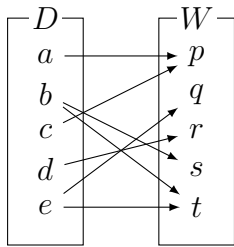

Funktionen
Übungen (L+)

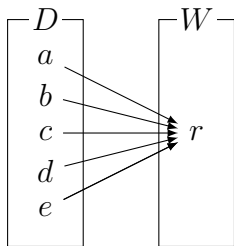
Version vom 30. August 2022

Aufgabe 1.1



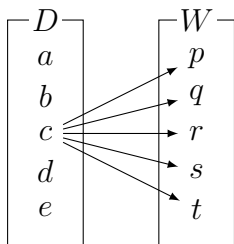
Nein, denn den Elementen b und e werden mehr als ein Element zugeordnet.

Aufgabe 1.2



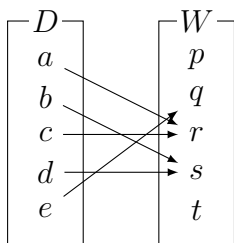
Ja, denn jedem Element aus D wird genau ein Element aus W zugeordnet.

Aufgabe 1.3



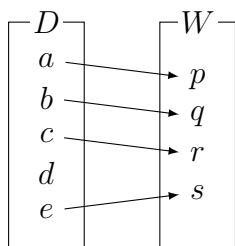
Nein, denn dem Element $a \in D$ wird kein Element der Wertemenge zugeordnet und den Elementen a, b, d, e wird jeweils kein Element zugeordnet.

Aufgabe 1.4



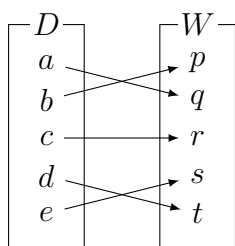
Ja, denn jedem Element von D wird genau ein Element von W zugeordnet.

Aufgabe 1.5



Nein, denn dem Element $d \in D$ wird kein Element zugeordnet.

Aufgabe 1.6



Ja, denn jedem Element aus D wird genau ein Element aus W zugeordnet.

Aufgabe 1.7

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | a | b | c | d | e |
| y | p | q | s | r | s |

Nein, dem Element f wird kein Wert zugeordnet.

Aufgabe 1.8

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | a | b | c | d | e |
| y | p | r | s | p | s |

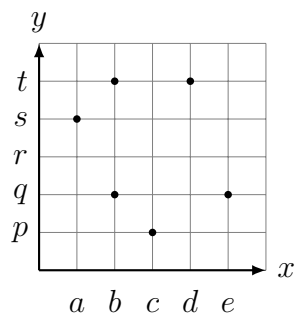
Ja

Aufgabe 1.9

| | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 4 | x | a | b | c | d | b |
| | y | p | r | p | q | s |

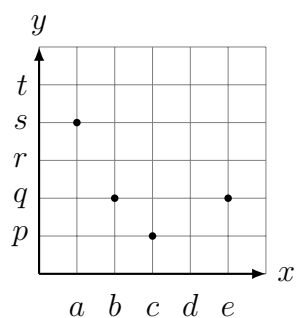
Nein, dem Element b werden zwei verschiedene Werte zugeordnet.

Aufgabe 1.10



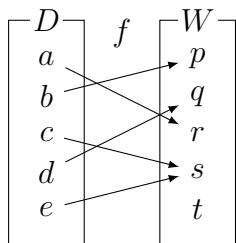
Nein, denn dem Element b werden zwei Werte zugeordnet.

Aufgabe 1.11



Nein, denn dem Element d wird kein Werte zugeordnet.

Aufgabe 1.12



(a) $f^{-1}(s) = \{c, e\}$

(b) $f^{-1}(t) = \{\}$

(c) $f^{-1}(p) = \{b\}$

Aufgabe 1.13

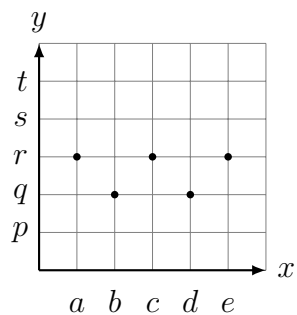
| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | a | b | c | d | e |
| y | s | t | q | p | q |

(a) $f^{-1}(p) = \{d\}$

(b) $f^{-1}(q) = \{c, e\}$

(c) $f^{-1}(r) = \{\}$

Aufgabe 1.14

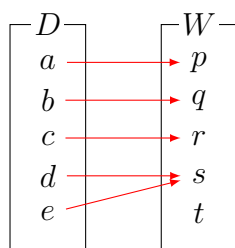
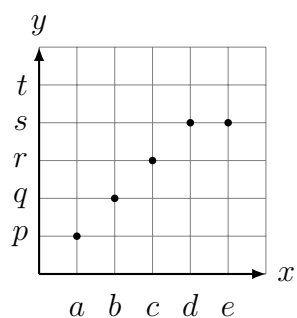


