

---

**Lineare Gleichungssysteme**  
**Übungen**

---

Version vom 10. März 2020

### Aufgabe 1.1

Welche der folgenden Gleichungen sind linear?

- (a)  $2u - 3v + 4/w = 8$
- (b)  $a_1 + 4a_2 + a_5 = -3$
- (c)  $5\sqrt{m} + 7\sqrt{n} - 8\sqrt{p} = 17$
- (d)  $\frac{1}{3}x - 15 = \frac{3}{5}y - 9$

### Aufgabe 1.2

Bestimme den Koeffizienten der angegebenen Variable in der Gleichung?

- (a)  $5a - \sqrt{2}b + \pi c = 8$ ;  $b$
- (b)  $u + v - w + x - y - z = 8$ ;  $w$
- (c)  $-x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -12$ ;  $x_4$

### Aufgabe 1.3

Handelt es sich beim angegebenen  $n$ -Tupel um eine Lösung der Gleichung?

- (a)  $x_1 + x_2 + x_4 = 1$ ;  $(4, 2, 1, -5)$
- (b)  $2s - 5t = -4$ ;  $(8, 4)$
- (c)  $a + 3b - 4c + d = 3$ ;  $(1, 0, 1, 0)$
- (d)  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = 9$ ;  $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$
- (e)  $x^2 + 2xy + y^2 + 4x = 0$ ;  $(-1, 1)$

### Aufgabe 1.4

Bestimme die fehlende Komponente des  $n$ -Tupels, so dass es eine Lösung der linearen Gleichung ist.

- (a)  $2e + 3f - 4g = 7$ ;  $(3, 1, ?)$
- (b)  $-y_1 + 5y_2 - 3y_4 = -8$ ;  $(0, 2, ?, 3)$
- (c)  $3u_1 - 2u_3 = 7$ ;  $(1, ?, -2)$

### Aufgabe 1.5

Bestimme formal die Lösungsmenge der linearen Gleichung. Verwende jeweils die ersten  $n - 1$  Variablen als freie Variablen.

(a)  $4a - 7b = 3$

(b)  $x_1 - 2x_2 + x_3 = 5$

### Aufgabe 1.6

Prüfe nach, ob das angegebene Tupel eine Lösung des Gleichungssystems ist.

(a)  $(5, 2); \quad \begin{aligned} 5x - 3y &= 19 \\ -2x + 7y &= 4 \end{aligned}$

(b)  $(-3, 2, 5); \quad \begin{aligned} x - 2y + 7z &= 26 \\ 2x + 3y - 4z &= -20 \end{aligned}$

(c)  $(5, 2, -7, 1); \quad \begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &= -3 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 15 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 1 \end{aligned}$

### Aufgabe 1.7

Bestimme die Lösungsmenge des Gleichungssystems durch Überlegen.

(a)  $\begin{aligned} 2x + 3y &= 1 \\ 2x + 4y &= 2 \end{aligned}$

(b)  $\begin{aligned} x + y + z &= 9 \\ x + y &= 5 \\ y + z &= 3 \end{aligned}$

(c)  $\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &= 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 &= 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 3 \end{aligned}$

(d)  $\begin{aligned} a + b + c + d &= 15 \\ b + c + d &= 17 \\ c + d &= 8 \\ d &= 3 \end{aligned}$

### Aufgabe 1.8

Bestimme alle Lösungen der Gleichung  $(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  mit  $1 \leq x \leq 9$  und  $1 \leq y \leq 9$ .

(a)  $3x - y = 16$

(b)  $8x + 7y = 28$

(c)  $9x + 5y = 60$

### Aufgabe 1.9

Bestimme die Lösungsmenge des Gleichungssystems.

(a)  $x = 3$   
 $3x + 2y = 5$

(b)  $3x - y = -5$   
 $-6x + 2y = 10$

### Aufgabe 1.10

Bestimme die Lösungsmenge des Gleichungssystems.

(a)  $x = y$   
 $7x - 6y = 4$

(b)  $x - y = 0$   
 $x + y = 16$

### Aufgabe 1.11

Löse das Gleichungssystem mit Hilfe einer grafischen Darstellung.

$$-2x + y = -1$$

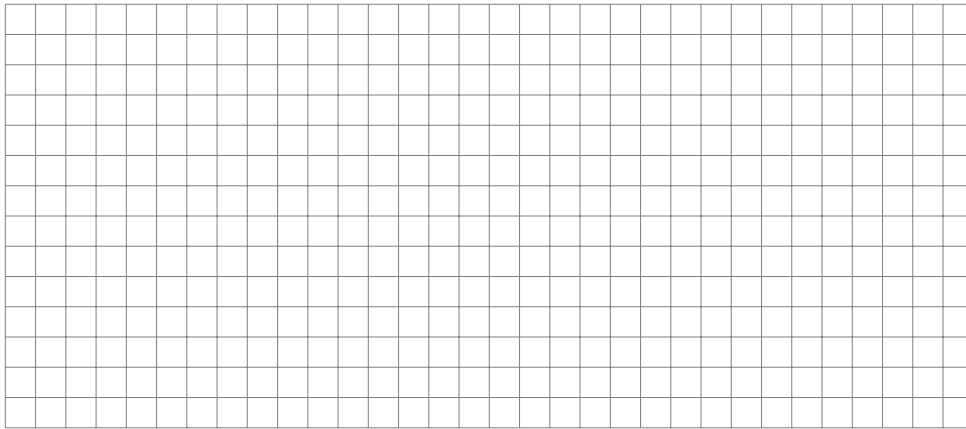
$$x + y = -4$$



### Aufgabe 1.12

Löse das Gleichungssystem mit Hilfe einer grafischen Darstellung.

$$\begin{aligned}x + 2y &= 4 \\ -6x - 3y &= 3\end{aligned}$$



2.1–2.10: Löse mit dem Einsetzungsverfahren.

