Algebra mit Bruchtermen

Theorie

Strukturbäume

Ob ein Term Summe oder Produkt genannt wird, hängt von seiner Struktur ab.

$$3 \ a \ (\ x \ + \ 2 \ y \ )$$

Strukturbäume

Ob ein Term Summe oder Produkt genannt wird, hängt von seiner Struktur ab.

$$3 \quad a \quad (\quad x \quad + \quad 2 \quad y \quad)$$

P

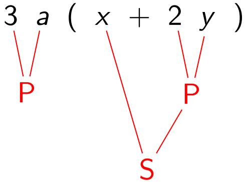
Strukturbäume

Ob ein Term Summe oder Produkt genannt wird, hängt von seiner Struktur ab.

$$\underbrace{3\ a}_{\text{P}}\ (\ x\ +\ \underbrace{2\ y}_{\text{P}}\ )$$

Strukturbäume

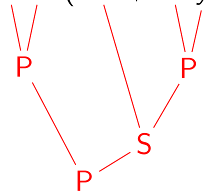
Ob ein Term Summe oder Produkt genannt wird, hängt von seiner Struktur ab.



Strukturbäume

Ob ein Term Summe oder Produkt genannt wird, hängt von seiner Struktur ab.

$$3\ a\ (\ x\ +\ 2\ y\ )$$

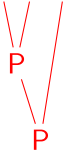


$$3\ a\ x + 6\ a\ y$$

$$3 \; a \; x + 6 \; a \; y$$

P

$$3\ a\ x + 6\ a\ y$$



$$3\;a\;x\;+\;6\;a\;y$$

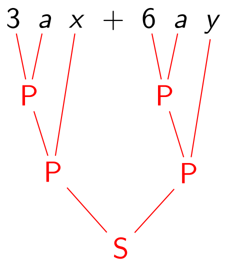
$$\color{red}{P} \qquad\qquad \color{red}{P}$$

$$\color{red}{P}$$

$$3\ a\ x + 6\ a\ y$$

P P

P P


3 a x + 6 a y
P
P
P
P
S

Differenzen und Quotienten

Eine Subtraktion kann durch eine Addition ersetzt werden, indem man das Vorzeichen des Subtrahenden wechselt.

Differenzen und Quotienten

Eine Subtraktion kann durch eine Addition ersetzt werden, indem man das Vorzeichen des Subtrahenden wechselt.

$5a - 3b =$

Differenzen und Quotienten

Eine Subtraktion kann durch eine Addition ersetzt werden, indem man das Vorzeichen des Subtrahenden wechselt.

$5a - 3b = 5a + (-3b)$

Differenzen und Quotienten

Eine Subtraktion kann durch eine Addition ersetzt werden, indem man das Vorzeichen des Subtrahenden wechselt.

$$5a - 3b = 5a + (-3b)$$

Eine Division kann durch eine Multiplikation ersetzt werden, indem man mit dem Kehrwert des Divisors multipliziert.

Differenzen und Quotienten

Eine Subtraktion kann durch eine Addition ersetzt werden, indem man das Vorzeichen des Subtrahenden wechselt.

$5a - 3b = 5a + (-3b)$

Eine Division kann durch eine Multiplikation ersetzt werden, indem man mit dem Kehrwert des Divisors multipliziert.

$5a : 3b =$

Differenzen und Quotienten

Eine Subtraktion kann durch eine Addition ersetzt werden, indem man das Vorzeichen des Subtrahenden wechselt.

$$5a - 3b = 5a + (-3b)$$

Eine Division kann durch eine Multiplikation ersetzt werden, indem man mit dem Kehrwert des Divisors multipliziert.

$$5a : 3b = 5a \cdot \frac{1}{3b}$$

Beispiel 1.1

$$(4a + 3b)(5x + y) + z$$

Beispiel 1.1

$$(\underbrace{4\,a}_{\text{P}} + 3\,b)(5\,x + y) + z$$

Beispiel 1.1

$$(\underbrace{4\,a}_{P}+\underbrace{3\,b}_{P})(5\,x+y)+z$$

Beispiel 1.1

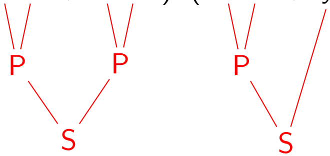
$$(\underbrace{4\ a}_{P} + \underbrace{3\ b}_{P})(\underbrace{5\ x}_{P} + y) + z$$

Beispiel 1.1

$$(\underbrace{\underbrace{4\,a}_{P}+\underbrace{3\,b}_{P}}_{S})(\underbrace{5\,x}_{P}+y)+z$$

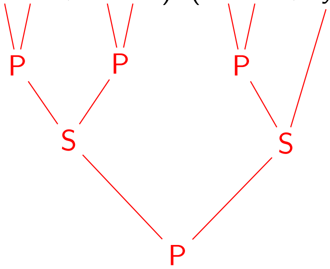
Beispiel 1.1

$$(4a + 3b)(5x + y) + z$$



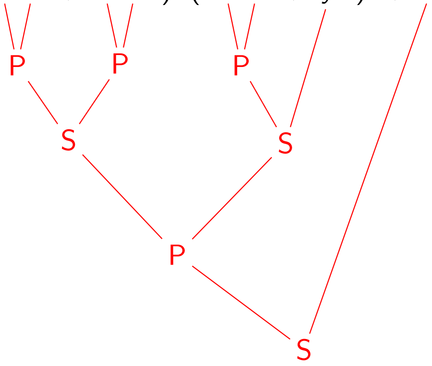
Beispiel 1.1

$$(4a + 3b)(5x + y) + z$$



Beispiel 1.1

$$(4\,a + 3\,b)\,(5\,x + y) + z$$



Beispiel 1.2

$$(7c-(3d-6f))(7p+q)z^2$$

Beispiel 1.2

$$(\underbrace{7\ c}_{P} - (3\ d - 6\ f))(7\ p + q)\ z^{2}$$

Beispiel 1.2

$$\left(\underbrace{7c}_{P} - \left(\underbrace{3d}_{P} - 6f\right)\right)\left(7p + q\right)z^{2}$$