(a) $f^{-1}(p) = \{ \}$

(b) $f^{-1}(q) = \{b, d\}$

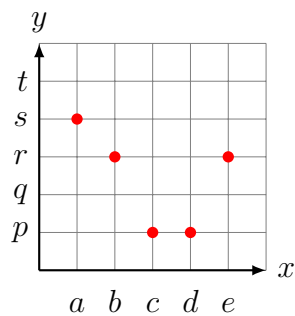
(c) $f^{-1}(r) = \{a, c, e\}$

Aufgabe 1.15

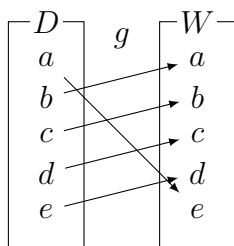
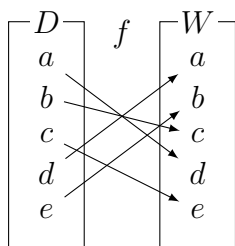


Aufgabe 1.16

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | d | e | a | c | b |
| y | p | r | s | p | r |



Aufgabe 1.17



(a) $(g \circ f)(b) = g(f(b)) = g(c) = b$

$$(b) (f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = d$$

$$(c) f^3(c) = f(f(f(c))) = f(f(e)) = f(b) = c$$

Aufgabe 1.18

| | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|
| x | a | b | c | d |
| $f(x)$ | c | d | a | b |

| | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|
| x | a | b | c | d |
| $g(x)$ | c | b | d | a |

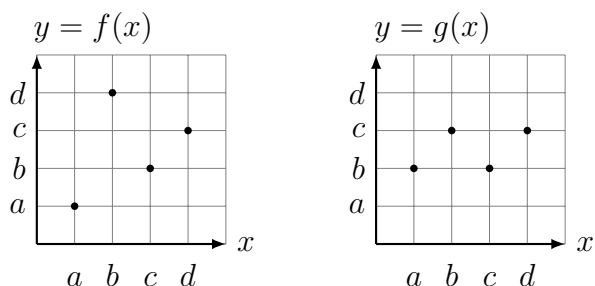
| | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|
| x | a | b | c | d |
| $h(x)$ | b | c | d | a |

$$(a) (h \circ g \circ f)(c) = h(g(f(c))) = h(g(a)) = h(c) = d$$

$$(b) (f \circ g \circ h)(c) = f(g(h(c))) = f(g(d)) = f(a) = c$$

$$(c) (g \circ h \circ f)(c) = g(h(f(c))) = g(h(a)) = g(b) = b$$

Aufgabe 1.19



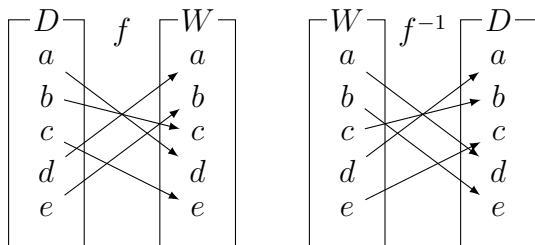
$$(a) (g \circ f)(b) = g(f(b)) = g(d) = c$$

$$(b) (f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(c) = b$$

$$(c) f^{10}(c) = f^9(b) = f^8(d) = f^7(c) = \dots = f^4(c) = f^1(c) = b$$

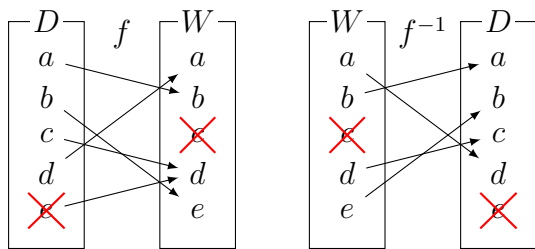
$$(d) g^{42}(c) = g^{41}(b) = g^{40}(c) = \dots = g^1(b) = c$$

Aufgabe 1.20



Die Funktion ist umkehrbar.

Aufgabe 1.21



Die Funktion ist nur eingeschränkt umkehrbar.

Aufgabe 1.22

$$D = \{a, b, \phi, \not{d}\}, W = \{a, \not{b}, c, \not{d}\}$$

| | | | | | | | | |
|------------|-----|-----|--------|-----------|-----------------|-----|-----|--|
| x | a | b | ϕ | \not{d} | y | a | c | |
| $y = f(x)$ | c | a | a | c | $x = f^{-1}(y)$ | b | a | |

f ist nur eingeschränkt umkehrbar.

Aufgabe 1.23

$$D = \{a, b, c, d\}, W = \{a, b, c, d\}$$

| | | | | | | | | | |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----------------|-----|-----|-----|-----|
| x | a | b | c | d | y | a | b | c | d |
| $y = f(x)$ | c | d | b | a | $x = f^{-1}(y)$ | d | c | a | b |

f ist umkehrbar

Aufgabe 2.1

$$c: p = c(t)$$

- (a) c : Funktionsname
- (b) p : abhängige Variable, Wert
- (c) $p = c(t)$: Funktionsgleichung
- (d) t : unabhängige Variable, Argument, Stelle
- (e) $c(t)$: Funktionsterm

