

Aufgabe 1

(a) $9^3 = 729$

(b) $3^5 = 243$

(c) $7^3 = 343$

(d) $2^8 = 256$

(e) $5^3 = 125$

Aufgabe 2

(a) $17^0 = 1$

(b) $193^0 = 1$

(c) 0^0 ist nicht definiert

Aufgabe 3

(a) $\left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{2^3}{7^3} = \frac{8}{343}$

(b) $\left(\frac{p}{q}\right)^n = \frac{p^n}{q^n}$

Aufgabe 4

(a) $(-2)^4 = 16$

(b) $(-2)^3 = -8$

Aufgabe 5

(a) $\sqrt{7}^6 = \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 7^3 = 343$

(b) $(2 \cdot \sqrt{2})^4 = 2^4 \cdot \sqrt{2}^4 = 16 \cdot 2^2 = 64$

(c) $\sqrt{3}^5 = \sqrt{3}^4 \cdot \sqrt{3}^1 = 3^2 \cdot \sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

Aufgabe 6

- (a) $10^{18} = 10^{3 \cdot 6} = 1$ Trillion
(b) $10^{15} = 10^{2 \cdot 6 + 3} = 1$ Billiarde

Aufgabe 7

- (a) $0.0023 = 2.3 \cdot 10^{-3}$
(b) $54300 = 5.43 \cdot 10^4$

Aufgabe 8

- (a) Zwei Potenzen mit gleichen Exponenten werden dividiert, indem man *den Quotienten der Basen mit dem (gemeinsamen) Exponenten potenziert*.
(b) Eine Potenz wird potenziert, indem man *die Basis mit dem Produkt der Exponenten potenziert*.
(c) Zwei Potenzen mit gleichen Basen werden multipliziert, indem man *die (gemeinsame) Basis mit der Summe der Exponenten potenziert*.
(d) Zwei Potenzen mit gleichen Exponenten werden multipliziert, indem man *das Produkt der Basen mit dem (gemeinsamen) Exponenten potenziert*.
(e) Zwei Potenzen mit gleichen Basen werden dividiert, indem man *die (gemeinsame) Basis mit der Differenz der Exponenten potenziert*.

Aufgabe 9

- (a) $a^{2n+3} \cdot a^{5n-7} = a^{2n+3+5n-7} = a^{7n-4}$
(b) $a^{3n-1} : a^{2n-4} = a^{3n-1-(2n-4)} = a^{3n-1-2n+4} = a^{n+3}$
(c) $\left(\frac{v}{w}\right)^n \cdot \left(\frac{w}{v}\right)^n = \left(\frac{v}{w} \cdot \frac{w}{v}\right)^n = 1^n = 1$
(d) $(8a^2)^n : (4a)^n = (8a^2 : 4a)^n = (2a)^n$
(e) $(a^{-3})^{-2} = a^{(-3) \cdot (-2)} = a^6$

Aufgabe 10

- (a) $c^7 + c^5 = c^5(c^2 + 1)$
(b) $z^9 - z^7 = z^7(z^2 - 1) = z^7(z + 1)(z - 1)$
(c) $p^5 + 14p^4 - 49p^3 = p^3(p^2 + 14p - 49) = p^3(p - 7)^2$
(e) $q^4 + 5q^3 - 6q^2 = q^2(q^2 + 5q + 6) = q^2(q + 3)(q + 2)$

Aufgabe 11

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & (5s + 4r)^3 \\ &= 1 \cdot (5s)^3 + 3 \cdot (5s)^2(4r)^1 + 3 \cdot (5s)^1(4r)^2 + 1 \cdot (4r)^3 \\ &= 125s^3 + 300rs^2 + 240r^2s + 64r^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad & (4t - u)^3 \\ &= 1 \cdot (4t)^3 - 3 \cdot (4t)^2u^1 + 3 \cdot (4t)^1u^2 - 1 \cdot u^3 \\ &= 64t^3 - 48t^2u + 12tu^2 - u^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad & (z + z^{-1})^4 \\ &= z^4 + 4z^3(z^{-1})^1 + 6z^2(z^{-1})^2 + 4z^1(z^{-1})^3 + (z^{-1})^4 \\ &= z^4 + 4z^2 + 6 + 4z^{-2} + z^{-4} \end{aligned}$$