Beispiel 1.2

$$(\underbrace{7c}_{P} - (\underbrace{3d}_{P} - \underbrace{6f}_{P}))(7p + q)z^2$$

Beispiel 1.2

$$\left(\underbrace{7c}_{P} - \left(\underbrace{3d}_{P} - \underbrace{6f}_{P}\right)\right)\left(\underbrace{7p}_{P} + q\right)z^2$$

Beispiel 1.2

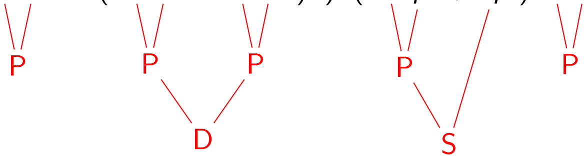
$$(\underbrace{7\,c}_{P} - (\underbrace{3\,d}_{P} - \underbrace{6\,f}_{P}))(\underbrace{7\,p}_{P} + q)\underbrace{z^{2}}_{P}$$

Beispiel 1.2

$$(\underbrace{7\,c}_{\text{P}} - (\underbrace{\underbrace{3\,d}_{\text{P}} - \underbrace{6\,f}_{\text{P}}}_{\text{D}}))(\underbrace{7\,p}_{\text{P}} + q)\underbrace{z^{2}}_{\text{P}}$$

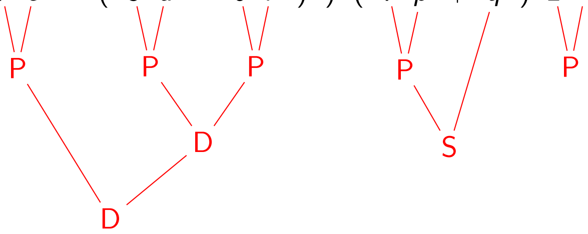
Beispiel 1.2

$$(7c - (3d - 6f))(7p + q)z^2$$



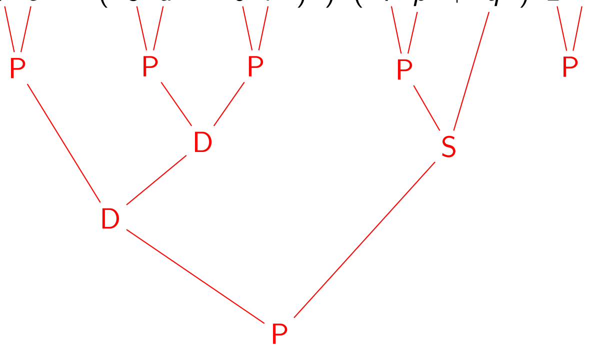
Beispiel 1.2

$$(7c - (3d - 6f))(7p + q)z^2$$



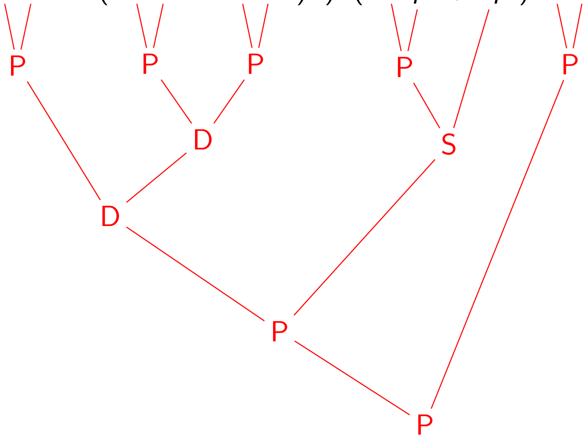
Beispiel 1.2

$$(7\,c - (3\,d - 6\,f))\,(7\,p + q)\,z^{2}$$



Beispiel 1.2

$$(7c - (3d - 6f))(7p + q)z^2$$



Monome

$-4xy^2$:

Monome

$-4xy^2$:

Monom: Produkt aus einem Koeffizienten (-4) und Potenzen von Variablen ($x \cdot y^2$).

Monome

$-4xy^2$:

Monom: Produkt aus einem Koeffizienten (-4) und Potenzen von Variablen $(x \cdot y^2)$.

Ist eine einfache Zahl wie 3 auch ein Monom?

Monome

$-4xy^2$:

Monom: Produkt aus einem Koeffizienten (-4) und Potenzen von Variablen $(x \cdot y^2)$.

Ist eine einfache Zahl wie 3 auch ein Monom?

Ja, denn man kann sich eine Variable mit dem Exponenten 0 vorstellen: $3 = 3 \cdot 1 = 3 \cdot x^0$

Polynome

Summen von Monomen werden nach der Anzahl ihrer Summanden benannt:

$3x + 5z^3$

$8a - 10b^2 + 2$

$5x^3 - 2x^2 + 7x - 1$

$\dots$

Polynome

Summen von Monomen werden nach der Anzahl ihrer Summanden benannt:

$3x + 5z^3$ Binom in x und z

$8a - 10b^2 + 2$

$5x^3 - 2x^2 + 7x - 1$

$\ldots$

Polynome

Summen von Monomen werden nach der Anzahl ihrer Summanden benannt:

$3x + 5z^3$	Binom in x und z
$8a - 10b^2 + 2$	Trinom in a und b
$5x^3 - 2x^2 + 7x - 1$	

$\dots$

Polynome

Summen von Monomen werden nach der Anzahl ihrer Summanden benannt:

$3x + 5z^3$	Binom in x und z
$8a - 10b^2 + 2$	Trinom in a und b
$5x^3 - 2x^2 + 7x - 1$	Quadrinom in x

...