Aufgabe 2.2

$$f(x) = -3x + 4$$

- (a) $f(1) = (-3) \cdot 1 + 4 = 1$
- (b) $f(0) = (-3) \cdot 0 + 4 = 4$
- (c) $f(\frac{4}{3}) = (-3) \cdot \frac{4}{3} + 4 = 0$
- (d) $f(-\frac{1}{2}) = -3 \cdot (-\frac{1}{2}) + 4 = \frac{3}{2} + \frac{8}{2} = \frac{11}{2}$

Aufgabe 2.3

$$f(x) = x^2 - x - 6$$

- (a) $f(5) = 25 - 5 - 6 = 14$
- (b) $f(0) = 0 - 0 - 6 = -6$
- (c) $f(-2) = 4 + 2 - 6 = 0$
- (d) $f(2) = 4 - 2 - 6 = -4$

Aufgabe 2.4

$$f(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

- (a) $f(2) = \frac{2+3}{2+1} = \frac{5}{3}$
- (b) $f(0) = \frac{0+3}{0+1} = 3$
- (c) $f(-3) = \frac{-3+3}{-3+1} = \frac{0}{-2} = 0$
- (d) $f(-1) = \frac{-1+3}{-1+1} = \frac{2}{0}$ nicht definiert

Aufgabe 2.5

$$f(x) = (x - 2)(x + 5)$$

$$(a) f(0) = (0 - 2)(0 + 5) = -10$$

$$(b) f(3) = (3 - 2)(3 + 5) = 8$$

$$(c) f(2) = (2 - 2)(2 + 5) = 0$$

$$(d) f\left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{2} - \frac{4}{2}\right) \left(\frac{5}{2} + \frac{10}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{2} = \frac{15}{4}$$

Aufgabe 2.6

$$f(x) = \sqrt{7 - \sqrt{x}}$$

$$(a) f(0) = \sqrt{7 - \sqrt{0}} = \sqrt{7}$$

$$(b) f(9) = \sqrt{7 - \sqrt{9}} = \sqrt{7 - 3} = \sqrt{4} = 2$$

$$(c) f(36) = \sqrt{7 - \sqrt{36}} = \sqrt{7 - 6} = \sqrt{1} = 1$$

$$(d) f(100) = \sqrt{7 - \sqrt{100}} = \sqrt{7 - 10} = \sqrt{-3} \quad \text{nicht definiert}$$

Aufgabe 2.7

$$f(x) = \frac{5x}{1 + x^2}$$

$$(a) f(1) = \frac{5 \cdot 1}{1 + 1^2} = \frac{5}{2}$$

$$(b) f(0) = \frac{2 \cdot 0}{1 + 0^2} = \frac{0}{1} = 0$$

$$(c) f(7) = \frac{5 \cdot 7}{1 + 7^2} = \frac{35}{50} = \frac{7}{10}$$

$$(d) f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5 \cdot \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5} = 2$$

Aufgabe 2.8

$$f(x, y) = 2x - 3y + 1$$

$$(a) f(0, 0) = 2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$(b) f(4, 3) = 2 \cdot 4 - 3 \cdot 3 + 1 = 0$$

$$(c) f(2, -1) = 2 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) + 1 = 8$$

Aufgabe 2.9

$$f(r, s, t) = \frac{r - s}{s + t}$$

$$(a) f(2, 1, 1) = \frac{2 - 1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$$

$$(b) f(5, -3, -5) = \frac{5 + 3}{-3 - 5} = \frac{8}{-8} = -1$$

$$(c) f(2, -1, 3) = \frac{2 + 1}{-1 + 3} = \frac{3}{2}$$

Aufgabe 2.10

Gegeben: $f: y = x + 3$ und $g: y = \sqrt{x}$

$$(a) g(f(1)) = g(1 + 3) = g(4) = \sqrt{4} = 2$$

$$(b) g(f(-2)) = g(-2 + 3) = g(1) = \sqrt{1} = 1$$

$$(c) g(f(a^2 - 3)) = g(a^2 - 3 + 3) = g(a^2) = \sqrt{a^2} = |a|$$

Aufgabe 2.11

Gegeben: $f: y = x + 2$ und $g: y = \frac{x + 1}{x - 1}$

$$(a) g(f(3)) = g(3 + 2) = g(5) = \frac{5 + 1}{5 - 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$(b) f(g(3)) = f\left(\frac{3 + 1}{3 - 1}\right) = f(2) = 2 + 2 = 4$$

$$(c) f(f(3)) = f(3 + 2) = f(5) = 5 + 2 = 7$$

$$(d) g(g(3)) = g(2) = \frac{2 + 1}{2 - 1} = 3$$

Aufgabe 2.12

Gegeben: $f: y = 3 - x$ und $g: y = x^2 - 2.5x + 1$

$$(a) f^2(1) = f(f(1)) = f(2) = 1$$

$$(b) f^{23}(1) = f^{21}(1) = \dots = f^1(1) = 2$$

$$(c) g^3(1) = g^2(-0.5) = g(2.5) = 1$$

$$(d) g^{38}(1) = g^{35}(1) = \dots = g^2(1) = g(-0.5) = 2.5$$

Aufgabe 2.13

$$f: y = 2x + 3.$$

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad 7 = 2x + 3 &\Rightarrow f^{-1}(7) = \{2\} \\ 4 = 2x \\ x = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad 0 = 2x + 3 &\Rightarrow f^{-1}(0) = \{-\frac{3}{2}\} \\ -3 = 2x \\ x = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad -1 = 2x + 3 &\Rightarrow f^{-1}(-1) = \{-2\} \\ -4 = 2x \\ x = -2 \end{aligned}$$

