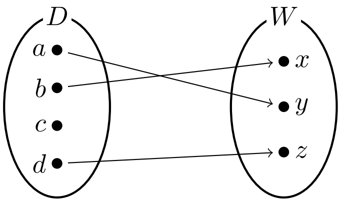
Aufgabe 1.1

Eine Funktion ist eine Vorschrift, die *jedem* Element einer Definitionsmenge *genau ein* Element einer Wertemenge zuordnet.

Aufgabe 1.2

(a)



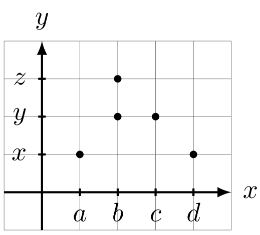
Nein, denn $c \in D$ wird *kein* Wert zugeordnet.

(b)

x	a	b	c	d
y	z	z	y	z

Ja

(c)



Nein, denn $b \in D$ werden *zwei* Werte zugeordnet.

Aufgabe 1.3

(a) $f(d) = c$

(b) $f^{-1}(c) = \{b, d\}$

(c) $g^{-1}(b) = \{c\}$

(d) $f^{-1}(d) = \{\,\}$

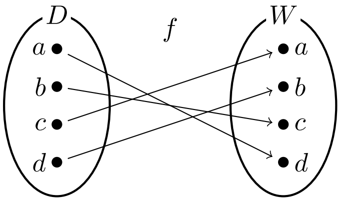
(e) $(g \circ f)(a) = g(f(a)) = g(b) = a$

(f) $(f \circ g)(a) = f(g(a)) = f(d) = c$

(g) $f^3(d) = f(f(f((d))) = f(f(c)) = f(a) = b$

(h)
$$\begin{aligned} g^{100}(a) &= g^{99}(d) = g^{98}(c) = g^{97}(b) = g^{96}(a) \\ &= \dots \\ &= g^3(d) = g^2(c) = g^1(b) = a \end{aligned}$$

Aufgabe 1.4

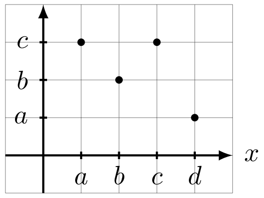


umkehrbar

x	a	b	c	d
$y = g(x)$	b	a	c	b

nicht umkehrbar

$y = h(x)$



nicht umkehrbar

Aufgabe 1.5

Am einfachsten zählt man alle Fälle auf, indem man in der ersten Kolonne die zwei Werte abwechselnd, in der zweiten Kolonne doppelt abwechselnd und in der dritten Kolonne vierfach abwechselnd notiert.

x	a	b	c
$y = f_1(x)$	r	r	r
$y = f_2(x)$	s	r	r
$y = f_3(x)$	r	s	r
$y = f_4(x)$	s	s	r
$y = f_5(x)$	r	r	s
$y = f_6(x)$	s	r	s
$y = f_7(x)$	r	s	s
$y = f_8(x)$	s	s	s

Aufgabe 2.1

$h\colon\ u = t^2 - 5t + 4$

(a) Funktionsterm: $t^2 - 5t + 4$

(b) Argument: t

(c) Funktionsname: h

(d) abhängige Variable: u

(e) Funktionsgleichung: $u = t^2 - 5t + 4$

(f) unabhängige Variable: t

Aufgabe 2.2

(a) $f(-3) = 2 \cdot (-3) - 1) = -7$

(b) $g(7) = (1-7)^2 = (-6)^2 = 36$

(c) $(g(f(2)) = g(2 \cdot 2 - 1) = g(3) = (1-3)^2 = 4$

(d) $(f(g(2)) = f((1-2)^2) = f(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$

(e) $h^4(26) = h^3(5) = h^2(2) = h(1) = 0$

(f) $g^{99}(2) = g^{98}(1) = g^{97}(0) = g^{96}(1) = \cdots = g(0) = 1$

Aufgabe 2.3

(a) $f\colon y = \dfrac{1}{x+2} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

(b) $f\colon y = \dfrac{1}{25-x^2} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{5, -5\}$

Aufgabe 2.4

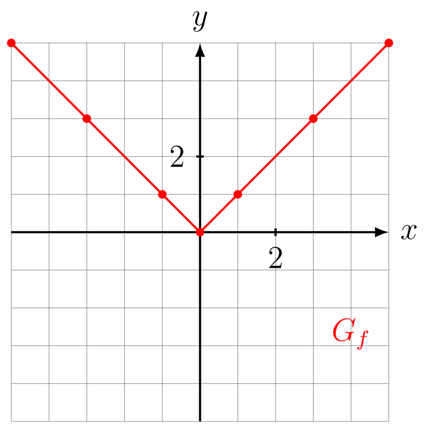
(a) $f\colon y = \sqrt{x+7} \qquad D = \{x \in \mathbb{R}\colon x \geq -7\}$