Polynome

Summen von Monomen werden nach der Anzahl ihrer Summanden benannt:

$3x + 5z^3$	Binom in x und z
$8a - 10b^2 + 2$	Trinom in a und b
$5x^3 - 2x^2 + 7x - 1$	Quadrinom in x
$\dots$	

Polynome sind Summen aus Monomen.

Implizite Multiplikation

Eine Multiplikation ohne Multiplikationszeichen bindet stärker als eine mit Multiplikationszeichen.

$7 \cdot 5\,b$

Zum Vergleich: (gleiche Operation: von links nach rechts rechnen)

$7 \cdot 5 \cdot b$

Implizite Multiplikation

Eine Multiplikation ohne Multiplikationszeichen bindet stärker als eine mit Multiplikationszeichen.

$$7 \cdot \underbrace{5\ b}_{\color{red}P}$$

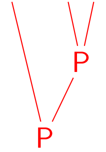
Zum Vergleich: (gleiche Operation: von links nach rechts rechnen)

$$7 \cdot 5 \cdot b$$

Implizite Multiplikation

Eine Multiplikation ohne Multiplikationszeichen bindet stärker als eine mit Multiplikationszeichen.

$$7 \cdot 5\,b$$



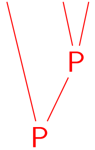
Zum Vergleich: (gleiche Operation: von links nach rechts rechnen)

$$7 \cdot 5 \cdot b$$

Implizite Multiplikation

Eine Multiplikation ohne Multiplikationszeichen bindet stärker als eine mit Multiplikationszeichen.

$7 \cdot 5\,b$

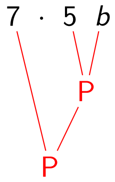


Zum Vergleich: (gleiche Operation: von links nach rechts rechnen)

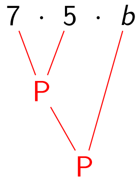
$7 \cdot 5 \cdot b$

Implizite Multiplikation

Eine Multiplikation ohne Multiplikationszeichen bindet stärker als eine mit Multiplikationszeichen.



Zum Vergleich: (gleiche Operation: von links nach rechts rechnen)



Beispiel 1.3

So lange nur multipliziert wird, ist die implizite Multiplikation bloss eine Abkürzung.

Bei der Division impliziter Produkte wird es jedoch „interessant":

Beispiel 1.3

So lange nur multipliziert wird, ist die implizite Multiplikation bloss eine Abkürzung.

Bei der Division impliziter Produkte wird es jedoch „interessant":

- $a : 3a = a : (3 \cdot a) = a : 3 : a = a : a : 3 = 1 : 3 = \dfrac{1}{3}$

Beispiel 1.3

So lange nur multipliziert wird, ist die implizite Multiplikation bloss eine Abkürzung.

Bei der Division impliziter Produkte wird es jedoch „interessant":

- $a : 3a = a : (3 \cdot a) = a : 3 : a = a : a : 3 = 1 : 3 = \frac{1}{3}$
- $a : 3 \cdot a = a \cdot a : 3 = a^2 : 3 = \frac{a^2}{3}$

Implizite Summen

In einer Situation darf man das Additionszeichen weglassen:

$$5\frac{2}{3} =$$

Implizite Summen

In einer Situation darf man das Additionszeichen weglassen:

$$5\frac{2}{3} = 5 + \frac{2}{3} =$$

Implizite Summen

In einer Situation darf man das Additionszeichen weglassen:

$$5\frac{2}{3} = 5 + \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 3}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3} =$$

Implizite Summen

In einer Situation darf man das Additionszeichen weglassen:

$$5\frac{2}{3} = 5 + \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 3}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3} = \frac{15 + 2}{3} =$$

Implizite Summen

In einer Situation darf man das Additionszeichen weglassen:

$$5\frac{2}{3} = 5 + \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 3}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3} = \frac{15 + 2}{3} = \frac{17}{3}$$

Ausmultiplizieren

Ein Produkt von Summen als Summe von Produkten darstellen

Beispiel 1.4

$$(a - b + c) \cdot d$$

Beispiel 1.4

$$(a - b + c) \cdot d = ad - bd + cd$$

Beispiel 1.5

$$(2y - 3x + 5z) \cdot (-3z)$$

Beispiel 1.5

$$(2y - 3x + 5z) \cdot (-3z) = -6yz + 9xz - 15z^2$$

Beispiel 1.6

$$(a + x)(b + y)$$

Beispiel 1.6

$$(a + x)(b + y) = ab + ay + bx + xy$$

Beispiel 1.7

$$(2y + x)(y + 3x)$$

Beispiel 1.7

$$(2y + x)(y + 3x) = 2y^2 + 6xy + xy + 3x^2$$

Beispiel 1.7

$$(2y + x)(y + 3x) = 2y^2 + 6xy + xy + 3x^2 = 2y^2 + 7xy + 3x^2$$

Beispiel 1.8

$$(x+1)(x+2)(x-3)$$

Beispiel 1.8

$$(x+1)(x+2)(x-3) = (x+1)(x^2-3x+2x-6)$$

Beispiel 1.8

$$
\begin{aligned}
(x+1)(x+2)(x-3) &= (x+1)(x^2-3x+2x-6) \\
&= (x+1)(x^2-x-6)
\end{aligned}
$$

Beispiel 1.8

$$\begin{aligned}(x+1)(x+2)(x-3) &= (x+1)(x^2-3x+2x-6)\\ &= (x+1)(x^2-x-6)\\ &= x^3-x^2-6x+x^2-x-6\end{aligned}$$

Beispiel 1.8

$$
\begin{aligned}
(x+1)(x+2)(x-3) &= (x+1)(x^2-3x+2x-6)\\
&= (x+1)(x^2-x-6)\\
&= x^3-x^2-6x+x^2-x-6\\
&= x^3-7x-6
\end{aligned}
$$

Merke

Summen werden multipliziert, indem man *jeden* Summanden in *jedem* Faktor mit *jedem* Summanden in *jedem* anderen Faktor multipliziert und alle Produkte addiert.