Aufgabe 2.14

$$f: y = x^2 + 5.$$

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad 14 = x^2 + 5 &\Rightarrow f^{-1}(14) = \{-3, 3\} \\ 9 = x^2 \\ x = \pm 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad 5 = x^2 + 5 &\Rightarrow f^{-1}(5) = \{0\} \\ 0 = x^2 \\ x = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad 4 = x^2 + 5 &\Rightarrow \text{keine Urbilder} \\ -4 = x^2 \end{aligned}$$

Aufgabe 2.15

Funktionsgleichung nach x auflösen ...

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x + 3 \\ 2y &= x + 6 \\ x &= 2y - 6 \end{aligned}$$

... und Variablen vertauschen:

$$f^{-1}: y = 2x - 6$$

Aufgabe 2.16

Funktionsgleichung nach x auflösen ...

$$y = \frac{x + 2}{x - 3}$$

$$y(x - 3) = x + 2$$

$$xy - 3y = x + 2$$

$$xy - x = 3y + 2$$

$$x(y - 1) = 3y + 2$$

$$x = \frac{3y + 2}{y - 1}$$

... und Variablen vertauschen:

$$f^{-1}: y = \frac{3x - 2}{x - 1}$$

Aufgabe 2.17

Funktionsgleichung nach x auflösen ...

$$y = \sqrt{x + 3}$$

$$y^2 = x + 3$$

$$y^2 - 3 = x$$

$$x = y^2 - 3$$

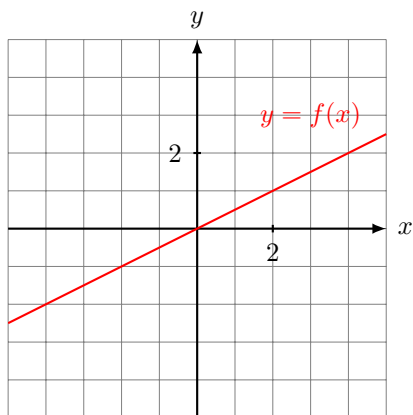
... und Variablen vertauschen:

$$f^{-1}: y = x^2 - 3$$

Aufgabe 3.1

$$f(x) = \frac{1}{2}x$$

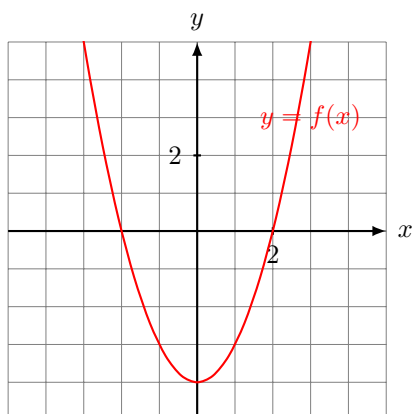
| | | | | | |
|-----|----|----|---|---|---|
| x | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 |
| y | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |



Aufgabe 3.2

$$f(x) = x^2 - 4$$

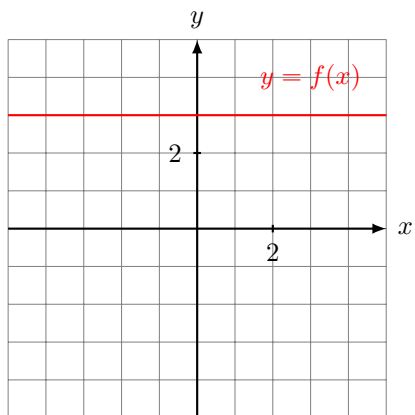
| | | | | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|----|----|
| x | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y | 21 | 12 | 5 | 0 | -3 | -4 | -3 | 0 | 5 | 12 | 21 |



Aufgabe 3.3

$$f(x) = 3$$

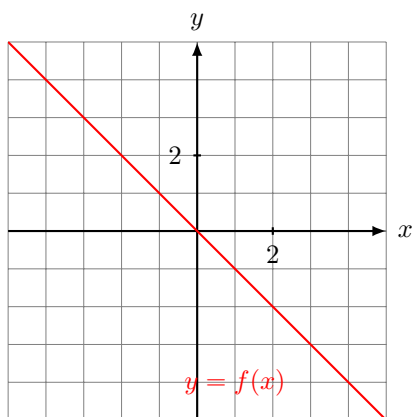
| | | | | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|
| x | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |



