

Potenzen mit ganzen Exponenten

Theorie

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}}$$

a : Basis

n : Exponent

a^n : Potenz

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$									
$n = 3$									
$n = 4$									
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4								
$n = 3$									
$n = 4$									
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8							
$n = 3$									
$n = 4$									
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16						
$n = 3$									
$n = 4$									
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32					
$n = 3$									
$n = 4$									
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64				
$n = 3$									
$n = 4$									
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128			
$n = 3$									
$n = 4$									
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256		
$n = 3$									
$n = 4$									
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	
$n = 3$									
$n = 4$									
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$									
$n = 4$									
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9								
$n = 4$									
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27							
$n = 4$									
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81						
$n = 4$									
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243					
$n = 4$									
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$									
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16								
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64							
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256						
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$									
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25								
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125							
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$									
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36								
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$									
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49								
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$									
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64								
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$									
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81								
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$									
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100								
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$									
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$	121								
$n = 12$									
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$	121								
$n = 12$	144								
$n = 13$									
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$	121								
$n = 12$	144								
$n = 13$	169								
$n = 14$									
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$	121								
$n = 12$	144								
$n = 13$	169								
$n = 14$	196								
$n = 15$									
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$	121								
$n = 12$	144								
$n = 13$	169								
$n = 14$	196								
$n = 15$	225								
$n = 16$									
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$	121								
$n = 12$	144								
$n = 13$	169								
$n = 14$	196								
$n = 15$	225								
$n = 16$	256								
$n = 17$									
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$	121								
$n = 12$	144								
$n = 13$	169								
$n = 14$	196								
$n = 15$	225								
$n = 16$	256								
$n = 17$	289								
$n = 18$									
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$	121								
$n = 12$	144								
$n = 13$	169								
$n = 14$	196								
$n = 15$	225								
$n = 16$	256								
$n = 17$	289								
$n = 18$	324								
$n = 19$									
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$	121								
$n = 12$	144								
$n = 13$	169								
$n = 14$	196								
$n = 15$	225								
$n = 16$	256								
$n = 17$	289								
$n = 18$	324								
$n = 19$	361								
$n = 20$									
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$	121								
$n = 12$	144								
$n = 13$	169								
$n = 14$	196								
$n = 15$	225								
$n = 16$	256								
$n = 17$	289								
$n = 18$	324								
$n = 19$	361								
$n = 20$	400								
$n = 21$									
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$	121								
$n = 12$	144								
$n = 13$	169								
$n = 14$	196								
$n = 15$	225								
$n = 16$	256								
$n = 17$	289								
$n = 18$	324								
$n = 19$	361								
$n = 20$	400								
$n = 21$	441								
$n = 22$									
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$	121								
$n = 12$	144								
$n = 13$	169								
$n = 14$	196								
$n = 15$	225								
$n = 16$	256								
$n = 17$	289								
$n = 18$	324								
$n = 19$	361								
$n = 20$	400								
$n = 21$	441								
$n = 22$	484								
$n = 23$									
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$	121								
$n = 12$	144								
$n = 13$	169								
$n = 14$	196								
$n = 15$	225								
$n = 16$	256								
$n = 17$	289								
$n = 18$	324								
$n = 19$	361								
$n = 20$	400								
$n = 21$	441								
$n = 22$	484								
$n = 23$	529								
$n = 24$									
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$	121								
$n = 12$	144								
$n = 13$	169								
$n = 14$	196								
$n = 15$	225								
$n = 16$	256								
$n = 17$	289								
$n = 18$	324								
$n = 19$	361								
$n = 20$	400								
$n = 21$	441								
$n = 22$	484								
$n = 23$	529								
$n = 24$	576								
$n = 25$									

Lerne auswendig

	$a = 2$	$a = 3$	$a = 4$	$a = 5$	$a = 6$	$a = 7$	$a = 8$	$a = 9$	$a = 10$
$n = 2$	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$n = 3$	9	27	81	243	729				
$n = 4$	16	64	256	1024					
$n = 5$	25	125	625						
$n = 6$	36	216							
$n = 7$	49	343							
$n = 8$	64	512							
$n = 9$	81	729							
$n = 10$	100	1000							
$n = 11$	121								
$n = 12$	144								
$n = 13$	169								
$n = 14$	196								
$n = 15$	225								
$n = 16$	256								
$n = 17$	289								
$n = 18$	324								
$n = 19$	361								
$n = 20$	400								
$n = 21$	441								
$n = 22$	484								
$n = 23$	529								
$n = 24$	576								
$n = 25$	625								

Spezialfälle:

- $a^1 =$

Spezialfälle:

- $a^1 = a$

Spezialfälle:

- $a^1 = a$

- $1^n =$

Spezialfälle:

- $a^1 = a$
- $1^n = 1$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$

Spezialfälle:

- $a^1 = a$
- $1^n = 1$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$
- $0^n =$

Spezialfälle:

- $a^1 = a$
- $1^n = 1$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$
- $0^n = 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$

Spezialfälle:

- $a^1 = a$
- $1^n = 1$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$
- $0^n = 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$
- 0^0

Spezialfälle:

- $a^1 = a$
- $1^n = 1$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$
- $0^n = 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$
- 0^0 ist nicht definiert (Erklärung später)

Beispiel 1.1

$$(-2)^4 =$$

Beispiel 1.1

$$(-2)^4 = \underbrace{(-2) \cdot (-2)}_{+} \cdot \underbrace{(-2) \cdot (-2)}_{+}$$

Beispiel 1.1

$$(-2)^4 = \underbrace{(-2) \cdot (-2)}_{+} \cdot \underbrace{(-2) \cdot (-2)}_{+} = 2^4$$

