

Aufgabe 1.1

Beschreibe formal eine lineare Gleichung in drei Variablen und reellen Koeffizienten.

Aufgabe 1.2

Ist die Gleichung linear?

(a) $5x - 2yz = 4$

(b) $4a - 5c = d + 7$

(c) $\sqrt{2}x_1 + 6x_2 - x_3 = 0$

Aufgabe 1.3

Gib den Koeffizienten der angegebenen Variable an.

Term	Variable	Koeffizient
(a) $4x_1 - 3x_2 + 5x_3$	x_2	
(b) $274p + 115q + r - 39s$	r	
(c) $7a + \frac{1}{2}b + 3d$	c	

Aufgabe 1.4

Wahr oder falsch?

(a) $(3, 2) \in \{1, 2, 3\} \times \{1, 2, 3\}$

(b) $(4, 7, -3) \in \mathbb{N}^3$

(c) $\{5, 8, 3\} = \{5, 3, 8\}$

(d) $(5, 8, 3) = (5, 3, 8)$

(e) $\{1, 1, 2\} = \{1, 2\}$

(f) $(1, 1, 2) = (1, 2)$

Aufgabe 1.5

Gib die Menge aller n -Tupel in aufzählender Form an.

(a) $\{3, 2\} \times \{4, 1\}$

(c) $\{9\} \times \{2, 5, 7\} \times \{3\}$

(c) $\{a, b\}^3$

Aufgabe 1.6

Beschreibe, was

- (a) eine Lösung
- (b) die Lösungsmenge

einer (linearen) Gleichung in den Variablen x_1, x_2, \dots, x_n ist.

Aufgabe 1.7

Handelt es sich beim angegebenen n -Tupel um eine Lösung der Gleichung?

- (a) $3x + 2y = 0$; $(2, -3)$
- (b) $3x - 2y + 4z = 23$; $(1, 0, 5)$

Aufgabe 1.8

Beschreibe formal die Lösungsmenge der linearen Gleichung $2x + 4y - z = 1$. Wähle z als gebundene Variable.

Aufgabe 1.9

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung $2x + 3y = 27$ mit $x, y \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 1.10

Deute die Lösungsmenge geometrisch: Eine lineare Gleichung mit ...

- (a) zwei Unbekannten,
- (b) drei Unbekannten.

Aufgabe 1.11

Beschreibe formal ein Gleichungssystem aus 2 Gleichungen mit 3 Unbekannten.

Aufgabe 1.12

Beschreibe, was

- (a) eine Lösung
- (b) die Lösungsmenge

eines (linearen) Gleichungssystems aus m Gleichungen mit n Unbekannten ist.

Aufgabe 1.13

Zähle alle Fälle von Lösungsmengen eines linearen Gleichungssystems aus zwei Gleichungen in zwei Unbekannten auf und deute diese geometrisch.

1.14–1.16: Bestimme die Lösungsmenge des Gleichungssystems durch Überlegen.

Aufgabe 1.14

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad x + y &= 7 \\ x + 2y &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad 3x - 2y &= 6 \\ 5x - 2y &= 14 \end{aligned}$$

Aufgabe 1.15

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad x + y &= 3 \\ 2x + 2y &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad 5x + 7y &= 8 \\ 5x + 7y &= 9 \end{aligned}$$

Aufgabe 1.16

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad y &= 3 \\ 2x + 5y &= 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad x &= y \\ x + y &= 8 \end{aligned}$$

1.17–1.19: Bestimme die Lösungsmenge des Gleichungssystems durch eine graphische Darstellung ($-5 \leq x \leq 5$ und $-5 \leq y \leq 5$).

Aufgabe 1.17

$$\begin{aligned} x + 2y &= 4 \\ 2x + y &= -1 \end{aligned}$$

Aufgabe 1.18

$$\begin{aligned} 6x + 6y &= 24 \\ -4x - 4y &= -16 \end{aligned}$$

Aufgabe 1.19

$$\begin{aligned} y - 2x &= 1 \\ 2x - y &= 2 \end{aligned}$$

2.1–2.5: Bestimme die Lösungsmenge des Systems mit der Einsetzungsmethode.

Aufgabe 2.1

$$\begin{aligned} y &= 5x + 3 \\ y &= 4x - 2 \end{aligned}$$

Aufgabe 2.2

$$y = 2x - 3$$
$$5x - 3y = 4$$

Aufgabe 2.3

$$x + y = 2$$
$$4(x + y) = 3x + 11$$

Aufgabe 2.4

$$x^2 - 3y = 7$$
$$2x^2 - 5y = 17$$

Aufgabe 2.5

$$2a + 3b + c + d = 3$$
$$b - 4c + 5d = -22$$
$$2c - 3d = 12$$
$$10d = -20$$

3.1–3.6: Bestimme die Lösungsmenge des Systems mit der Additionsmethode.

Aufgabe 3.1

$$2x + 3y = 6$$
$$5x - 3y = 36$$

Aufgabe 3.2

$$4x - 5y = 4$$
$$8x - 7y = 32$$

Aufgabe 3.3

$$2x - y = 3$$
$$-2x + y = -3$$

Aufgabe 3.4

$$7x + 2y = 17$$
$$8x - 3y = 67$$

Aufgabe 3.5

$$\begin{aligned}4x - 3y^2 &= 18 \\ -2x + 3y^2 &= -6\end{aligned}$$

Aufgabe 3.6

$$\begin{aligned}2x - 4y &= 3 \\ 3x - 6y &= 4\end{aligned}$$

4.1–4.2: Bestimme die Lösungsmenge des Systems mit dem Gauss-Verfahren.

Aufgabe 4.1

$$\begin{aligned}2x + 3y - 5z &= 23 \\ -x - 2y + 2z &= -11 \\ x + 3y - 4z &= 16\end{aligned}$$

Aufgabe 4.2

$$\begin{aligned}-7x - 3y &= -2 \\ 5x + y + z &= -9 \\ 4x + 4z &= 8\end{aligned}$$

5.1–5.3: Bestimme die Lösungsmenge des Systems mit einer Substitution.

Aufgabe 5.1

$$\begin{aligned}\frac{2}{x} + \frac{1}{y} &= 4 \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} &= \frac{11}{3}\end{aligned}$$

Aufgabe 5.2

$$\begin{aligned}x^2 - 5y^2 &= 24 \\ 7x^2 + 6y^2 &= 4\end{aligned}$$

Aufgabe 5.3

$$\begin{aligned}2\sqrt{x} + 5\sqrt{y} &= 13 \\ 3\sqrt{x} - 5\sqrt{y} &= 7\end{aligned}$$