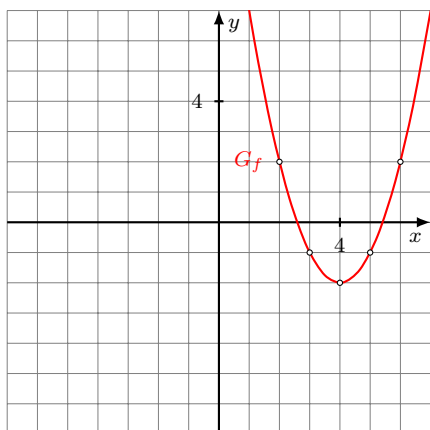


(b) $f: y = -\frac{1}{2}(x + 2)^2 + 4$

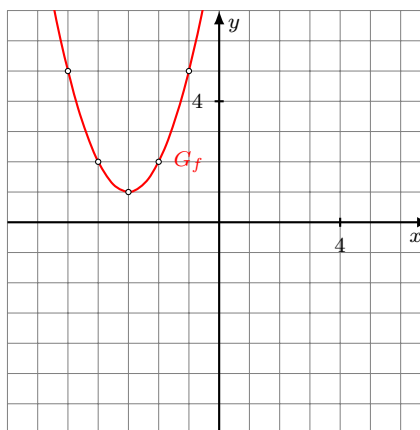


Aufgabe 7

(a) $f: y = (x - 4)^2 - 2$

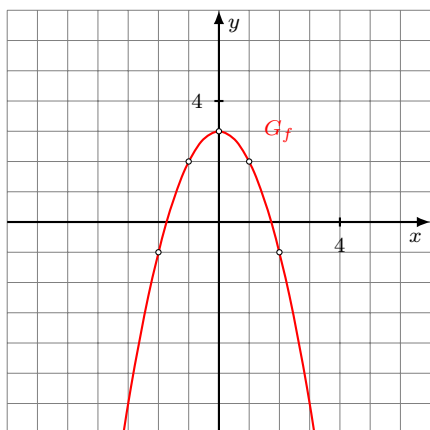


(b) $f: y = (x + 3)^2 + 1$

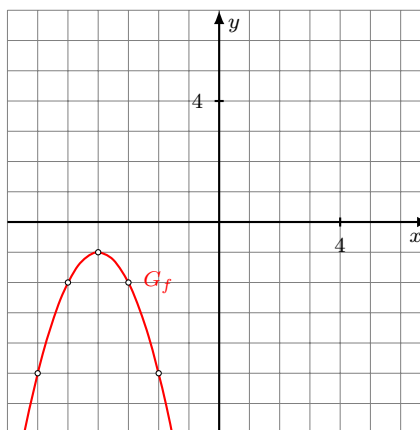


Aufgabe 8

(a) $f: y = -x^2 + 3$

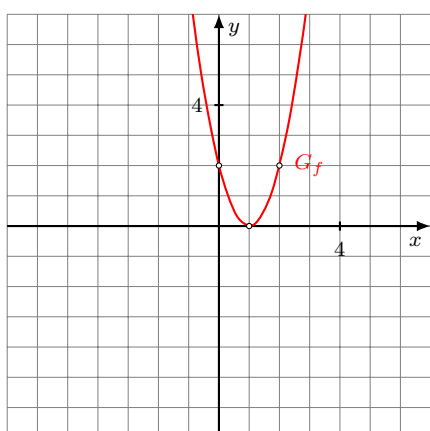


(b) $f: y = -(x + 4) - 1$

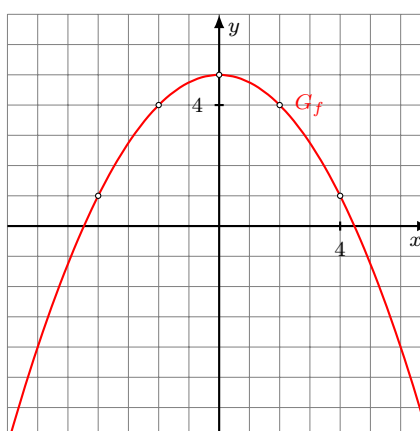


Aufgabe 9

(a) $f: y = 2(x - 1)^2$

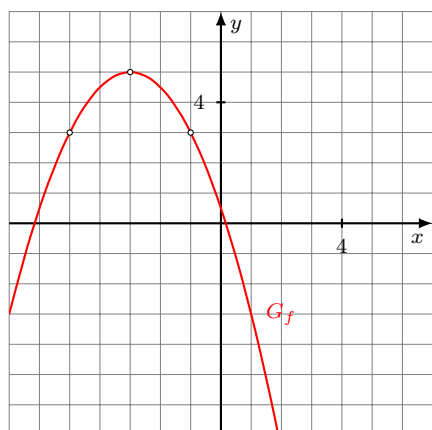


(b) $f: y = -\frac{1}{4}x^2 + 5$

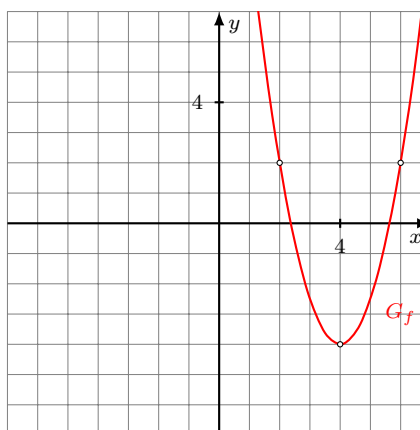


Aufgabe 10

(a) $f: y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 + 5$



(b) $f: y = \frac{3}{2}(x-4)^2 - 4$



Aufgabe 11

$$f: y = x^2 + 3x + 2$$

$$x \rightarrow x - 2$$

$$g: y = (x-2)^2 + 3(x-2) + 2$$

ausmultiplizieren und vereinfachen:

$$g: y = x^2 - x$$

Aufgabe 12

$$f: y = x^2 - 2x + 4$$

$$y \rightarrow x^2 - 2x + 1$$

$$g: y + 3 = x^2 - 2x + 4$$

$$\text{vereinfachen: } g: y = x^2 - 2x + 1$$

Aufgabe 13

$$f: y = x^2 + x - 3$$

$$x \rightarrow -x$$

$$g: y = (-x)^2 + (-x) - 3$$

$$\text{vereinfachen: } g: y = x^2 - x - 3$$

Aufgabe 14

$$f: y = 3x^2 - 4x - 1$$

$$y \rightarrow -y$$

$$g: -y = 3x^2 - 4x - 1$$

$$\text{vereinfachen: } g: y = -3x^2 + 4x + 1$$

Aufgabe 15

$$f: y = \frac{1}{2}x^2 - x + 5$$

$$x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$$

$$g: -y = \frac{1}{2}(-x)^2 - (-x) + 5$$

$$\text{vereinfachen: } g: y = -\frac{1}{2}x^2 - x - 5$$

Aufgabe 16