Beispiel 1.1

$$(-2)^4 = \underbrace{(-2) \cdot (-2)}_{+} \cdot \underbrace{(-2) \cdot (-2)}_{+} = 2^4 = 16$$

Beispiel 1.1

$$(-2)^4 = \underbrace{(-2) \cdot (-2)}_{+} \cdot \underbrace{(-2) \cdot (-2)}_{+} = 2^4 = 16$$

Merke: Ist $n \in \mathbb{N}$ gerade, so gilt $(-a)^n = a^n$

Beispiel 1.2

$$(-5)^3 =$$

Beispiel 1.2

$$(-5)^3 = \underbrace{(-5) \cdot (-5)}_{+} \cdot \underbrace{(-5)}_{-}$$

Beispiel 1.2

$$(-5)^3 = \underbrace{(-5) \cdot (-5)}_{+} \cdot \underbrace{(-5)}_{-} = -81$$

Merke: Ist $n \in \mathbb{N}$ *ungerade*, so gilt $(-a)^n = -a^n$

Beispiel 1.3

$$\sqrt{2}^6 =$$

Beispiel 1.3

$$\sqrt{2}^6 = \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2$$

Beispiel 1.3

$$\sqrt{2}^6 = \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 = 2^3$$

Beispiel 1.3

$$\sqrt{2}^6 = \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 = 2^3 = 8$$

Beispiel 1.4

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 =$$

Beispiel 1.4

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$$

Beispiel 1.4

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3}$$

Beispiel 1.4

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2^3}{3^3}$$

Beispiel 1.4

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

Beispiel 1.5

$$\left(\frac{-1}{4}\right)^3 =$$

Beispiel 1.5

$$\left(\frac{-1}{4}\right)^3 = -\left(\frac{1}{4}\right)^3 = -\frac{1^3}{4^3} = -\frac{1}{64}$$

Wissenschaftliche Darstellung von Zahlen

Eine Zahl wird als Produkt aus einer Dezimalzahl mit einer Zehnerpotenz dargestellt, so dass die erste Ziffer $\neq 0$ unmittelbar vor dem Dezimalpunkt steht.

Die Ziffernfolge wird manchmal auch **Mantisse** genannt.

Beispiel 1.6

$$1\,234\,500\,000 =$$

Beispiel 1.6

$$1\,234\,500\,000 = \underbrace{1.2345}_{\text{Mantisse}} \cdot 10^9$$

Beispiel 1.7

$$436 \cdot 10^{19} =$$

Beispiel 1.7

$$436 \cdot 10^{19} = 4.36 \cdot 10^{21}$$

Beispiel 1.8

$$0.00031 \cdot 10^{80} =$$

Beispiel 1.8

$$0.00031 \cdot 10^{80} = 3.1 \cdot 10^{76}$$

Grosse Zehnerpotenzen

Im 15. Jahrhundert hat der französische Mathematiker Nicolas Chuquet aus dem italienischen Wort *millione* ($1000 \cdot 1000 = 10^6$) weitere Zahlwörter gebildet.

Als man im 17. Jahrhunderts dazu überging, Zahlen in Dreier- statt in Sechsergruppen darzustellen, haben einige Gelehrte gefordert, auch die Zahlennamen an diese Praxis anzupassen. Seither gibt es eine **lange Skala** und eine **kurze Skala**, die jeweils dieselben Bezeichnungen für die Millionenfachen bzw. die Tausenfachen des jeweiligen Vorgängers verwenden.

	Vorsatz	lange Skala	kurze Skala
10^6	Mega	Million	Million
10^9	Giga	Milliarde	Billion
10^{12}	Tera	Billion	Trillion
10^{15}	Peta	Billiarde	Quadrillion
10^{18}	Exa	Trillion	Quintillion
10^{21}	Zeta	Trilliarde	...
10^{24}	Yota	Quadrillion	
10^{27}		Quadrilliarde	
10^{30}		Quintillion	
...	...		

Kurze Skala: Australien, Brasilien, USA, Kanada (engl.), GB

Gemischte/andere Systeme: Russland, Türkei, Israel, China, Japan

Lange Skala: übrige Länder

Bemerkungen

- ▶ Wir verwenden im Mathematikunterricht nur die lange Skala.
- ▶ In der internationalen Finanzbranche dominiert die kurze Skala.
- ▶ Merkhilfe für den Zehnerexponenten der langen Skala:

	llion	lliarde
Mi...	$1 \cdot 6$	$1 \cdot 6 + 3$
Bi...	$2 \cdot 6$	$2 \cdot 6 + 3$
Tri...	$3 \cdot 6$	$3 \cdot 6 + 3$
Quadri...	$4 \cdot 6$	$4 \cdot 6 + 3$
Quinti...	$5 \cdot 6$	$5 \cdot 6 + 3$

Fun facts

▶ 1 Googol

Fun facts

▶ 1 Googol = 10^{100}

Fun facts

- ▶ 1 Googol = 10^{100}
- ▶ 1 Googolplex

Fun facts

- ▶ 1 Googol = 10^{100}
- ▶ 1 Googolplex = 10^{Googol}

Fun facts

- ▶ 1 Googol = 10^{100}
- ▶ 1 Googolplex = $10^{\text{Googol}} = 10^{(10^{100})}$

Beispiel 1.9

Stelle 24.5 Trilliarden in der wissenschaftlichen Schreibweise dar.