Binomische Formeln

1. binomische Formel:

Binomische Formeln

1. binomische Formel:

$$(x+y)^2 = (x+y)(x+y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Binomische Formeln

1. binomische Formel:

$$(x+y)^2 = (x+y)(x+y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

2. binomische Formel:

Binomische Formeln

1. binomische Formel:

$$(x+y)^2 = (x+y)(x+y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

2. binomische Formel:

$$(x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x^2 - xy - yx + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

Binomische Formeln

1. binomische Formel:

$$(x+y)^2 = (x+y)(x+y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

2. binomische Formel:

$$(x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x^2 - xy - yx + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

3. binomische Formel:

Binomische Formeln

1. binomische Formel:

$$(x+y)^2 = (x+y)(x+y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

2. binomische Formel:

$$(x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x^2 - xy - yx + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

3. binomische Formel:

$$(x+y)(x-y) = x^2 - xy + yx - y^2 = x^2 - y^2$$

Binomische Formeln

1. binomische Formel:

$$(x+y)^2 = (x+y)(x+y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

2. binomische Formel:

$$(x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x^2 - xy - yx + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

3. binomische Formel:

$$(x+y)(x-y) = x^2 - xy + yx - y^2 = x^2 - y^2$$

- xy, yx: Mischprodukte
- $2xy$: Doppelprodukt

Beispiel 1.9

$$(m+1)^2$$

Beispiel 1.9

$$(m+1)^2 = m^2 + 2m + 1$$

Beispiel 1.10

$$(c+1)(c-1)$$

Beispiel 1.10

$$(c+1)(c-1) = c^2 - 1$$

Beispiel 1.11

$$(e-f)^2$$

Beispiel 1.11

$$(e-f)^2 = e^2 - 2ef + f^2$$

Beispiel 1.12

$$(-p-q)^2$$

Beispiel 1.12

$$(-p-q)^2 = p^2 + 2pq + p^2$$

Beispiel 1.13

$$(3a + b)^2$$

Beispiel 1.13

$$(3a+b)^2 = 9a^2 + 6ab + b^2$$

Beispiel 1.14

$$(x^2 + y^2)^2$$

Beispiel 1.14

$$(x^2 + y^2)^2 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4$$

Beispiel 1.15

$$(2a^2 - 1)(2a^2 + 1)$$

Beispiel 1.15

$$(2a^2 - 1)(2a^2 + 1) = 4a^4 - 1$$

Beispiel 1.16

$$(4x + 13y)^2$$

Beispiel 1.16

$$(4x + 13y)^2 = 16x^2 + 104xy + 169y^2$$

Faktorisieren

Beim Faktorisieren werden Summen von Produkten als Produkte von Summen dargestellt.

Beispiel 1.17

$$r^2 + 2rs + s^2$$

Beispiel 1.17

$$r^2 + 2rs + s^2 = (r + s)^2$$

Beispiel 1.18

$$u^2 - v^2$$

Beispiel 1.18

$$u^2 - v^2 = (u + v)(u - v)$$

Beispiel 1.19

$$m^2 - 6mn + 9n^2$$

Beispiel 1.19

$$m^2 - 6mn + 9n^2 = (m - 3n)^2$$

Beispiel 1.20

$$4g^2 + 4gh + h^2$$

Beispiel 1.20

$$4g^2 + 4gh + h^2 = (2g + h)^2$$

Beispiel 1.21

$$20y - 12$$

Beispiel 1.21

$$20y - 12 = 4(5y - 3)$$

Beispiel 1.22

$$pq - qr$$

Beispiel 1.22

$$pq - qr = q(p - r)$$

Beispiel 1.23

$$x^2 - x$$

Beispiel 1.23

$$x^2 - x = x(x-1)$$

Beispiel 1.24

$$ct - dt^2$$

Beispiel 1.24

$$ct - dt^2 = t(c - dt)$$

Beispiel 1.25

$$9at + 15bt - 6ct$$

Beispiel 1.25

$$9at + 15bt - 6ct = 3t(3a + 5b - 2c)$$

Beispiel 1.26

$$x^2y^4 - x^3y^2$$

Beispiel 1.26

$$x^2y^4 - x^3y^2 = x^2y^2(y^2 - x)$$

Ausklammern vorgegebener Faktoren

Ein Faktor wird ausgeklammert, indem man jeden Summanden durch diesen Faktor dividiert.

Beispiel 1.27

Klammere 2 aus: $2n + \frac{4}{5}$

Beispiel 1.27

Klammere 2 aus: $2n + \frac{4}{5} = 2\left(n + \frac{2}{5}\right)$

Beispiel 1.28

Klammere (-1) aus: $y - 2$

Beispiel 1.28

Klammere (-1) aus: $y - 2 = (-1)(-y + 2)$

Beispiel 1.28

Klammere (-1) aus: $y - 2 = (-1)(-y + 2) = -(2 - y)$

Beispiel 1.29

Klammere x aus: $8x^5 + 4x^2 - 3xy$

Beispiel 1.29

Klammere x aus: $8x^5 + 4x^2 - 3xy = x(8x^4 + 4x - 3y)$

Beispiel 1.30

Klammere x aus: $5x - y$

Beispiel 1.30

Klammere x aus: $5x - y = x\left(5 - \frac{y}{x}\right)$

Vereinfache die Terme durch Faktorisieren.