### Aufgabe 2.1

$$\begin{aligned}4x + 3y &= 14 \\ 3x + y &= 13\end{aligned}$$

### Aufgabe 2.2

$$\begin{aligned}x &= 2y - 1 \\ 3x - 5y &= 1\end{aligned}$$

### Aufgabe 2.3

$$\begin{aligned}4x + 2y &= 20 \\ y &= -3x\end{aligned}$$

#### **Aufgabe 2.4**

$$6x + 5y = -12$$

$$2x = 4y + 13$$

#### **Aufgabe 2.5**

$$3x - 5y = 39$$

$$5y = 17 - 4x$$

#### **Aufgabe 2.6**

$$3x + 4y = 21$$

$$6x + y = 0$$

#### **Aufgabe 2.7**

$$8x + 13y = 79$$

$$13y = 2x + 29$$

#### **Aufgabe 2.8**

$$4(x + y) + 2y = 26$$

$$2(x + y) = 3y - 15$$

### Aufgabe 2.9

$$4x - 5(x - y) = 12$$

$$\frac{1}{2}(x - y) = 9 - 3x$$

### Aufgabe 2.10

$$4x^2 - 3y = 4$$

$$y = 2x^2 - 4$$

### Aufgabe 2.11

$$2xy - 3x = 15$$

$$xy + 7x = 33$$

### Aufgabe 2.12

$$\frac{(x + y)^2}{y} = 48$$

$$x + y = 12$$



**3.1–3.10:** Löse mit dem Additionsverfahren.

**Aufgabe 3.1**

$$\begin{aligned}5x + y &= 7 \\ -x + y &= -1\end{aligned}$$

**Aufgabe 3.2**

$$\begin{aligned}x + y &= 1 \\ 6x + 5y &= 5\end{aligned}$$

**Aufgabe 3.3**

$$\begin{aligned}-2x + y &= 1 \\ 9x - 4y &= 8\end{aligned}$$

**Aufgabe 3.4**

$$\begin{aligned}-4x + 3y &= -2 \\ -5x + 4y &= 2\end{aligned}$$

**Aufgabe 3.5**

$$\begin{aligned}x + 3y &= 1 \\ 8x - 9y &= -3\end{aligned}$$

**Aufgabe 3.6**

$$-7x + 4y = -9$$

$$-8x + 7y = -3$$

**Aufgabe 3.7**

$$-5x - y = 5$$

$$-x - y = -3$$

**Aufgabe 3.8**

$$-7x - 5y = 1$$

$$3x - y = -2$$

**Aufgabe 3.9**

$$x + y = -9$$

$$8x + 3y = 8$$

**Aufgabe 3.10**

$$4x - 2y = -9$$

$$8x - y = 3$$

**4.1–4.6:** Löse mit dem Verfahren von Gauss.

**Aufgabe 4.1**

$$x + y + z = 22$$

$$x - y + z = 16$$

$$x + y - z = 4$$

**Aufgabe 4.2**

$$x + y - z = 16$$

$$x - y + z = 20$$

$$x - y - z = 4$$

**Aufgabe 4.3**

$$x - y - z = 5$$

$$-2x + y + 7z = -2$$

$$3x - z = 8$$

#### Aufgabe 4.4

$$x + 2y - z = -1$$

$$2x - y + z = -1$$

$$3x + y + 2z = 2$$

#### Aufgabe 4.5

$$4x - y - z = -1$$

$$3x - 2y + 4z = 3$$

$$x - y + 3z = 4$$

### Aufgabe 4.6

$$3x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 5$$

$$2x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 4$$

$$-3x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = -2$$

$$x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = 0$$

**5.1–5.9:** Löse mit einer geeigneten Substitution.

**Aufgabe 5.1**

$$2x^2 + y^2 = 43$$

$$6x^2 - y^2 = 29$$

**Aufgabe 5.2**

$$2x^2 + 5y^2 = -3$$

$$7x^2 - 6y^2 = 13$$

**Aufgabe 5.3**

$$4x^2 - y^2 = 8$$

$$-3x^2 + 4y^2 = -6$$

#### Aufgabe 5.4

$$-3\sqrt{x} + \sqrt{y} = -11$$

$$4\sqrt{x} - \sqrt{y} = 19$$

#### Aufgabe 5.5

$$-7\sqrt{x} + 6\sqrt{y} = 1$$

$$-5\sqrt{x} + \sqrt{y} = -19$$

#### Aufgabe 5.6

$$7\sqrt{x} + \sqrt{y} = -5$$

$$\sqrt{x} + 8\sqrt{y} = 15$$

### Aufgabe 5.7

$$-\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1$$

$$\frac{4}{x} + \frac{1}{y} = 5$$

### Aufgabe 5.8

$$\frac{4}{x} + \frac{7}{y} = 28$$

$$-\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 16$$

### Aufgabe 5.9

$$\frac{2}{x} - \frac{1}{y} = \frac{7}{2}$$

$$-\frac{1}{x} - \frac{2}{y} = \frac{13}{4}$$