Beispiel 1.9

Stelle 24.5 Trilliarden in der wissenschaftlichen Schreibweise dar.

$$24.5 \cdot 10^{3 \cdot 6 + 3}$$

Beispiel 1.9

Stelle 24.5 Trilliarden in der wissenschaftlichen Schreibweise dar.

$$24.5 \cdot 10^{3 \cdot 6 + 3} = 24.5 \cdot 10^{21}$$

Beispiel 1.9

Stelle 24.5 Trilliarden in der wissenschaftlichen Schreibweise dar.

$$24.5 \cdot 10^{3 \cdot 6 + 3} = 24.5 \cdot 10^{21} = 2.45 \cdot 10^{22}$$

Beispiel 1.10

Stelle $9.21 \cdot 10^{14}$ ohne Dezimalpunkt und mit dem grösstmöglichen Zahlwort dar.

Beispiel 1.10

Stelle $9.21 \cdot 10^{14}$ ohne Dezimalpunkt und mit dem grösstmöglichen Zahlwort dar.

$$9.21 \cdot 10^{14}$$

Beispiel 1.10

Stelle $9.21 \cdot 10^{14}$ ohne Dezimalpunkt und mit dem grösstmöglichen Zahlwort dar.

$$9.21 \cdot 10^{14} = 921 \cdot 10^{12}$$

Beispiel 1.10

Stelle $9.21 \cdot 10^{14}$ ohne Dezimalpunkt und mit dem grösstmöglichen Zahlwort dar.

$$9.21 \cdot 10^{14} = 921 \cdot 10^{12} = 921 \text{ Billionen}$$

Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis

$$2^5 \cdot 2^3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5 \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ Faktoren}} = 2^{5+3} = 2^8$$

$$\text{Allgemein: } a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad (\text{M1})$$

Zwei Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die gemeinsame Basis mit der Summe der Exponenten potenziert.

Beispiel 1.11

$$(-7)^9 \cdot (-7)^5$$

Beispiel 1.11

$$(-7)^9 \cdot (-7)^5 = (-7)^{9+5}$$

Beispiel 1.11

$$(-7)^9 \cdot (-7)^5 = (-7)^{9+5} = (-7)^{14}$$

Beispiel 1.11

$$(-7)^9 \cdot (-7)^5 = (-7)^{9+5} = (-7)^{14} = 7^{14} \quad (14 \text{ ist gerade})$$

Beispiel 1.12

$$u^3 \cdot u \cdot u^4$$

Beispiel 1.12

$$u^3 \cdot u \cdot u^4 = u^3 \cdot u^1 \cdot u^4$$

Beispiel 1.12

$$u^3 \cdot u \cdot u^4 = u^3 \cdot u^1 \cdot u^4 = u^{3+1+4}$$

Beispiel 1.12

$$u^3 \cdot u \cdot u^4 = u^3 \cdot u^1 \cdot u^4 = u^{3+1+4} = u^8$$

Beispiel 1.13

$$x^{n+2} \cdot x^{n-1}$$

Beispiel 1.13

$$x^{n+2} \cdot x^{n-1} = x^{(n+2)+(n-1)}$$

Beispiel 1.13

$$x^{n+2} \cdot x^{n-1} = x^{(n+2)+(n-1)} = x^{n+2+n-1}$$

Beispiel 1.13

$$x^{n+2} \cdot x^{n-1} = x^{(n+2)+(n-1)} = x^{n+2+n-1} = x^{2n+1}$$

Beispiel 1.13

$$x^{n+2} \cdot x^{n-1} = x^{(n+2)+(n-1)} = x^{n+2+n-1} = x^{2n+1}$$

Multiplikation von Potenzen mit gleichem Exponenten

$$5^3 \cdot 2^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = (5 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 2) = (5 \cdot 2)^3$$

$$\text{Allgemein: } a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \quad (\text{M2})$$

Zwei Potenzen mit gleichem Exponenten werden multipliziert, indem man das Produkt der Basen mit dem gemeinsamen Exponenten potenziert.

Beispiel 1.14

$$\left(\frac{1}{3}\right)^8 \cdot 6^8$$

Beispiel 1.14

$$\left(\frac{1}{3}\right)^8 \cdot 6^8 = \left(\frac{1}{3} \cdot 6\right)^8$$

Beispiel 1.14

$$\left(\frac{1}{3}\right)^8 \cdot 6^8 = \left(\frac{1}{3} \cdot 6\right)^8 = 2^8$$

Beispiel 1.14

$$\left(\frac{1}{3}\right)^8 \cdot 6^8 = \left(\frac{1}{3} \cdot 6\right)^8 = 2^8 = 256$$

Beispiel 1.15

$$(-a)^3 \cdot 2^3$$

Beispiel 1.15

$$(-a)^3 \cdot 2^3 = (-2a)^3$$

Beispiel 1.15

$$(-a)^3 \cdot 2^3 = (-2a)^3 = -(2a)^3$$

Beispiel 1.15

$$(-a)^3 \cdot 2^3 = (-2a)^3 = -(2a)^3$$

Beispiel 1.16

$$\left(\frac{u}{v}\right)^{3n+2} \cdot \left(\frac{v}{w}\right)^{3n+2} \cdot \left(\frac{w}{v}\right)^{3n+2}$$

Beispiel 1.16

$$\left(\frac{u}{v}\right)^{3n+2} \cdot \left(\frac{v}{w}\right)^{3n+2} \cdot \left(\frac{w}{v}\right)^{3n+2} = \left(\frac{u}{v} \cdot \frac{v}{w} \cdot \frac{w}{u}\right)^{3n+2}$$

Beispiel 1.16

$$\left(\frac{u}{v}\right)^{3n+2} \cdot \left(\frac{v}{w}\right)^{3n+2} \cdot \left(\frac{w}{v}\right)^{3n+2} = \left(\frac{u}{v} \cdot \frac{v}{w} \cdot \frac{w}{u}\right)^{3n+2} = 1^{3n+2}$$

Beispiel 1.16

$$\left(\frac{u}{v}\right)^{3n+2} \cdot \left(\frac{v}{w}\right)^{3n+2} \cdot \left(\frac{w}{v}\right)^{3n+2} = \left(\frac{u}{v} \cdot \frac{v}{w} \cdot \frac{w}{u}\right)^{3n+2} = 1^{3n+2} = 1$$

Division von Potenzen mit gleicher Basis

$$2^5 : 2^3 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2 \cdot 2 = 2^{5-3} = 2^2$$

$$\text{Allgemein: } a^n : a^m = a^{n-m} \quad (a \neq 0 \text{ und } n > m) \quad (\text{D1})$$

Zwei Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man die gemeinsame Basis mit der Differenz der Exponenten potenziert.