Beispiel 1.31

$$(2n-2)(3n-3)$$

Beispiel 1.31

$$(2n-2)(3n-3) = 2(n-1)3(n-1)$$

Beispiel 1.31

$$(2n-2)(3n-3) = 2(n-1)3(n-1) = 6(n-1)^2$$

Beispiel 1.32

$$(1.5u - 1.5v)(6u + 6v)$$

Beispiel 1.32

$$(1.5u - 1.5v)(6u + 6v) = 1.5(u - v)6(u + v)$$

Beispiel 1.32

$$(1.5u - 1.5v)(6u + 6v) = 1.5(u - v)6(u + v) = 9(u^2 - v^2)$$

Beispiel 1.33

$$(9xy + 9y) : (x + 1)$$

Beispiel 1.33

$$(9xy + 9y) : (x + 1) = 9y(x + 1) : (x + 1)$$

Beispiel 1.33

$$(9xy + 9y) : (x + 1) = 9y(x + 1) : (x + 1) = 9y$$

Beispiel 1.34

$$(8 - t)y - (1 - 2t)y$$

Beispiel 1.34

$$(8-t)y-(1-2t)y = y\big((8-t)-(1-2t)\big)$$

Beispiel 1.34

$$\begin{aligned}(8-t)y-(1-2t)y &= y\big((8-t)-(1-2t)\big)\\ &= y(8-t-1+2t)\end{aligned}$$

Beispiel 1.34

$$
\begin{aligned}
(8-t)y-(1-2t)y &= y\big((8-t)-(1-2t)\big) \\
&= y(8-t-1+2t) = y(7+t)
\end{aligned}
$$

Beispiel 1.35

$$a(x+y)+b(x+y)$$

Beispiel 1.35

$$a(x+y)+b(x+y)=(x+y)(a+b)$$

Beispiel 1.36

$$4x(a+b) - 5y(a+b) - 6(a+b) - 3x(a+b) - (a+b)$$

Beispiel 1.36

$$4x(a+b) - 5y(a+b) - 6(a+b) - 3x(a+b) - (a+b)$$

$$= (a+b)(4x - 5y - 6 - 3x - 1)$$

Beispiel 1.36

$$4x(a+b) - 5y(a+b) - 6(a+b) - 3x(a+b) - (a+b)$$

$$= (a+b)(4x - 5y - 6 - 3x - 1) = (a+b)(x - 5y - 7)$$

Beispiel 1.37

$$a(x + y) - 2x - 2y$$

Beispiel 1.37

$$a(x+y)-2x-2y = a(x+y)-2(x+y)$$

Beispiel 1.37

$$a(x+y)-2x-2y = a(x+y)-2(x+y) = (x+y)(a-2)$$

Beispiel 1.38

$$bq + cq - (b + c)r$$

Beispiel 1.38

$$bq + cq - (b + c)r = q(b + c) - (b + c)r$$

Beispiel 1.38

$$bq + cq - (b + c)r = q(b + c) - (b + c)r = (b + c)(q - r)$$

Beispiel 1.39

$$au + av + bu + bv$$

Beispiel 1.39

$$au + av + bu + bv = a(u + v) + b(u + v)$$

Beispiel 1.39

$$au + av + bu + bv = a(u + v) + b(u + v) = (u + v)(a + b)$$

Beispiel 1.40

$$81ab + 72ad + 36bc + 32cd$$

Beispiel 1.40

$$81ab + 72ad + 36bc + 32cd = 9a(9b + 8d) + 4c(9b + 8d)$$

Beispiel 1.40

$$81ab + 72ad + 36bc + 32cd = 9a(9b + 8d) + 4c(9b + 8d)$$

Beispiel 1.40

$$
\begin{aligned}
81ab + 72ad + 36bc + 32cd &= 9a(9b + 8d) + 4c(9b + 8d) \\
&= (9a + 4c)(9b + 8d)
\end{aligned}
$$