$$f: y = 2x^2 - 8x - 3$$

$$x \rightarrow \frac{1}{2}x$$

$$g: y = 2\left(\frac{1}{2}x\right)^2 - 8\left(\frac{1}{2}x\right) - 3$$

$$\text{vereinfachen: } g: y = \frac{1}{2}x^2 - 4x - 3$$

Aufgabe 17

$$f: y = x^2 + 2x - 7$$

$$y \rightarrow 3y$$

$$g: 3y = x^2 + 2x - 7$$

$$\text{vereinfachen: } g: y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$$

Aufgabe 18

$$f: y = 2x^2 + x - 4$$

$$x \rightarrow \frac{2}{3}x, y \rightarrow \frac{2}{3}y$$

$$g: \frac{2}{3}y = 2\left(\frac{2}{3}x\right)^2 + \left(\frac{2}{3}x\right) - 4$$

$$\text{vereinfachen: } g: y = \frac{4}{3}x^2 + x - 6$$

Aufgabe 19*

$$f: y = x^2 + x + 2; \text{ Spiegelzentrum: } Z(2, 1)$$

Kurve in den Ursprung verschieben: $(x \rightarrow x + 2, y \rightarrow y + 1)$

$$g: y + 1 = (x + 2)^2 + (x + 2) + 2$$

$$\text{vereinfachen: } g: y = x^2 + 5x + 7$$

Kurve am Ursprung spiegeln: $(x \rightarrow -x, y \rightarrow -y)$

$$g: -y = (-x)^2 + 5(-x) + 7$$

$$\text{vereinfachen: } g: y = -x^2 + 5x - 7$$

Kurve zurückverschieben: $(x \rightarrow x - 2, y \rightarrow y - 1)$

$$g: y - 1 = -(x - 2)^2 + 5(x - 2) - 7$$

$$\text{vereinfachen: } g: y = -x^2 + 9x - 20$$

Aufgabe 20*

$$f: y = 2x^2 + 5x + 3; \text{ Spiegelzentrum: } Z(3, 4)$$

Kurve in den Ursprung verschieben: $(x \rightarrow x + 3, y \rightarrow y + 4)$

$$g: y + 4 = 2(x + 3)^2 + 5(x + 3) + 3$$

$$\text{vereinfachen: } g: y = 2x^2 + 17x + 32$$

Kurve am Ursprung zentrisch strecken: $(x \rightarrow \frac{1}{2}x, y \rightarrow \frac{1}{2}y)$