Beispiel 1.17

$$(-15)^7 : (-15)^5$$

Beispiel 1.17

$$(-15)^7 : (-15)^5 = (-15)^{7-5}$$

Beispiel 1.17

$$(-15)^7 : (-15)^5 = (-15)^{7-5} = (-15)^2$$

Beispiel 1.17

$$(-15)^7 : (-15)^5 = (-15)^{7-5} = (-15)^2 = 225$$

Beispiel 1.18

$$(-c)^{17} : (-c) : (-c)^{12}$$

Beispiel 1.18

$$(-c)^{17} : (-c) : (-c)^{12} = (-c)^{17-1-12}$$

Beispiel 1.18

$$(-c)^{17} : (-c) : (-c)^{12} = (-c)^{17-1-12} = (-c)^4$$

Beispiel 1.18

$$(-c)^{17} : (-c) : (-c)^{12} = (-c)^{17-1-12} = (-c)^4 = c^4$$

Beispiel 1.19

$$r^{3n+4} : r^{2n+1}$$

Beispiel 1.19

$$r^{3n+4} : r^{2n+1} = r^{(3n+4)-(2n+1)}$$

Beispiel 1.19

$$r^{3n+4} : r^{2n+1} = r^{(3n+4)-(2n+1)} = r^{3n+4-2n-1}$$

Beispiel 1.19

$$r^{3n+4} : r^{2n+1} = r^{(3n+4)-(2n+1)} = r^{3n+4-2n-1} = r^{n+3}$$

Division von Potenzen mit gleichem Exponenten

$$7^3 : 2^3 = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{7}{2} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{7}{2} = \left(\frac{7}{2}\right)^3 = (7 : 2)^3$$

$$\text{Allgemein: } a^n : b^n = (a : b)^n \quad (b \neq 0) \quad (\text{D2})$$

Zwei Potenzen mit gleichem Exponenten werden dividiert, indem man den Quotienten der Basen mit dem gemeinsamen Exponenten potenziert.

Beispiel 1.20

$$0.52^{10} : 0.26^{10}$$

Beispiel 1.20

$$0.52^{10} : 0.26^{10} = (0.52 : 0.26)^{10}$$

Beispiel 1.20

$$0.52^{10} : 0.26^{10} = (0.52 : 0.26)^{10} = 2^{10}$$

Beispiel 1.20

$$0.52^{10} : 0.26^{10} = (0.52 : 0.26)^{10} = 2^{10} = 1024$$

Beispiel 1.21

$$\left(\frac{p^5}{q^2}\right)^7 : \left(\frac{p^4}{q^3}\right)^7$$

Beispiel 1.21

$$\left(\frac{p^5}{q^2}\right)^7 : \left(\frac{p^4}{q^3}\right)^7 = \left(\frac{p^5}{q^2} : \frac{p^4}{q^3}\right)^7$$

Beispiel 1.21

$$\left(\frac{p^5}{q^2}\right)^7 : \left(\frac{p^4}{q^3}\right)^7 = \left(\frac{p^5}{q^2} : \frac{p^4}{q^3}\right)^7 = \left(\frac{p^5}{q^2} \cdot \frac{q^3}{p^4}\right)^7$$

Beispiel 1.21

$$\left(\frac{p^5}{q^2}\right)^7 : \left(\frac{p^4}{q^3}\right)^7 = \left(\frac{p^5}{q^2} : \frac{p^4}{q^3}\right)^7 = \left(\frac{p^5}{q^2} \cdot \frac{q^3}{p^4}\right)^7 = (pq)^7$$

Beispiel 1.22

$$(6x + 9y)^{2n+1} : (2x + 3y)^{2n+1}$$

Beispiel 1.22

$$(6x + 9y)^{2n+1} : (2x + 3y)^{2n+1} = \left(\frac{6x + 9y}{2x + 3y} \right)^{2n+1}$$

Beispiel 1.22

$$\begin{aligned}(6x + 9y)^{2n+1} : (2x + 3y)^{2n+1} &= \left(\frac{6x + 9y}{2x + 3y} \right)^{2n+1} \\ &= \left(\frac{3(2x + 3y)}{2x + 3y} \right)^{2n+1}\end{aligned}$$

Beispiel 1.22

$$\begin{aligned}(6x + 9y)^{2n+1} : (2x + 3y)^{2n+1} &= \left(\frac{6x + 9y}{2x + 3y} \right)^{2n+1} \\ &= \left(\frac{3(2x + 3y)}{2x + 3y} \right)^{2n+1} = 3^{2n+1}\end{aligned}$$

Potenzen von Potenzen

$$(5^2)^3 = 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 = (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5) = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^{2 \cdot 3} = 5^6$$

$$\text{Allgemein: } (a^n)^m = a^{n \cdot m} = a^{m \cdot n} = (a^m)^n \quad (\text{P})$$

Eine Potenz wird potenziert, indem man die Basis mit dem Produkt der Exponenten potenziert.