(b) $y = \sqrt{9-x^2} \qquad D = \{x \in \mathbb{R}\colon -3 \leq x \leq 3\}$

Aufgabe 3.1

$f\colon y = |x|$

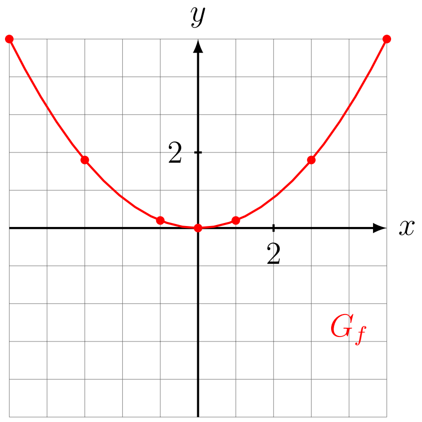
x	-5	-3	-1	0	1	3	5
y	5	3	1	0	1	3	5



Aufgabe 3.2

$f\colon y = \frac{1}{5}x^2$

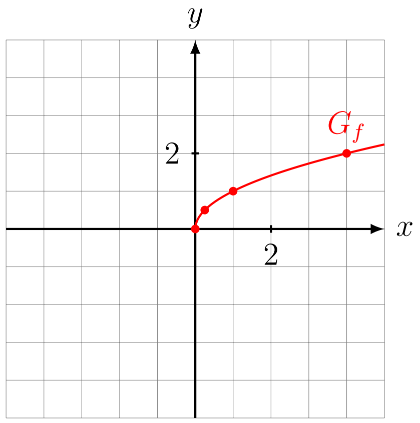
x	-5	-3	-1	0	1	3	5
y	5	1.8	0.2	0	0.2	1.8	5



Aufgabe 3.3

$f\colon y = \sqrt{x}$

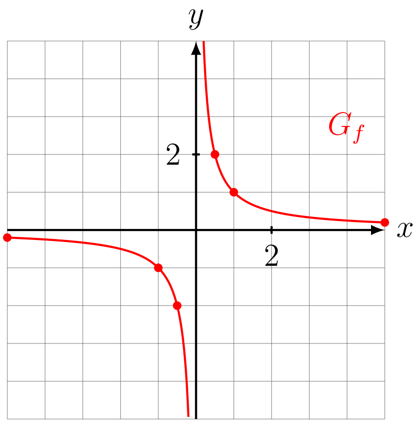
x	-4	-1	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	4
y	–	–	–	0	0.5	1	2



Aufgabe 3.4

$f\colon y = 1/x$

x	-5	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	5
y	-0.2	-1	-2	$-$	2	1	0.2



Aufgabe 3.5

$f\colon y = \sqrt{x-3} - 2$

Ordinatenabschnitt: $y = \sqrt{0-3} - 2$

$y = \sqrt{-3} - 2$ ist nicht definiert

f hat keinen Ordinatenabschnitt

Nullstelle: $0 = \sqrt{x-3} - 2$

$2 = \sqrt{x-3}$

$4 = x - 3$

$x = 7$

Aufgabe 3.6

$f\colon y = x^2 - 4$

Ordinatenabschnitt: $y = 0^2 - 4 = -4$

Nullstelle(n): $0 = x^2 - 4$

$0 = (x-2)(x+2)$

$x_1 = 2$

$x_2 = -2$

Aufgabe 3.7

Ordinatenabschnitt: $y = \dfrac{0+2}{0+1} = \dfrac{2}{1} = 2$

$$
\begin{aligned}
\text{Nullstelle(n): } 0 &= \frac{x+2}{x+1} \quad || \cdot (x+1) \\
0 &= x+2 \\
x &= -2
\end{aligned}
$$

Aufgabe 3.8

(a) $f(x) = \dfrac{3x-2}{x+2}$: ja, denn $f(2) = 1$

(b) $f(x) = \sqrt{5x-10} + 1$: ja, denn $f(2) = 1$

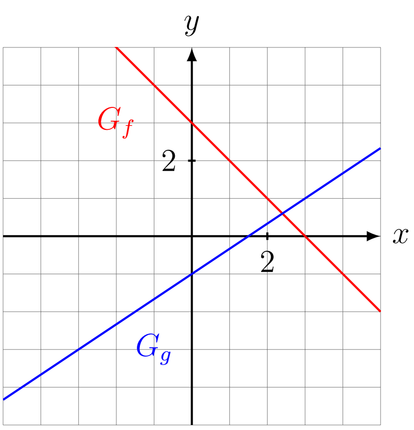
(c) $f(x) = x^3 - 5x + 2$: nein, denn $f(2) = 0$