Aufgabe 3.4

$$f(x) = -x$$

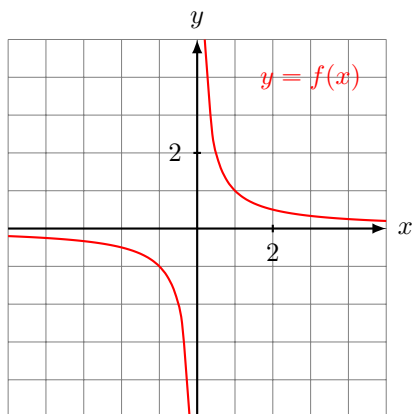
| | | | | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|
| x | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 | -3 | -4 | -5 |



Aufgabe 3.5

$$f(x) = 1/x$$

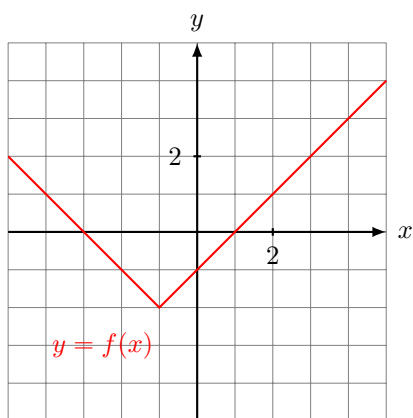
| | | | | | | | | | | | |
|-----|----------------|----------------|----|----------------|----------------|---|---------------|---------------|---|---------------|---------------|
| x | -4 | -2 | -1 | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | 0 | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | 4 |
| y | $-\frac{1}{4}$ | $-\frac{1}{2}$ | -1 | -2 | -4 | - | -4 | 2 | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |



Aufgabe 3.6

$$f(x) = |x + 1| - 2$$

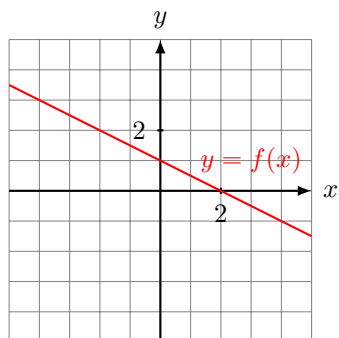
| | | | | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|
| x | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |



Aufgabe 3.7

$$f(x) = 1 - \frac{1}{2}x$$

| | | | | | |
|-----|----|----|---|---|----|
| x | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 |
| y | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 |



Aufgabe 3.8

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 2 \cdot 0 - 3 = -3$

Nullstelle(n): $0 = 2x - 3$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Aufgabe 3.9

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 0^2 - 1.44 = -1.44$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$

$$x^2 - 1.44 = 0$$

$$x^2 = 1.44$$

$$x_1 = 1.2$$

$$x_2 = -1.2$$

Aufgabe 3.10

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = \frac{0-1}{0+1} = -1$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$

$$\frac{x-1}{x+1} = 0$$

$$x-1 = 0$$

$$x = 1$$

Aufgabe 3.11

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 4 - \sqrt{0+3} = 4 - \sqrt{3}$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$
 $4 - \sqrt{x+3} = 0$
 $4 = \sqrt{x+3}$
 $16 = x+3$
 $x = 13$

Probe: $4 - \sqrt{13+3} = 4 - \sqrt{16} = 4 - 4 = 0$ (ok)

Aufgabe 3.12

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = \frac{4-0}{0} + 3$ nicht definiert

Nullstelle(n): $f(x) = 0$
 $\frac{4-x}{x} + 3 = 0 \quad || \cdot x$
 $4-x+3x = 0$
 $4+2x = 0$
 $2x = -4$
 $x = -2$

Aufgabe 3.13

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = \frac{3-0}{1+0} - 2 = 3 - 2 = 1$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$
 $\frac{3-x}{1+x} - 2 = 0$
 $\frac{3-x}{1+x} = 2$
 $3-x = 2(1+x)$
 $3-x = 2+2x$
 $1 = 3x$
 $x = \frac{1}{3}$

Aufgabe 3.14

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 0^2 + 4 = 4$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$
 $x^2 + 4 = 0$
 $x^2 = -4$

keine Lösung – keine Nullstelle

Aufgabe 3.15

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = (0 - 1)(0 + 2)(0 - 4) = 8$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$
 $(x - 1)(x + 2)(x - 4) = 0$
 $x_1 = 1$
 $x_2 = -2$
 $x_3 = 4$

Aufgabe 3.16

Ordinatenabschnitt: $y = f(0) = 0^2 - 3 \cdot 0 = 0$

Nullstelle(n): $f(x) = 0$
 $x^2 - 3x = 0$
 $x(x - 3) = 0$
 $x_1 = 0$
 $x_2 = 3$

Aufgabe 3.17

$P(3, 7) \in G_f \Leftrightarrow x = 3$ und $y = 7$ erfüllen $y = f(x)$

$$7 = 3^2 - 2 \cdot 3 + 4$$

$$7 = 7$$

$$P \in G_f$$

Aufgabe 3.18

$P(\frac{1}{4}, 2) \in G_f \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$ und $y = 2$ erfüllen $y = f(x)$