Beispiel 1.23

$$((-2)^3)^4$$

Beispiel 1.23

$$((-2)^3)^4 = (-2)^{3 \cdot 4} = (-2)^{12}$$

Beispiel 1.23

$$((-2)^3)^4 = (-2)^{3 \cdot 4} = (-2)^{12} = 2^{12}$$

Beispiel 1.24

$$((-a)^5)^3$$

Beispiel 1.24

$$((-a)^5)^3 = (-a)^{5 \cdot 3}$$

Beispiel 1.24

$$((-a)^5)^3 = (-a)^{5 \cdot 3} = (-a)^{15}$$

Beispiel 1.24

$$((-a)^5)^3 = (-a)^{5 \cdot 3} = (-a)^{15} = -a^{15}$$

Beispiel 1.25

$$(x^{n+1})^{n-1}$$

Beispiel 1.25

$$(x^{n+1})^{n-1} = x^{(n+1)(n-1)}$$

Beispiel 1.25

$$(x^{n+1})^{n-1} = x^{(n+1)(n-1)} = x^{n^2-1}$$

Potenztürme

Ohne Klammern werden Potenzen von Potenzen ... von Potenzen von oben rechts nach unten links ausgewertet:

$$a^{b^{c^d}} = a \left(b \left(c^d \right) \right)$$

Beispiel 1.26

$$2^{3^2}$$

Beispiel 1.26

$$2^{3^2} = 2^{(3^2)}$$

Beispiel 1.26

$$2^{3^2} = 2^{(3^2)} = 2^9 = 512$$

Beispiel 1.26

$$2^{3^2} = 2^{(3^2)} = 2^9 = 512$$

$$(2^3)^2$$

Beispiel 1.26

$$2^{3^2} = 2^{(3^2)} = 2^9 = 512$$

$$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2}$$

Beispiel 1.26

$$2^{3^2} = 2^{(3^2)} = 2^9 = 512$$

$$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$$

Beispiel 1.27

$$2^{2^{2^2}}$$

Beispiel 1.27

$$2^{2^{2^2}} = 2^{\left(2^{\left(2^2\right)}\right)}$$

Beispiel 1.27

$$2^{2^{2^2}} = 2^{\left(2^{\left(2^2\right)}\right)} = 2^{(2^4)}$$

Beispiel 1.27

$$2^{2^{2^2}} = 2^{\left(2^{\left(2^2\right)}\right)} = 2^{(2^4)} = 2^{16}$$

Beispiel 1.27

$$2^{2^{2^2}} = 2^{\left(2^{\left(2^2\right)}\right)} = 2^{(2^4)} = 2^{16}$$

$$\left((2^2)^2\right)^2$$

Beispiel 1.27

$$2^{2^{2^2}} = 2^{\left(2^{\left(2^2\right)}\right)} = 2^{(2^4)} = 2^{16}$$

$$\left((2^2)^2\right)^2 = (2^2)^{2 \cdot 2}$$

Beispiel 1.27

$$2^{2^{2^2}} = 2^{\left(2^{\left(2^2\right)}\right)} = 2^{(2^4)} = 2^{16}$$

$$\left((2^2)^2\right)^2 = (2^2)^{2 \cdot 2} = 2^{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^8$$

Vermischte Beispiele

Beispiel 1.28

$$12a^7 : (8a^2 \cdot 3a^4)$$

Beispiel 1.28

$$12a^7 : (8a^2 \cdot 3a^4) = 12a^7 : 24a^6$$

Beispiel 1.28

$$12a^7 : (8a^2 \cdot 3a^4) = 12a^7 : 24a^6 = \frac{1}{2}a$$

Beispiel 1.29

$$(r - s)^7 + (s - r)^7$$

Beispiel 1.29

$$(r - s)^7 + (s - r)^7 = (r - s)^7 + (-(r - s))^7$$

Beispiel 1.29

$$\begin{aligned}(r - s)^7 + (s - r)^7 &= (r - s)^7 + (-(r - s))^7 \\ &= (r - s)^7 - (r - s)^7 = 0\end{aligned}$$

Beispiel 1.30

$$(8p^{2x+1} + 6p^{2x}) : 2p^{2x-1}$$

Beispiel 1.30

$$(8p^{2x+1} + 6p^{2x}) : 2p^{2x-1} = 8p^{2x+1} : 2p^{2x-1} + 6p^{2x} : 2p^{2x-1}$$

Beispiel 1.30

$$\begin{aligned}(8p^{2x+1} + 6p^{2x}) : 2p^{2x-1} &= 8p^{2x+1} : 2p^{2x-1} + 6p^{2x} : 2p^{2x-1} \\ &= 4p^{2x+1-(2x-1)} + 3p^{2x-(2x-1)}\end{aligned}$$

Beispiel 1.30

$$\begin{aligned}(8p^{2x+1} + 6p^{2x}) : 2p^{2x-1} &= 8p^{2x+1} : 2p^{2x-1} + 6p^{2x} : 2p^{2x-1} \\ &= 4p^{2x+1-(2x-1)} + 3p^{2x-(2x-1)}\end{aligned}$$

Beispiel 1.30

$$\begin{aligned}(8p^{2x+1} + 6p^{2x}) : 2p^{2x-1} &= 8p^{2x+1} : 2p^{2x-1} + 6p^{2x} : 2p^{2x-1} \\ &= 4p^{2x+1-(2x-1)} + 3p^{2x-(2x-1)} \\ &= 4p^2 + 3p\end{aligned}$$