Beispiel 1.41

$$x^2 - y^2$$

Beispiel 1.41

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

Beispiel 1.42

$$16m^2 - 9n^2$$

Beispiel 1.42

$$16m^2 - 9n^2 = (4m - 3n)(4m + 3n)$$

Beispiel 1.43

$$18z^2 - 2$$

Beispiel 1.43

$$18z^2 - 2 = 2(9z^2 - 1) = 2(3z - 1)(3z + 1)$$

Beispiel 1.44

$$m^2 - 2m + 1$$

Beispiel 1.44

$$m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2$$

Beispiel 1.45

$$4a^2 + 20ab + 25b^2$$

Beispiel 1.45

$$4a^2 + 20ab + 25b^2 = (2a + 5b)^2$$

Beispiel 1.46

$$7p^2 + 28p + 28$$

Beispiel 1.46

$$7p^2 + 28p + 28 = 7(p^2 + 4p + 4)$$

Beispiel 1.46

$$7p^2 + 28p + 28 = 7(p^2 + 4p + 4) = 7(p + 2)^2$$

Beispiel 1.47

$$a^2 + 2ab + b^2 - z^2$$

Beispiel 1.47

$$a^2 + 2ab + b^2 - z^2 = (a + b)^2 - z^2$$

Beispiel 1.47

$$a^2 + 2ab + b^2 - z^2 = (a+b)^2 - z^2 = (a+b-z)(a+b+z)$$

Beispiel 1.48

$$x^2 + 9x + 20$$

Beispiel 1.48

$$x^2 + 9x + 20 = (x + 4)(x + 5)$$

Beispiel 1.49

$$a^2 + 2a - 24$$

Beispiel 1.49

$$a^2 + 2a - 24 = (a - 4)(a + 6)$$

Beispiel 1.50

$$5x^2 + 10x - 75$$

Beispiel 1.50

$$5x^2 + 10x - 75 = 5(x^2 + 2x - 15)$$

Beispiel 1.50

$$5x^2 + 10x - 75 = 5(x^2 + 2x - 15) = 5(x - 3)(x + 5)$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$1589 : 12 =$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$1589 : 12 = 1$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$\begin{array}{l} 1\,5\,8\,9 : 1\,2 = 1 \\ 1\,2 \end{array}$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$\begin{array}{l} \quad 1\,5\,8\,9 : 12 = 1 \\ \underline{-\,1\,2} \end{array}$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$
\begin{array}{r}
1\,5\,8\,9 : 1\,2 = 1 \\
\underline{-\,1\,2} \\
3
\end{array}
$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$\begin{array}{l} \;\;1589 : 12 = 1 \\ \underline{-12} \\ \;\;\;\;\;38 \end{array}$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$\begin{array}{l} \quad 1589 : 12 = 13 \\ \underline{-12} \\ \quad\;\; 38 \end{array}$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$
\begin{array}{l}
1\,5\,8\,9 : 1\,2 = 1\,3 \\
\underline{-\,1\,2} \\
3\,8 \\
3\,6
\end{array}
$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$
\begin{array}{l}
\quad 1589 : 12 = 13 \\
\underline{-12} \\
\quad\;\; 38 \\
\;\;\underline{-36}
\end{array}
$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$
\begin{array}{rl}
1589 : 12 = 13 & \\
-12 & \\
\hline
38 & \\
-36 & \\
\hline
2 &
\end{array}
$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$
\begin{array}{rl}
1589 : 12 = 13 \\
\underline{-12} & \\
38 & \\
\underline{-36} & \\
29 &
\end{array}
$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$
\begin{array}{l}
1\,5\,8\,9 : 1\,2 = 1\,3\,2 \\
\underline{-\,1\,2} \\
3\,8 \\
\underline{-\,3\,6} \\
2\,9
\end{array}
$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$
\begin{array}{l}
1\,5\,8\,9 : 1\,2 = 1\,3\,2 \\
\underline{-\,1\,2} \\
3\,8 \\
\underline{-\,3\,6} \\
2\,9 \\
2\,4
\end{array}
$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$
\begin{array}{l}
1\,5\,8\,9 : 1\,2 = 1\,3\,2 \\
\underline{-\,1\,2} \\
3\,8 \\
\underline{-\,3\,6} \\
2\,9 \\
\underline{-\,2\,4}
\end{array}
$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$
\begin{array}{rl}
1589 : 12 = & 132 \\
\underline{-12} & \\
38 & \\
\underline{-36} & \\
29 & \\
\underline{-24} & \\
5 &
\end{array}
$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$
\begin{array}{rl}
1589 : 12 = 132 & \\
\underline{-12} & \\
38 & \\
\underline{-36} & \\
29 & \\
\underline{-24} & \\
5 & \text{Rest}
\end{array}
$$

Zur Erinnerung: schriftliche Division

$$
\begin{array}{rl}
1589 : 12 = & 132 + \frac{5}{12} \\
\underline{-12} & \\
38 & \\
\underline{-36} & \\
29 & \\
\underline{-24} & \\
5 & \text{Rest}
\end{array}
$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$(6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) =$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$(6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) = 2x^2$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$(6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) = 2x^2$$

$$6x^3$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$(\,6x^3 - 14x^2 + 17x - 12\,) : (3x - 4) = 2x^2$$

$$6x^3 -$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$(6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) = 2x^2$$

$$6x^3 - 8x^2$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$(6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) = 2x^2$$

$$\underline{-(6x^3 - 8x^2 \quad)}$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$(6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) = 2x^2$$

$$\frac{-(6x^3 - 8x^2 \quad)}{\quad -6x^2}$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$
\begin{array}{rl}
(\,6x^3 - 14x^2 + 17x - 12\,) : (3x - 4) = 2x^2 \\
-\,(\,6x^3 - 8x^2\,) \\
\hline
-6x^2 + 17x
\end{array}
$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$\begin{array}{l}
(6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) = 2x^2 - 2x \\
\underline{-(6x^3 - 8x^2 \quad)} \\
\qquad -6x^2 + 17x \\
\qquad \underline{\qquad\qquad\qquad} \\
\\
\qquad\qquad \underline{\qquad\qquad\qquad}
\end{array}$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$\begin{array}{l} \quad (6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) = 2x^2 - 2x \\ \underline{-(6x^3 - 8x^2 \quad)} \\ \qquad\qquad -6x^2 + 17x \\ \qquad\qquad \underline{-6x^2 \qquad\qquad} \end{array}$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$
\begin{array}{l}
(6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) = 2x^2 - 2x \\
-(6x^3 - 8x^2) \\
\hline
\qquad\qquad -6x^2 + 17x \\
\qquad\qquad -6x^2 + 8x \\
\hline
\end{array}
$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$
\begin{aligned}
&(6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) = 2x^2 - 2x \\
&\underline{-(6x^3 - 8x^2)} \\
&\qquad\quad -6x^2 + 17x \\
&\quad - \underline{(-6x^2 + 8x)}
\end{aligned}
$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$(6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) = 2x^2 - 2x$$