$$2 = \sqrt{6 + 0.25} - \sqrt{2 + 0.25}$$

$$2 = \sqrt{6.25} - \sqrt{2.25}$$

$$2 = 2.5 - 1.5$$

$$2 = 1$$

$$P \notin G_f$$

Aufgabe 3.19

$P(-2, 4) \in G_f \Leftrightarrow x = -2$ und $y = 4$ erfüllen $y = f(x)$

$$4 = \frac{5 \cdot (-2) - 2}{2 \cdot (-2) + 1}$$

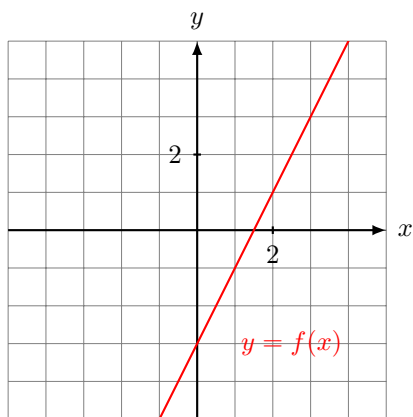
$$4 = \frac{-12}{-3}$$

$$4 = 4$$

$$P \in G_f$$

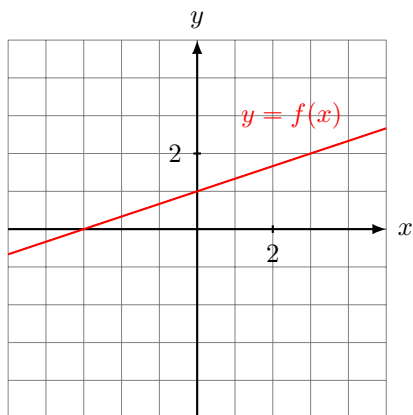
Aufgabe 4.1

$$f(x) = 2x - 3$$



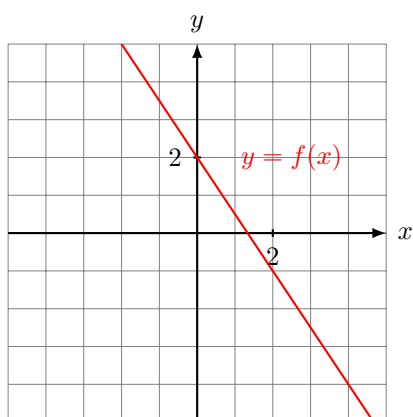
Aufgabe 4.2

$$f(x) = \frac{1}{3}x + 1$$



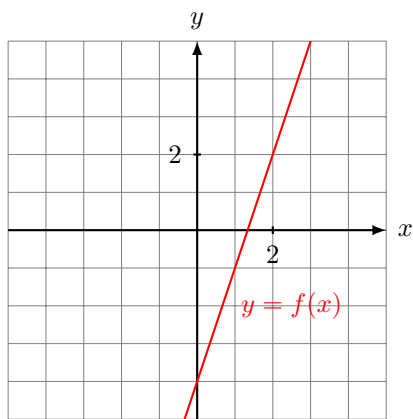
Aufgabe 4.3

$$f(x) = -\frac{3}{2}x + 2$$



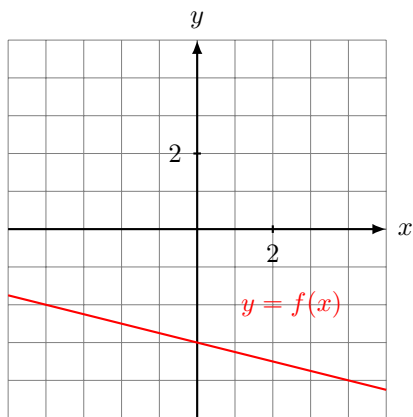
Aufgabe 4.4

$$f(x) = 3x - 4$$



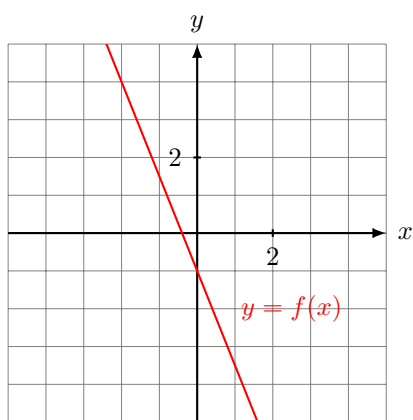
Aufgabe 4.5

$$f(x) = -\frac{1}{4}x - 3$$



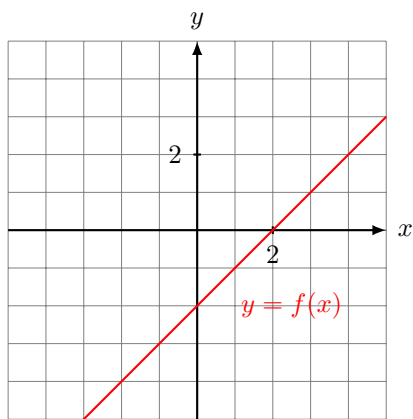
Aufgabe 4.6

$$f(x) = -\frac{5}{2}x - 1$$



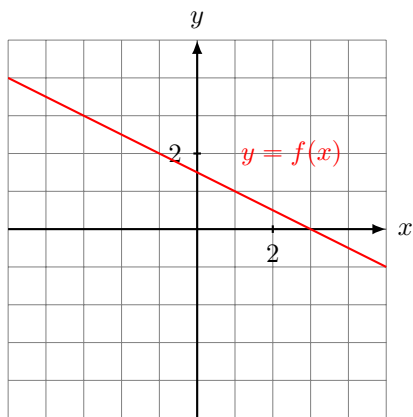
Aufgabe 4.7

$$f(x) = x - 2$$



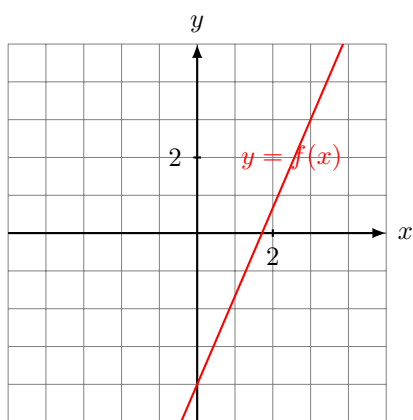
Aufgabe 4.8

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$



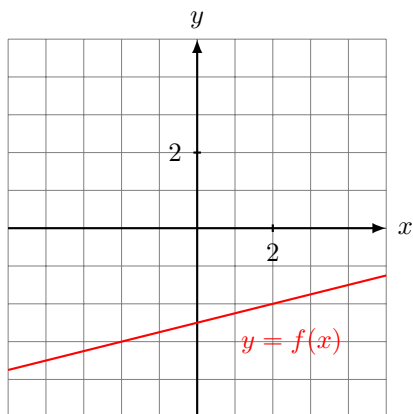
Aufgabe 4.9

$$f(x) = \frac{7}{3}x - 4$$



Aufgabe 4.10

$$f(x) = \frac{1}{4}x - \frac{5}{2}$$



Aufgabe 4.11

$$y = f(6) = \frac{5}{3} \cdot 6 + 7 = 17$$

Aufgabe 4.12

$$-5 = -\frac{3}{4}x + 1 \quad || \cdot 4$$

$$-20 = -3x + 4$$

$$-24 = -3x$$

$$x = 8$$

Aufgabe 4.13

$$P(2, 11) \in G_f \quad \Leftrightarrow \quad x = 2, y = 11 \text{ erfüllen } y = f(x)$$

$$11 = 3 \cdot 2 + q$$

$$11 = 6 + q$$

$$q = 5$$

Aufgabe 4.14

$$P(-4, 9) \in G_f \quad \Leftrightarrow \quad x = -4, y = 9 \text{ erfüllen } y = f(x)$$

$$9 = m \cdot (-4) + 7$$

$$2 = -4m$$

$$m = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

Aufgabe 4.15

$$P(-5, 7) \in G_f \Leftrightarrow x = -5, y = 7 \text{ erfüllen } y = f(x)$$

$$7 = -\frac{4}{3} \cdot (-5) + q \quad || \cdot 3$$