Aufgabe 4.1

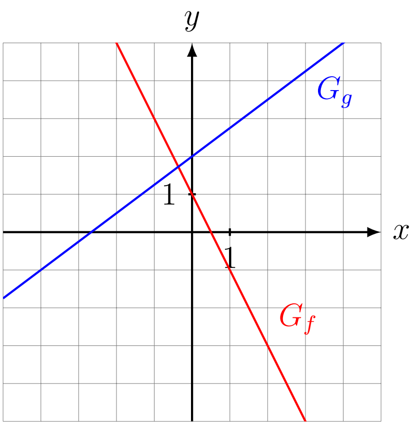
$f\colon y = -\frac{4}{7}x + \frac{1}{2}$

- Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = \frac{1}{2}$
- Nullstelle: $$\begin{aligned} 0 &= -\tfrac{4}{7}x + \tfrac{1}{2} && || + \tfrac{4}{7}x \\ \tfrac{1}{2} &= \tfrac{4}{7}x && || \cdot 14 \\ 7 &= 8x && || : 8 \\ x &= \tfrac{7}{8} \end{aligned}$$
- Steigung: $m = -\frac{4}{7}$
- fallend, da $m < 0$

Aufgabe 4.2



Aufgabe 4.3



$f\colon y = -2x + 1$

$g\colon y = \frac{3}{4}x + 2$

Aufgabe 4.4

- Funktionsgleichungen gleichsetzen.

  $$\begin{aligned} 2x + 3 &= -\tfrac{1}{3}x - 4 \quad || \cdot 3 \\ 6x + 9 &= -x - 12 \\ 7x &= -21 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

- $x_S = -3$ zum Beispiel in $f(x) = 2x + 3$ einsetzen: $y_S = 2 \cdot (-3) + 3 = -3$
- Schnittpunkt: $S(x_S, y_S) = S(-3, -3)$

Aufgabe 4.5

$$P(-5, 3) \in G_f \quad \Leftrightarrow \quad \begin{aligned} 3 &= a \cdot (-5) - 7 \\ 10 &= -5a \\ a &= -2 \end{aligned}$$

Aufgabe 4.6

- Skelett: $y = mx + q$
- Steigung: $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{-16}{2} = -8$
- $A(11, 7)$ bedeutet $x = 11$ und $y = 7$:

  $7 = -8 \cdot 11 + q \quad \Rightarrow \quad 7 = -88 + q \quad \Rightarrow \quad q = 95$

- Funktionsgleichung: $f\colon y = -8x + 95$

Aufgabe 4.7

Steigung der zu G_f senkrechten Geraden: $m_g = -2$

$$P(1,-1) \in G_g \quad \Leftrightarrow \quad \begin{aligned} -1 &= -2 \cdot 1 + q \\ -1 &= -2 + q \\ q &= 1 \end{aligned}$$

$g\colon y = -2x + 1$

Aufgabe 4.8

$f\colon y = \frac{5}{7}x + 2.$

Man bestimmt die Umkehrfunktion einer Funktion f, indem man in der Funktionsgleichung x und y vertauscht und die so entstandene Gleichung nach y auflöst:

$x = \frac{5}{7}y + 2 \quad || \cdot 7$

$$7x = 5y + 14$$

$$5y = 7x - 14$$

$f^{-1}\colon y = \frac{7}{5}x - \frac{14}{5}$

Aufgabe 4.9

Die Graphen zweier linear-affinier Funktionen sind genau dann senkrecht, wenn das Produkt ihrer Steigungen -1 ergibt bzw. wenn eine der Steigungen der negative Kehrwert der anderen Steigung ist.

(a) $f\colon y = \frac{3}{2}x + 5$ und $g\colon y = -\frac{2}{3}x - 2$

$m_f \cdot m_g = \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -1 \quad \Rightarrow \quad$ ja

(b) $f\colon y = 2x + 5$ und $g\colon y = \frac{1}{2}x - 2$

$m_f \cdot m_g = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad$ nein

(c) $f\colon y = -x + 8$ und $g\colon y = x$

$m_f \cdot m_g = -1 \cdot 1 = -1 \quad \Rightarrow \quad$ ja