$$-(6x^3 - 8x^2)$$

$$-6x^2 + 17x$$

$$-(-6x^2 + 8x)$$

$$9x$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$
\begin{array}{l}
(6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) = 2x^2 - 2x \\
-(6x^3 - 8x^2) \\
\hline
\qquad -6x^2 + 17x \\
\qquad -(-6x^2 + 8x) \\
\hline
\qquad\qquad 9x - 12 \\
\hline
\end{array}
$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$
\begin{array}{l}
\quad (6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) = 2x^2 - 2x + 3 \\
\underline{-(6x^3 - 8x^2)} \\
\qquad\qquad -6x^2 + 17x \\
\qquad - \underline{(-6x^2 + 8x)} \\
\qquad\qquad\qquad 9x - 12 \\
\qquad\qquad\qquad \underline{\qquad\qquad}
\end{array}
$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$
\begin{array}{l}
(\,6x^3 - 14x^2 + 17x - 12\,) : (3x - 4) = 2x^2 - 2x + 3 \\
\underline{-(\,6x^3 - 8x^2\,)} \\
\qquad -6x^2 + 17x \\
\qquad \underline{-\,(\,-6x^2 + 8x\,)} \\
\qquad\qquad 9x - 12 \\
\qquad\qquad \underline{9x \qquad\quad}
\end{array}
$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$
\begin{array}{l}
(6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) = 2x^2 - 2x + 3 \\
\underline{-(6x^3 - 8x^2)} \\
\phantom{-(6x^3 - {}} -6x^2 + 17x \\
 - \underline{(-6x^2 + 8x)} \\
 9x - 12 \\
 \underline{9x - 12}
\end{array}
$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$
\begin{array}{l}
(6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) = 2x^2 - 2x + 3 \\
\underline{-(6x^3 - 8x^2)} \\
\qquad -6x^2 + 17x \\
\qquad \underline{-(-6x^2 + 8x)} \\
\qquad\qquad 9x - 12 \\
\qquad\qquad \underline{-(9x - 12)}
\end{array}
$$

Beispiel 2.1

Wichtig: Dividend und Divisor vorher nach absteigenden Potenzen sortieren.

$$
\begin{array}{rl}
 & (6x^3 - 14x^2 + 17x - 12) : (3x - 4) = 2x^2 - 2x + 3 \\
 & \underline{-(6x^3 - 8x^2)} \\
 & \qquad -6x^2 + 17x \\
 & \qquad - \underline{(-6x^2 + 8x)} \\
 & \qquad\qquad 9x - 12 \\
 & \qquad\qquad - \underline{(9x - 12)} \\
 & \qquad\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

Beispiel 2.2

$$(\,4a^3 + \;\; 5a^2 \;\; - 5a + 3\,) : (a + 2) =$$

Beispiel 2.2

$$(4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a + 2) = 4a^2$$

Beispiel 2.2

$$(4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a + 2) = 4a^2$$

$$4a^3$$

Beispiel 2.2

$$(\,4a^3 + \;5a^2\; - 5a + 3\,) : (a+2) = 4a^2$$

$$\underline{4a^3 + \;8a^2}$$

Beispiel 2.2

$$(4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a + 2) = 4a^2$$

$$-(4a^3 + 8a^2 \quad)$$

Beispiel 2.2

$$
\begin{array}{l}
(4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a + 2) = 4a^2 \\
-(4a^3 + 8a^2) \\
\hline
\quad -3a^2
\end{array}
$$

Beispiel 2.2

$$\begin{array}{l} \quad (4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a + 2) = 4a^2 \\ -(4a^3 + 8a^2) \\ \hline \qquad\quad -3a^2 - 5a \\ \\ \hline \\ \\ \hline \end{array}$$

Beispiel 2.2

$$(\,4a^3 + \;5a^2\; - 5a + 3\,) : (a + 2) = 4a^2 - 3a$$

$$\underline{-\,(\,4a^3 + \;8a^2\;\;)}$$

$$-3a^2 - 5a$$

Beispiel 2.2

$$(4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a + 2) = 4a^2 - 3a$$

$$-(4a^3 + 8a^2)$$

$$-3a^2 - 5a$$

$$-3a^2$$

Beispiel 2.2

$$(4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a + 2) = 4a^2 - 3a$$

$$-(4a^3 + 8a^2)$$

$$-3a^2 - 5a$$

$$-3a^2 - 6a$$

Beispiel 2.2

$$
\begin{array}{l}
(4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a + 2) = 4a^2 - 3a \\
-(4a^3 + 8a^2) \\
\hline
\qquad -3a^2 - 5a \\
\quad - (-3a^2 - 6a) \\
\hline
\end{array}
$$

Beispiel 2.2

$$
\begin{array}{l}
(4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a + 2) = 4a^2 - 3a \\
-(4a^3 + 8a^2) \\
\hline
\qquad -3a^2 - 5a \\
\quad - (-3a^2 - 6a) \\
\hline
\qquad\qquad a \\
\hline
\end{array}
$$

Beispiel 2.2

$$
\begin{array}{l}
(4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a + 2) = 4a^2 - 3a \\
-(4a^3 + 8a^2) \\
\hline
\quad -3a^2 - 5a \\
\quad -(-3a^2 - 6a) \\
\hline
\qquad a + 3 \\
\hline
\end{array}
$$

Beispiel 2.2

$$(4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a + 2) = 4a^2 - 3a + 1$$

$$-(4a^3 + 8a^2)$$

$$-3a^2 - 5a$$

$$-(-3a^2 - 6a)$$

$$a + 3$$

Beispiel 2.2

$$(4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a + 2) = 4a^2 - 3a + 1$$

$$-(4a^3 + 8a^2 \quad)$$

$$-3a^2 - 5a$$

$$-\ (-3a^2 - 6a\ )$$

$$a + 3$$

$$a$$

Beispiel 2.2

$$(4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a + 2) = 4a^2 - 3a + 1$$

$$\frac{-(4a^3 + 8a^2)}{}$$

$$-3a^2 - 5a$$

$$\frac{-(-3a^2 - 6a)}{}$$

$$a + 3$$

$$\frac{a + 2}{}$$

Beispiel 2.2

$$
\begin{array}{l}
(4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a+2) = 4a^2 - 3a + 1 \\
-(4a^3 + 8a^2) \\
\hline
\quad -3a^2 - 5a \\
\quad -(-3a^2 - 6a) \\
\hline
\qquad a + 3 \\
\qquad -(a + 2) \\
\hline
\end{array}
$$