$$21 = 20 + 3q$$

$$1 = 3q$$

$$q = \frac{1}{3}$$

Aufgabe 4.16

$$P\left(\frac{1}{2}, -3\right) \in G_f \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}, y = -3 \text{ erfüllen } y = f(x)$$

$$-3 = m \cdot \frac{1}{2} - 4$$

$$-6 = m - 8$$

$$m = 2$$

Aufgabe 4.17

$$P(2, 3) \text{ und } Q(4, 4)$$

$$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = \frac{1}{2}$$

$$q = y_P - m \cdot x_P = 2$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

Aufgabe 4.18

$$P(-2, 1) \text{ und } Q(1, -5)$$

$$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = -2$$

$$q = y_P - m \cdot x_P = -3$$

$$y = -2x - 3$$

Aufgabe 4.19

$$f(x) = g(x)$$

$$2x + 3 = 3x - 2$$

$$-x = -5$$

$$x = 5$$

$$y = f(5) = 13$$

$$\Rightarrow S(5, 13)$$

Aufgabe 4.20

$$f(x) = g(x)$$

$$\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$3x + 1 = 3x + 5$$

$$1 = 5$$

⇒ keine Lösung

Aufgabe 4.21

$$f(x) = g(x)$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{3}{5} = \frac{3}{4}x - \frac{1}{5}$$

$$-\frac{1}{2}x = -\frac{4}{5}$$

$$x = \frac{8}{5}$$

$$y = f\left(\frac{8}{5}\right) = 1$$

⇒ $S\left(\frac{8}{5}, 1\right)$

Aufgabe 4.22

g hat gleiche Steigung wie f ⇒ $g: y = 2x + q$

$P(3, 4) \in G_g$ ⇔ $x = 3, y = 4$ erfüllt $y = g(x)$

$$4 = 2 \cdot 3 + q$$

$$q = -2$$

$$g: y = 2x - 2$$

Aufgabe 4.23

g hat gleiche Steigung wie f ⇒ $g: y = -\frac{4}{3}x + q$

$P(-6, 7) \in G_g$ ⇔ $x = -6, y = 7$ erfüllt $y = g(x)$

$$7 = -\frac{4}{3} \cdot (-6) + q$$

$$7 = 8 + q$$

$$q = -1$$

$$g: y = -\frac{4}{3}x - 1$$

Aufgabe 4.24

$$(a) f(x) = 2x + 4 \Rightarrow m_f = 2 \Rightarrow m_g = -\frac{1}{2}$$

$$(b) f(x) = -5x - 3 \Rightarrow m_f = -5 \Rightarrow m_g = \frac{1}{5}$$

$$(c) f(x) = x \Rightarrow m_f = 1 \Rightarrow m_g = -1$$

$$(d) f(x) = \frac{2}{3}x \Rightarrow m_f = \frac{2}{3} \Rightarrow m_g = -\frac{3}{2}$$