$$g: \frac{1}{2}y = 2\left(\frac{1}{2}x\right)^2 + 17\left(\frac{1}{2}x\right) + 32$$

$$\text{vereinfachen: } g: y = x^2 + 17x + 64$$

Kurve zurückverschieben: $(x \rightarrow x - 3, y \rightarrow y - 4)$

$$g: y - 4 = (x - 3)^2 + 17(x - 3) + 64$$

$$\text{vereinfachen: } g: y = x^2 + 11x + 26$$

Aufgabe 21

$$f: y = x^2 - 6x \quad \Rightarrow \quad a = 1, b = -6, c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = \dots = 36$$

$$u = -\frac{b}{2a} = 3$$

$$v = -\frac{D}{4a} = -9$$

$$f: y = x^2 - 6x = (x - 3)^2 - 9;$$

Aufgabe 22

$$f: y = x^2 + 4x + 3 \quad \Rightarrow \quad a = 1, b = 4, c = 3$$

$$D = b^2 - 4ac = \dots = 4$$

$$u = -\frac{b}{2a} = -2$$

$$v = -\frac{D}{4a} = -1$$

$$f: y = x^2 + 4x + 3 = (x + 2)^2 - 1;$$

Aufgabe 23

$$f: y = 2x^2 - 2x + 5 \quad \Rightarrow \quad a = 2, b = -2, c = 5$$

$$D = b^2 - 4ac = \dots = -36$$

$$u = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$$

$$v = -\frac{D}{4a} = \frac{9}{2}$$

$$f: y = 2x^2 - 2x + 5 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2};$$

Aufgabe 24

$$f: y = \frac{1}{3}x^2 - 4x - 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}, b = -4, c = -1$$

$$D = b^2 - 4ac = \dots = \frac{52}{3}$$

$$u = -\frac{b}{2a} = 6$$

$$v = -\frac{D}{4a} = -13$$

$$f: y = \frac{1}{3}x^2 - 4x - 1 = \frac{1}{3}(x - 6)^2 - 13;$$

Aufgabe 25

$$f: y = x^2 + x - 12 \Rightarrow a = 1, b = 1, c = -12$$

$$\text{Ordinatenabschnitt: } f(0) = -12$$

$$D = b^2 - 4ac = \dots = 49$$

$$D > 0 \Rightarrow \text{zwei Nullstellen}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = -4$$

$$\left. \begin{array}{l} u = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{2} \\ v = -\frac{D}{4a} = -\frac{49}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{2}, -\frac{49}{4}\right)$$

Aufgabe 26

$$f: y = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow a = 1, b = -4, c = 4$$

$$\text{Ordinatenabschnitt: } f(0) = 4$$

$$D = b^2 - 4ac = \dots = 0$$

$$D = 0 \Rightarrow \text{genau eine Nullstelle}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} u = \frac{-b}{2a} = 2 \\ v = \frac{-D}{4a} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow S(2, 0)$$

Aufgabe 27

$$f: y = x^2 - 10x + 26 \Rightarrow a = 1, b = -10, c = 26$$

$$\text{Ordinatenabschnitt: } f(0) = 26$$

$$D = b^2 - 4ac = \dots = -4$$

$$D < 0 \Rightarrow \text{keine (reellen) Nullstellen}$$

$$\left. \begin{array}{l} u = \frac{-b}{2a} = 5 \\ v = \frac{-D}{4a} = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow S(5, 1)$$

Aufgabe 28

$$f: y = (x + 1)(x - 5) \Rightarrow a = 1, b = -4, c = -5$$

$$\text{Ordinatenabschnitt: } f(0) = (0 + 1)(0 - 5) = -5$$

$$\text{Nullstellen: } x_1 = -1, x_2 = 5 \text{ (ablesen)}$$

$$\left. \begin{array}{l} u = \frac{x_1 + x_2}{2} = 2 \\ v = f(2) = -9 \end{array} \right\} \Rightarrow S(2, -9)$$

Aufgabe 29

$$f: y = 4(x + 3)^2 - 16$$

$$\text{Ordinatenabschnitt: } f(0) = 4(0 + 3)^2 - 16 = 20$$

$$\text{Nullstellen: } 0 = 4(x + 3)^2 - 16$$

$$16 = 4(x + 3)^2$$

$$(x + 3) = \pm 2$$

$$x_1 = 2 - 3 = -1$$

$$x_2 = -2 - 3 = -5$$

$$\text{Scheitelpunkt: } S(-3, -16)$$

Aufgabe 30

$$f: y = x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}, g: y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$$

$$\frac{3}{2}x - \frac{5}{2} = x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$0 = x^2 - 4x + 3$$

$$D = 4$$

$$x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = -1 \Rightarrow P_1(1, -1)$$

$$x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = 2 \Rightarrow P_2(3, 2)$$