Beispiel 1.31

$$z^2 \cdot (z^5 - z^4) : z^5$$

Beispiel 1.31

$$z^2 \cdot (z^5 - z^4) : z^5 = (z^7 - z^6) : z^5$$

Beispiel 1.31

$$\begin{aligned} z^2 \cdot (z^5 - z^4) : z^5 &= (z^7 - z^6) : z^5 \\ &= z^2 - z \end{aligned}$$

Beispiel 1.32

$$(3x^4 \cdot 2x^5)^3$$

Beispiel 1.32

$$(3x^4 \cdot 2x^5)^3 = (6x^9)^3$$

Beispiel 1.32

$$\begin{aligned}(3x^4 \cdot 2x^5)^3 &= (6x^9)^3 \\ &= 216x^{27}\end{aligned}$$

Beispiel 1.33

$$(xy)^n : xy^n$$

Beispiel 1.33

$$(xy)^n : xy^n = x^n \cdot y^n : (x \cdot y^n)$$

Beispiel 1.33

$$(xy)^n : xy^n = x^n \cdot y^n : (x \cdot y^n) = x^n \cdot y^n : x^1 : y^n$$

Beispiel 1.33

$$(xy)^n : xy^n = x^n \cdot y^n : (x \cdot y^n) = x^n \cdot y^n : x^1 \cdot y^n = x^{n-1}$$

Beispiel 1.34

$$\frac{x^9 - x^7}{x^5 - x^3}$$

Beispiel 1.34

$$\frac{x^9 - x^7}{x^5 - x^3} = \frac{x^7(x^2 - 1)}{x^3(x^2 - 1)}$$

Beispiel 1.34

$$\frac{x^9 - x^7}{x^5 - x^3} = \frac{x^7(x^2 - 1)}{x^3(x^2 - 1)} = \frac{x^7}{x^3}$$

Beispiel 1.34

$$\frac{x^9 - x^7}{x^5 - x^3} = \frac{x^7(x^2 - 1)}{x^3(x^2 - 1)} = \frac{x^7}{x^3} = x^4$$

Beispiel 1.35

$$(y^2 - 9)^5 : (y - 3)^5$$

Beispiel 1.35

$$(y^2 - 9)^5 : (y - 3)^5 = \left(\frac{y^2 - 9}{y - 3} \right)^5$$

Beispiel 1.35

$$(y^2 - 9)^5 : (y - 3)^5 = \left(\frac{y^2 - 9}{y - 3} \right)^5 = \left(\frac{(y - 3)(y + 3)}{y - 3} \right)^5$$

Beispiel 1.35

$$\begin{aligned}(y^2 - 9)^5 : (y - 3)^5 &= \left(\frac{y^2 - 9}{y - 3} \right)^5 = \left(\frac{(y - 3)(y + 3)}{y - 3} \right)^5 \\ &= (y + 3)^5\end{aligned}$$

Potenzen von Summen

Potenzen von Summen können induktiv, d. h. vom Einzelnen zum Gesamten berechnet werden.

$$(a + b)^n = \underbrace{(a + b) \cdot (a + b)}_{(a^2 + 2a + b^2)} \cdot (a + b) \cdot (a + b) \cdot \dots \cdot (a + b)$$
$$\underbrace{\hspace{10em}}_{(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3)}$$
$$\underbrace{\hspace{15em}}_{\dots}$$

Das Pascalsche Dreieck

Das *Pascalsche Dreieck* liefert ein einfaches Verfahren, um die Koeffizienten der ausmultiplizierten Potenzen $(a + b)^n$ zu bestimmen.

$$\begin{array}{rcccccc}
 (a + b)^0 = 1 & & & & & & 1 \\
 (a + b)^1 = a + b & & & & & & 1 & 1 \\
 (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 & & & & & & 1 & 2 & 1 \\
 (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 & & & & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\
 (a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 & & & & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1
 \end{array}$$

Die Exponenten von a nehmen von Summand zu Summand um 1 ab; diejenigen von b um 1 zu (beachte $a^0 = b^0 = 1$):

$$a^n b^0, a^{n-1} b^1, a^{n-2} b^2, \dots, a^2 b^{n-2}, a^1 b^{n-1}, a^0 b^n$$

Für die Potenzen von Differenzen $(a - b)^n$ ergeben sich alternierende (abwechselnde) Vorzeichen:

$$(a - b)^0 = 1$$

$$(a - b)^1 = a - b$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a - b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$

Beispiel 1.36

$$(3a + 2b)^3 = 1 \cdot (3a)^3 + 3 \cdot (3a)^2(2b)^1 + 3 \cdot (3a)^1(2b)^2 + 1 \cdot (2b)^3$$

Beispiel 1.36

$$\begin{aligned}(3a + 2b)^3 &= 1 \cdot (3a)^3 + 3 \cdot (3a)^2(2b)^1 + 3 \cdot (3a)^1(2b)^2 + 1 \cdot (2b)^3 \\ &= 27a^3 + 3 \cdot 9a^2 \cdot 2b + 3 \cdot 3a \cdot 4b^2 + 8b^3\end{aligned}$$

Beispiel 1.36

$$\begin{aligned}(3a + 2b)^3 &= 1 \cdot (3a)^3 + 3 \cdot (3a)^2(2b)^1 + 3 \cdot (3a)^1(2b)^2 + 1 \cdot (2b)^3 \\ &= 27a^3 + 3 \cdot 9a^2 \cdot 2b + 3 \cdot 3a \cdot 4b^2 + 8b^3 \\ &= 27a^3 + 54a^2b + 36ab^2 + 8b^3\end{aligned}$$

Beispiel 1.37

$$(x - y)^5 = \dots$$

...