$$(e) f(x) = -\frac{7}{4}x + \frac{6}{7} \Rightarrow m_f = -\frac{7}{4} \Rightarrow m_g = \frac{4}{7}$$

$$(f) f(x) = -x + 9 \Rightarrow m_f = -1 \Rightarrow m_g = 1$$

Aufgabe 4.25

$$f: y = \frac{1}{2}x - 3$$

$$m_g = -1/m_f = -2 \Rightarrow g: y = -2x + q$$

$$P(4, 5) \in G_g \Leftrightarrow x = 4, y = 5 \text{ erfüllt } y = g(x):$$

$$5 = -2 \cdot 4 + q$$

$$q = 13$$

$$\Rightarrow g: y = -2x + 13$$

Aufgabe 4.26

$$f: y = -\frac{3}{5}x + 7$$

$$m_g = -1/m_f = \frac{5}{3} \Rightarrow g: y = \frac{5}{3}x + q$$

$$P(3, -1) \in G_g \Leftrightarrow x = 3, y = -1 \text{ erfüllt } y = g(x):$$

$$-1 = \frac{5}{3} \cdot 3 + q$$

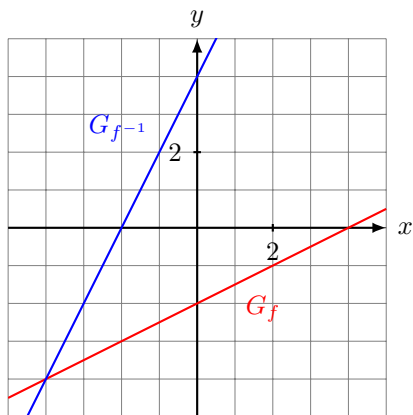
$$-1 = 5 + q$$

$$q = -6$$

$$\Rightarrow g: y = \frac{5}{3}x - 6$$

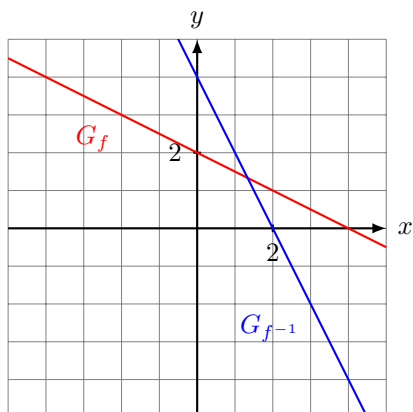
Aufgabe 4.27

$$\begin{aligned} f: y = \frac{1}{2}x - 2 &\Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow f^{-1}: y = 2x + 4 \\ 2y = x - 4 \\ x = 2y + 4 \end{aligned}$$



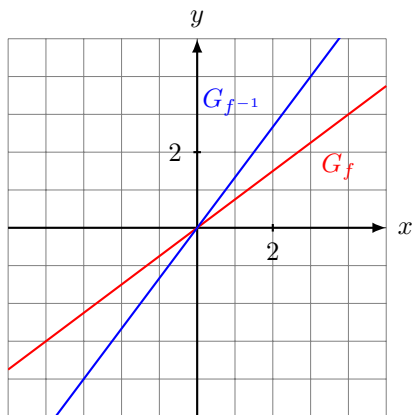
Aufgabe 4.28

$$\begin{aligned} f: y = -\frac{1}{2}x + 2 &\Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow f^{-1}: y = -2x + 4 \\ 2y = -x + 4 \\ x = -2y + 4 \end{aligned}$$



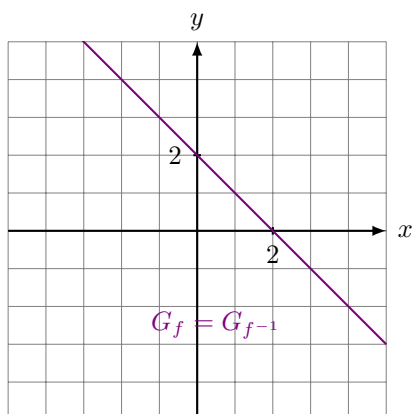
Aufgabe 4.29

$$f: y = \frac{3}{4}x \Rightarrow y = \frac{3}{4}x \Rightarrow f^{-1}: y = \frac{4}{3}x$$
$$\frac{4}{3}y = x$$
$$x = \frac{4}{3}y$$



Aufgabe 4.30

$$f(x) = -x - 2 \Rightarrow y = -x + 2 \Rightarrow f^{-1}: y = -x + 2$$
$$x = -y + 2$$



($f = f^{-1} \Rightarrow$ Involution)