Aufgabe 31

$$f: y = x^2 - 3x + 3, g: y = x - 1$$

$$x - 1 = x^2 - 3x + 3$$

$$0 = x^2 - 4x + 4$$

$$D = 0$$

$$x_1 = x_2 = 2 \Rightarrow y_1 = 1 \Rightarrow B(2, 1)$$

Aufgabe 32

$$f: y = x^2 + x + 4, g: y = -x + 2$$

$$-x + 2 = x^2 + x + 4$$

$$0 = x^2 + 2x + 2$$

$$D = -4 \Rightarrow \text{keine Lösungen}$$

Die Graphen meiden sich.

Aufgabe 34

$$f: y = x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{19}{5}, g: y = -x^2 - \frac{8}{5}x + \frac{41}{5}$$

$$x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{19}{5} = -x^2 - \frac{8}{5}x + \frac{41}{5}$$

$$0 = -2x^2 - 2x + 12$$

$$0 = x^2 + x - 6$$

$$D = 25$$

$$x_1 = -3 \Rightarrow y_1 = 4 \Rightarrow P_1(-3, 4)$$

$$x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = 1 \Rightarrow P_2(2, 1)$$

Aufgabe 35

$$f: y = -x^2 + 2x + 5, g: y = x^2 - 10x + 23$$

$$-x^2 + 2x + 5 = x^2 - 10x + 23$$

$$0 = 2x^2 - 12x + 18$$

$$0 = x^2 - 6x + 9$$

$$D = 0$$

$$x_1 = x_2 = 3 \Rightarrow y_1 = 2 \Rightarrow B(3, 2)$$

Aufgabe 36

$$f: y = x^2 + 5x - 2, g: y = x^2 + 4x - 1$$

$$x^2 + 5x - 2 = x^2 + 4x - 1$$

$$0 = -x + 1$$

$$x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 4 \Rightarrow P(1, 4)$$

Aufgabe 37

$$f: y = x^2 - 3x + 1, g: y = -x^2 + x - 2$$

$$x^2 - 3x + 1 = -x^2 + x - 2$$

$$0 = -2x^2 + 4x - 3$$

$$0 = 2x^2 - 4x + 3$$

$$D = -8 \Rightarrow \text{keine Lösungen}$$

Die Graphen meiden sich.

Aufgabe 38

Setze $x = 5$ und $y = 20$ in die Funktionsgleichung ein und löse nach a auf:

$$20 = f(5)$$

$$20 = a \cdot 5^2$$

$$a = 0.8$$

Aufgabe 39

Die gegebenen Koordinaten $u = 3$, $v = 4$, $x = 5$ und $y = -2$ in die Scheitelpunktform einsetzen und aus der verbleibenden Gleichung den Wert von a bestimmen:

$$y = a(x - u)^2 - v$$

$$-2 = a(5 - 3)^2 + 4$$

$$-2 = 4a + 4$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

Danach $a = -\frac{3}{2}$, $u = 3$ und $v = 4$ in die Scheitelpunktform einsetzen und danach umformen, bis die verlangte Form vorliegt:

$$y = -\frac{3}{2}(x - 3)^2 + 4$$

$$y = -\frac{3}{2}(x^2 - 6x + 9) + 4$$

$$y = -1.5x^2 + 9x - 9.5$$

Aufgabe 40

Die Koordinaten $u = 1$, $v = -3$, $x = 2$ und $y = -5$ in die Scheitelpunktform $y = a(x - u)^2 + v$ einsetzen und danach nach a auflösen:

$$-5 = a(2 - 1)^2 - 3$$

$$-2 = a$$

$a = -2$, $u = 1$ und $v = -3$ in die Scheitelpunktform einsetzen und ausmultiplizieren:

$$y = -2(x - 1)^2 - 3 = -2(x^2 - 2x + 1) - 3 = -2x^2 + 4x - 5$$

Aufgabe 41

Da die x -Koordinate des Scheitelpunktes $S(-1, 3)$ immer genau zwischen den beiden Nullstellen liegt, ist die zweite Nullstelle $x_2 = 3$.

Aufgabe 42

Wähle q so, dass die Gleichung $g(x) = f(x)$ genau eine Lösung besitzt. Dies ist genau dann der Fall, wenn die Diskriminante dieser Gleichung den Wert 0 hat.

$$2x + q = x^2 - 4x + 6$$

$$0 = x^2 - 6x + 6 - q$$

$$a = 1, b = -6, c = 6 - q$$

$$D = b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot 1 \cdot (6 - q) = 36 - 24 + 4q = 12 + 4q$$

$$D = 0$$

$$12 + 4q = 0$$

$$q = -3$$