
Mengenlehre (Repetition)
Theorie

Grundbegriffe

Eine *Menge* M ist eine Zusammenfassung von realen oder gedachten Objekten, die *Elemente* genannt werden.

Gehört ein Element x zur Menge M , schreibt man $x \in M$ [sprich: „ x ist Element von M “].

Gehört ein Element x *nicht* zur Menge M , schreibt man $x \notin M$ [sprich: „ x ist nicht Element von M “].

Die Menge, welche keine Elemente hat, wird *die leere Menge* genannt und mit den Symbolen $\{ \}$ oder \emptyset dargestellt.

Die Anzahl der Elemente einer Menge M wird *Mächtigkeit* der Menge genannt und mit $|M|$ abgekürzt.

Beispiel 1

$$M = \{\blacktriangleright, \ast, \heartsuit, \lightningbolt\}$$

(b) $\ast \in M$

(d) $|M| =$

(c) $\blacksquare \in M$

(e) $|\emptyset| =$

Mengenrelationen

Sind A und B Mengen und gilt für jedes $x \in A$, dass auch $x \in B$, so ist A eine *Teilmenge* von B . Diese Beziehung wird symbolisch durch $A \subset B$ [sprich: „ A ist Teilmenge von B “] abgekürzt.

Ist A eine Teilmenge von B , so sagt man auch B sei eine *Obermenge* von A , was durch $B \supset A$ [sprich: „ B ist Obermenge von A “] dargestellt wird.

Zwei Mengen A und B sind gleich ($A = B$) wenn $A \subset B$ und $B \subset A$ gilt.

Beispiel 2

$$A = \{1, 3\}, B = \{1, 3, 4\}, C = \{1, 2\}, D = \{3, 1\}$$

Setze eines der Symbole \subset , \supset , $=$ oder \neq ein.

(a) $A \subset B$

(d) $B \subset C$

(b) $A \subset C$

(e) $B \subset D$

(c) $A \subset D$

(f) $C \subset D$

Mengenoperationen

Es seien A und B beliebige Mengen.

- $A \cup B = \{x: x \in A \text{ oder}^* x \in B\}$ Vereinigungsmenge
- $A \cap B = \{x: x \in A \text{ und } x \in B\}$ Schnittmenge
- $A \setminus B = \{x: x \in A \text{ und } x \notin B\}$ Differenzenmenge
- $A \times B = \{(x, y): x \in A \text{ und } x \in B\}$ Produktmenge
- $\mathcal{P}(A) = \{M: M \subset A\}$ Potenzmenge

* „oder“ wird hier nicht im ausschliessenden Sinne gebraucht.

Beispiel 3

$$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3, 4\}$$

(a) $A \cup B =$

(b) $A \cap B =$

(c) $A \setminus B =$

(d) $B \setminus A =$

(e) $A \times B =$

(f) $\mathcal{P}(A) =$

(g) $\mathcal{P}(B) =$

Zahlenbereiche

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{z}{n} : z \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$\mathbb{R} = \{x: x \text{ hat eine endliche oder unendliche Dezimaldarstellung}\}$$

Es gilt:

Intervalle reeller Zahlen

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\} \quad (\text{abgeschlossenes Intervall})$$

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\} \quad (\text{offenes Intervall})$$

$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\} \quad (\text{halboffenes Intervall})$$

$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\} \quad (\text{halboffenes Intervall})$$

$$(-\infty, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x < \infty\} = \mathbb{R}$$

$$(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x \leq b\} \quad (\text{halboffenes Intervall})$$

$$(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < \infty\} \quad (\text{offenes Intervall})$$

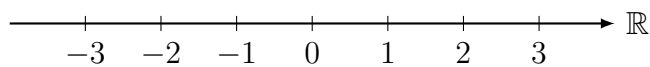
usw.

Beispiel 4

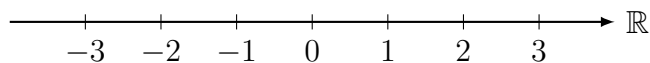
Stelle die Mengen am Zahlenstrahl graphisch dar.

- Punkt ist eingeschlossen □ Punkt ist ausgeschlossen

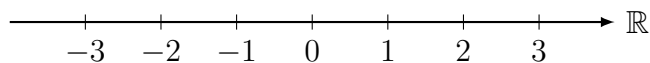
(a) $[-1, 2]$



(b) $(-2, 3]$



(c) $(-1, \infty)$



(d) $\{0, 2\}$