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

Beispiel 1.37

$$(x - y)^5 = \dots$$

$$\dots$$
$$1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1$$
$$1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1$$

$$\dots = x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$$

Einfache Potenzgleichungen

Eine **Potenzgleichung** ist eine Gleichung, bei der die Variable in der **Basis** vorkommt. Dieser Typ von Gleichung kann mit Hilfe dieser beiden Aussagen gelöst werden:

- ▶ Sind zwei Potenzen gleich und haben sie denselben *ungeraden* Exponenten, dann stimmen ihre Basen überein.

$$a^{2n-1} = b^{2n-1} \quad \Rightarrow \quad a = b$$

- ▶ Sind zwei Potenzen gleich und haben sie denselben *geraden* Exponenten, dann stimmen ihre Basen bis auf ein Vorzeichen überein.

$$a^{2n} = b^{2n} \quad \Rightarrow \quad a = \pm b$$

Beispiel 1.38

$$x^3 = 27$$

Beispiel 1.38

$$x^3 = 27$$

$$x^3 = 3^3$$

Beispiel 1.38

$$x^3 = 27$$

$$x^3 = 3^3$$

$$x = 3$$

Beispiel 1.39

$$x^4 \cdot x^2 = 64$$

Beispiel 1.39

$$x^4 \cdot x^2 = 64$$

$$x^6 = 2^6$$

Beispiel 1.39

$$x^4 \cdot x^2 = 64$$

$$x^6 = 2^6$$

$$x = \pm 2$$

Beispiel 1.40

$$(1 - x)^5 : (1 - x)^2 = -125$$

Beispiel 1.40

$$(1 - x)^5 : (1 - x)^2 = -125$$

$$(1 - x)^{5-2} = -5^3$$

Beispiel 1.40

$$(1 - x)^5 : (1 - x)^2 = -125$$

$$(1 - x)^{5-2} = -5^3$$

$$(1 - x)^3 = (-5)^3$$

Beispiel 1.40

$$(1 - x)^5 : (1 - x)^2 = -125$$

$$(1 - x)^{5-2} = -5^3$$

$$(1 - x)^3 = (-5)^3$$

$$1 - x = -5$$

Beispiel 1.40

$$(1 - x)^5 : (1 - x)^2 = -125$$

$$(1 - x)^{5-2} = -5^3$$

$$(1 - x)^3 = (-5)^3$$

$$1 - x = -5$$

$$x = 6$$

Beispiel 1.41

$$x^4 = -16$$

Beispiel 1.41

$$x^4 = -16$$

$$x^4 = -2^4$$

Beispiel 1.41

$$x^4 = -16$$

$$x^4 = -2^4$$

$$L = \{ \}$$

Beispiel 1.41

$$x^4 = -16$$

$$x^4 = -2^4$$

$$L = \{ \}$$

Die rechte Seite der Gleichung kann wegen des negativen Vorzeichens und dem geraden Exponenten nicht als „geschlossene“ Potenz umgeschrieben werden.

Einfache Exponentialgleichungen

Eine **Exponentialgleichung** ist eine Gleichung, wo die Variable im **Exponenten** vorkommt.

Dieser Typ von Gleichung kann mit Hilfe dieser Aussage gelöst werden:

Sind zwei Potenzen gleich und haben sie dieselbe Basis, dann stimmen auch ihre Exponenten überein.

$$a^m = a^n \quad \Rightarrow \quad m = n$$

(Hier ist keine Unterscheidung nach geradem und ungeradem Exponenten nötig.)

Beispiel 1.42

$$3^x = 243$$

Beispiel 1.42

$$3^x = 243$$

$$3^x = 3^5$$

Beispiel 1.42

$$3^x = 243$$

$$3^x = 3^5$$

$$x = 5$$

Beispiel 1.43

$$4^x \cdot 2^x = 64$$

Beispiel 1.43

$$4^x \cdot 2^x = 64$$

$$2^{2x} \cdot 2^x = 2^6$$

Beispiel 1.43

$$4^x \cdot 2^x = 64$$

$$2^{2x} \cdot 2^x = 2^6$$

$$2^{3x} = 2^6$$

Beispiel 1.43

$$4^x \cdot 2^x = 64$$

$$2^{2x} \cdot 2^x = 2^6$$

$$2^{3x} = 2^6$$

$$3x = 6$$

Beispiel 1.43

$$4^x \cdot 2^x = 64$$

$$2^{2x} \cdot 2^x = 2^6$$

$$2^{3x} = 2^6$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

Beispiel 1.44

$$(-2)^x = 16$$

Beispiel 1.44

$$(-2)^x = 16$$

Beispiel 1.44

$$(-2)^x = 16$$

$$(-2)^x = (-2)^4$$

Beispiel 1.44

$$(-2)^x = 16$$

$$(-2)^x = (-2)^4$$

Beispiel 1.44

$$(-2)^x = 16$$

$$(-2)^x = (-2)^4$$

$$x = 4$$

Beispiel 1.45

$$5^{2x+3} \cdot 5^{x+2} = 5^{4x+1}$$

Beispiel 1.45

$$5^{2x+3} \cdot 5^{x+2} = 5^{4x+1}$$

$$5^{(2x+3)+(x+2)} = 5^{4x+1}$$

Beispiel 1.45

$$5^{2x+3} \cdot 5^{x+2} = 5^{4x+1}$$

$$5^{(2x+3)+(x+2)} = 5^{4x+1}$$

$$5^{3x+5} = 5^{4x+1}$$

Beispiel 1.45

$$5^{2x+3} \cdot 5^{x+2} = 5^{4x+1}$$

$$5^{(2x+3)+(x+2)} = 5^{4x+1}$$

$$5^{3x+5} = 5^{4x+1}$$

$$3x + 5 = 4x + 1 \quad || -1 - 3x$$

Beispiel 1.45

$$5^{2x+3} \cdot 5^{x+2} = 5^{4x+1}$$

$$5^{(2x+3)+(x+2)} = 5^{4x+1}$$

$$5^{3x+5} = 5^{4x+1}$$

$$3x + 5 = 4x + 1 \quad || -1 - 3x$$

$$4 = x$$

Beispiel 1.46

$$(-5)^x = -25$$

Beispiel 1.46

$$(-5)^x = -25$$

$$(-5)^x = -5^2 \neq (-5)^2$$

Beispiel 1.46

$$(-5)^x = -25$$

$$(-5)^x = -5^2 \neq (-5)^2$$

$$L = \{ \}$$

Einerziffern ganzzahliger Potenzen

Welches ist die Einerziffer von 153^{47} ?