Aufgabe 12

$$\text{(a)} \quad 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$\text{(b)} \quad (-6)^{-2} = \frac{1}{(-6)^2} = \frac{1}{36}$$

$$\text{(c)} \quad (-3)^{-3} = \frac{1}{(-3)^3} = \frac{1}{-27} = -\frac{1}{27}$$

$$\text{(d)} \quad \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = \frac{5^3}{1} = 125$$

$$\text{(e)} \quad \left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

Aufgabe 13

$$\text{(c)} \quad 0.2 = \frac{1}{5} = 5^{-1}$$

$$\text{(b)} \quad 0.125 = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$$

$$\text{(c)} \quad 0.\bar{3} = \frac{1}{3} = 3^{-1}$$

$$\text{(d)} \quad 0.\bar{1} = \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$$

Aufgabe 14

(a) $304_5 = 3 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 79$

(b) $0.101_2 = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

(c)
$$\begin{array}{rcl} 131 & : & 12 = 10 \text{ Rest } 11=B \\ 10 & : & 12 = 0 \text{ Rest } 10=A \end{array} \Rightarrow AB_{12}$$

(d)
$$\begin{array}{l} 0.4 \cdot 3 = 1.2 \text{ Übertrag } 1 \Rightarrow 0.\overline{10121} \\ 0.2 \cdot 3 = 0.6 \text{ Übertrag } 0 \\ 0.6 \cdot 3 = 1.8 \text{ Übertrag } 1 \\ 0.8 \cdot 3 = 2.4 \text{ Übertrag } 2 \\ 0.4 \cdot 3 = 1.2 \text{ Übertrag } 1 \\ \dots \quad \dots \end{array}$$

Aufgabe 15

$$\begin{aligned} \left(\frac{a^{-3}b^2}{b^{-1}c^3}\right)^4 &: \left(\frac{a^2c^{-5}}{a^3b^5}\right)^{-3} = (a^{-3}b^2b^1c^{-3})^4 \cdot (a^2c^{-5}a^{-3}b^{-5})^3 \\ &= (a^{-3}b^3c^{-3})^4 \cdot (a^{-1}b^{-5}c^{-5})^3 \\ &= a^{-12}b^{12}c^{-12} \cdot a^{-3}b^{-15}c^{-15} \\ &= a^{-15}b^{-3}c^{-27} \end{aligned}$$

Aufgabe 16

(a) $2^{500} > 3^{400}$
 $(2^5)^{100} > (3^4)^{100}$
 $32^{100} > 81^{100}$ falsch

(b) $25^{298} < 125^{199}$
 $(5^2)^{298} > (5^3)^{199}$
 $5^{596} > 5^{597}$ wahr

Aufgabe 17

(a) $x^5 = 32$
 $x^5 = 2^5$
 $x = 2$

(d) $x^6 = -64$
 $x^6 = -2^6 \neq (-2)^6$
 $L = \{ \}$

(b) $x^6 = 64$
 $x^6 = 2^6$
 $x = \pm 2$

(e) $x^6 = 9x^5$
 $x^6 - 9x^5 = 0$
 $x^5(x - 9) = 0$

(c) $x^3 = -216$
 $x^3 = (-6)^3$
 $x = -6$

$x_1 = 0$
 $x_2 = 9$

Aufgabe 18

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad 2^{16} : 2^{x-11} &= 2^{x+5} \cdot 2^4 \\ 2^{27-x} &= 2^{x+9} \\ 27 - x &= x + 9 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad 100^{x+5} \cdot 10^{2x-3} &= 1000^{x-1} \\ 10^{2(x+5)} \cdot 10^{2x-3} &= 10^{3(x-1)} \\ 10^{4x+7} &= 10^{3x-3} \\ x &= -10 \end{aligned}$$