

1–4: Faktorisiere die Polynome so weit wie möglich.

Aufgabe 1

$$(a) x^8 + x^3 = x^3(x^5 + 1)$$

$$(b) x^7 - x^5$$

~~Aufgabe 2~~
Mischprocl.

$$(a) x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) \\ = (x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$$

$$(b) nx^2 - ny^2$$

Aufgabe 3

$$(a) x^4 - 4x^3 + 4x^2 \\ = x^2(x^2 - 4x + 4) \text{ "2BF"} \\ = x^2 \cdot (x - 2)^2$$

$$(b) x^9 - 2x^8 - 15x^7$$

Aufgabe 4

$$(a) x^{n+2} - x^n \\ \underline{x^n(x^2 - 1) = x^n(x+1)(x-1)}$$

$$(b) x^{2n+3} + 2x^{2n+2} + x^{2n+1} \\ = x^{2n+1}(\dots)$$

5–8: Bestimme die Lösungsmenge der Potenzgleichungen.

Aufgabe 5

$$(a) x^4 = 81$$

$$(b) 2x^3 = 250$$

Aufgabe 6

$$(a) x^8 = 16$$

$$(b) x^5 = 49\sqrt{7} = \sqrt{7^4} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{7^5}$$

Aufgabe 7

$$(a) x^5 = -243$$

$$(b) x^4 = -625$$

Aufgabe 8

(a) $x^5 = x^4$

(b) $x^7 = 2x^6$

9–12: Bestimme die Lösungsmenge der Exponentialgleichungen.

Aufgabe 9

(a) $5^2 \cdot 5^5 = 5^{n+1}$

(b) $7^9 : 7^{n-1} = 7^{2n-3} \cdot 7^4$

Aufgabe 10

(a) $3^4 \cdot 3^n = 3^2$

(b) $4 \cdot 2^{n+1} = 16^3$

Aufgabe 11

(a) $8^{2n-2} = 4^{2n+4}$

(b) $(10^n)^2 = (10^{10})^5$

Aufgabe 12

$25^n \cdot 5^{n+1} = 125^{n+4}$

13–14: Ist die Aussage wahr oder falsch? Begründe die Antwort.

Aufgabe 13

(a) $2^{80} < 3^{60}$

(b) $(4^5)^5 < 4^{3^3}$

Idee: $\begin{cases} \rightarrow \text{Basen gleich oder...} \\ \rightarrow \text{Exp. gleich} \end{cases}$

ggT(80, 60) = 20

$2^{4 \cdot 20} < 3^{3 \cdot 20}$ Pot. Gesetz (P) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$(2^4)^{20} < (3^3)^{20}$

$16^{20} < 27^{20}$ Wahr

Aufgabe 14

(a) $8^{11} < 4^{13}$

(b) $0.5^{10} < 0.5^5$

15–22: Multipliziere die Potenzen mit Hilfe des Pascalschen Dreiecks aus.

Aufgabe 15

$(u + v)^5$

Aufgabe 16

$(m - n)^4$

Aufgabe 17

$(x + 2y)^3$

Aufgabe 18

$(2p - 3)^4$

Aufgabe 19

$(x^2 - x)^3$

Aufgabe 20

$(1 - s^3)^5$

Aufgabe 21

$\left(z + \frac{1}{z}\right)^3$

Aufgabe 22

$(m + n)^6 - (m - n)^6$

$$\begin{array}{r} m^6 + 6m^5n + \dots + 6mn^5 + n^6 \\ m^6 - 6m^5n + \dots - 6mn^5 + n^6 \\ \hline 0 + 12m^4n + 0 + \dots \end{array}$$