Trennt man die letzte Ziffer vom Rest der Zahl ab, so erhält man eine Summe $(150 + 3)^{47}$, die sich (theoretisch) mit Hilfe des Pascalschen Dreiecks potenzieren lässt:

$$\begin{aligned} 153^{47} &= (150 + 3)^{47} \\ &= \underbrace{150^{47} + 47 \cdot 150^{46} \cdot 3^1 + \dots + 47 \cdot 150^1 \cdot 3^{46}}_{\text{durch 10 teilbar}} + 3^{47} \end{aligned}$$

Da alle bis auf den letzten Summanden den Faktor 150 mindestens einmal enthalten, muss die Summe dieser Summanden durch 10 teilbar sein und somit auf 0 enden. Dies bedeutet, dass nur letzte Summand 3^{47} die Einerziffer bestimmt.

Wir bezeichnen die Einerziffer der natürlichen Zahl n mit $EZ(n)$.

Beispiele: $EZ(14) = 4$, $EZ(34357) = 7$, $EZ(5) = 5$ usw.

Was, wenn wir diese Funktion auf die Potenzen von 3 anwenden?

$$EZ(3^1) = EZ(3) = 3$$

$$EZ(3^2) = EZ(9) = 9$$

$$EZ(3^3) = EZ(27) = 7$$

$$EZ(3^4) = EZ(81) = 1$$

$$EZ(3^5) = EZ(243) = 3$$

$$EZ(3^6) = EZ(729) = 9$$

Offensichtlich gilt: $EZ(3^1) = EZ(3^5) = EZ(3^9) = \dots$

$$EZ(3^2) = EZ(3^6) = EZ(3^{10}) = \dots$$

und allgemein: $EZ(3^n) = EZ(3^{n+4})$

Nun können wir die Einerziffer von 153^{47} bestimmen, indem wir fortlaufend 4 vom Exponenten subtrahieren, bis wir auf eine der oben bestimmten Einerziffer stossen:

Nun können wir die Einerziffer von 153^{47} bestimmen, indem wir fortlaufend 4 vom Exponenten subtrahieren, bis wir auf eine der oben bestimmten Einerziffern stoßen:

$$EZ(153^{47}) = EZ(3^{43}) = EZ(3^{39}) = \dots = EZ(3^7) = EZ(3^3) = 7$$

Beispiel 1.47

Bestimme die Einserziffer von 3584^{1252} .

Beispiel 1.47

Bestimme die Einserziffer von 3584^{1252} .

$$\left. \begin{array}{l} EZ(4^1) = 4 \\ EZ(4^2) = 6 \\ EZ(4^3) = 4 \\ \dots = 6 \end{array} \right\} EZ(4^n) = EZ(4^{n+2})$$

Beispiel 1.47

Bestimme die Einzerziffer von 3584^{1252} .

$$\left. \begin{array}{l} EZ(4^1) = 4 \\ EZ(4^2) = 6 \\ EZ(4^3) = 4 \\ \dots = 6 \end{array} \right\} EZ(4^n) = EZ(4^{n+2})$$

$$\Rightarrow EZ(3584^{1252}) = EZ(4^{1252}) = EZ(4^{1250}) = \dots = EZ(4^2) = 6$$

Wie viele Teiler hat eine natürliche Zahl?

Wie viele Teiler hat 72:

1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72 \Rightarrow 12 Teiler

Geht es auch ohne Abzählen?

Primfaktorzerlegung: $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$

Bilde (in Gedanken) eine Kreuztabelle mit allen Produkten aus allen Potenzen aller Primfaktoren:

\times	$2^0 = 1$	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$
$3^0 = 1$	1	2	4	8
$3^1 = 3$	3	6	12	24
$3^2 = 9$	9	18	36	72

Die Tabelle liefert alle $(3 + 1) \cdot (2 + 1) = 12$ Teiler.

Allgemein gilt: Eine Zahl a mit der Primfaktorzerlegung

Beispiel 1.48

Wie viele Teiler hat 45?

Beispiel 1.48

Wie viele Teiler hat 45?

$$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5^1 \quad \Rightarrow \quad (2 + 1) \cdot (1 + 1) = 6 \text{ Teiler}$$

Beispiel 1.49

Wie viele Teiler hat 32?

Beispiel 1.49

Wie viele Teiler hat 32?

$$64 = 2^6 \quad \Rightarrow \quad (6 + 1) = 7 \text{ Teiler}$$

Beispiel 1.50

Wie viele Teiler hat 300?

$$300 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^2$$

$$(2 + 1) \cdot (1 + 1) \cdot (2 + 1) = 3 \cdot 2 \cdot 3 = 18 \text{ Teiler}$$

Beispiel 1.51

Wie viele Teiler hat 23?

$$23 = 23^1 \quad \Rightarrow \quad (1 + 1) = 2 \text{ Teiler} \quad (\text{Primzahl!})$$

In Bearbeitung . . .