Beispiel 2.2

$$
\begin{array}{l}
(4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a + 2) = 4a^2 - 3a + 1 \\
-(4a^3 + 8a^2) \\
\hline
\quad -3a^2 - 5a \\
\quad -(-3a^2 - 6a) \\
\hline
\qquad a + 3 \\
\qquad -(a + 2) \\
\hline
\qquad\quad 1
\end{array}
$$

Beispiel 2.2

$$(4a^3 + 5a^2 - 5a + 3) : (a + 2) = 4a^2 - 3a + 1 + \frac{1}{a+2}$$

$$\begin{array}{l}
-(4a^3 + 8a^2) \\
\hline
\qquad -3a^2 - 5a \\
\quad -(-3a^2 - 6a) \\
\hline
\qquad\qquad a + 3 \\
\qquad -(a + 2) \\
\hline
\qquad\qquad\quad 1
\end{array}$$

Beispiel 2.3

$$(\,a^4 \qquad\qquad\qquad\qquad -1\,) : (a+1) =$$

Beispiel 2.3

$$(\,a^4 \qquad\qquad\qquad\qquad -1\,) : (a+1) = a^3$$

Beispiel 2.3

$$(\,a^4 \qquad\qquad\qquad\qquad -1\,) : (a+1) = a^3$$

$$a^4$$

Beispiel 2.3

$$(\,a^4 \qquad\qquad -1\,):(a+1)=a^3$$

$$a^4 + a^3$$

Beispiel 2.3

$$(\,a^4 \qquad\qquad\qquad - 1\,) : (a+1) = a^3$$
$$-\,(\,a^4 + a^3\,)$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{l}
(a^4 \qquad\qquad\qquad\qquad - 1) : (a+1) = a^3 \\
-(a^4 + a^3) \\
\hline
\qquad -a^3
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{l}
(a^4 \qquad\qquad\qquad -1):(a+1) = a^3 - a^2 \\
-(a^4 + a^3) \\
\hline
\quad -a^3
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{l}
(a^4 \qquad\qquad\qquad -1):(a+1) = a^3 - a^2 \\
\underline{-(a^4 + a^3\quad)} \\
\qquad -a^3 \\
\qquad \underline{-a^3 \qquad\qquad}
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{l}
(\,a^4 \qquad\qquad\qquad -1\,) : (a+1) = a^3 - a^2 \\
\underline{-(\,a^4 + a^3\,)} \\
\qquad -a^3 \\
\qquad \underline{-a^3 - a^2}
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{l}
(a^4 \qquad\qquad\qquad - 1) : (a+1) = a^3 - a^2 \\
\underline{-(a^4 + a^3)} \\
\qquad\qquad -a^3 \\
\qquad - \underline{(-a^3 - a^2)}
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{l}
(a^4 \qquad\qquad\qquad -1):(a+1) = a^3 - a^2 \\
-(a^4 + a^3) \\
\hline
\qquad -a^3 \\
\quad -(-a^3 - a^2) \\
\hline
\qquad\qquad a^2
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{l}
(a^4 \qquad\qquad\qquad -1):(a+1) = a^3 - a^2 + a \\
\underline{-(a^4 + a^3)} \\
\qquad -a^3 \\
\quad -\underline{(-a^3 - a^2)} \\
\qquad\qquad a^2 \\
\qquad\qquad \underline{\qquad\qquad} \\
\\
\qquad\qquad\quad \underline{\qquad\qquad}
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{l}
(a^4 \qquad\qquad\qquad - 1) : (a+1) = a^3 - a^2 + a \\
\underline{-(a^4 + a^3)} \\
\qquad -a^3 \\
\quad - \underline{(-a^3 - a^2)} \\
\qquad\qquad a^2 \\
\qquad\qquad \underline{a^2 \qquad\qquad} \\
\qquad\qquad\qquad \underline{\qquad\qquad}
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{l}
(a^4 \qquad\qquad\qquad - 1) : (a+1) = a^3 - a^2 + a \\
\underline{-(a^4 + a^3)} \\
\qquad -a^3 \\
\quad - \underline{(-a^3 - a^2)} \\
\qquad\qquad a^2 \\
\qquad\qquad \underline{a^2 + a}
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{l}
(a^4 \qquad\qquad\qquad -1):(a+1) = a^3 - a^2 + a \\
\underline{-(a^4 + a^3)} \\
\qquad -a^3 \\
\quad -\underline{(-a^3 - a^2)} \\
\qquad\qquad a^2 \\
\qquad\quad -\underline{(a^2 + a)} \\
\\
\qquad\qquad\qquad \underline{\qquad\qquad}
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{l}
(a^4 \qquad\qquad\qquad - 1) : (a+1) = a^3 - a^2 + a \\
-(a^4 + a^3) \\
\hline
\qquad -a^3 \\
\qquad -(-a^3 - a^2) \\
\hline
\qquad\qquad a^2 \\
\qquad\qquad -(a^2 + a) \\
\hline
\qquad\qquad\qquad -a \\
\\
\hline
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{l}
(a^4 \qquad\qquad\qquad -1):(a+1) = a^3 - a^2 + a \\
\underline{-(a^4 + a^3)} \\
\qquad -a^3 \\
\qquad -\underline{(-a^3 - a^2)} \\
\qquad\qquad a^2 \\
\qquad\qquad -\underline{(a^2 + a)} \\
\qquad\qquad\qquad -a - 1 \\
\qquad\qquad\qquad \underline{\qquad\qquad}
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{l}
(a^4 \qquad\qquad\qquad - 1) : (a+1) = a^3 - a^2 + a - 1 \\
\underline{-(a^4 + a^3)} \\
\qquad -a^3 \\
\qquad \underline{-(-a^3 - a^2)} \\
\qquad\qquad a^2 \\
\qquad\qquad \underline{-(a^2 + a)} \\
\qquad\qquad\qquad -a - 1 \\
\qquad\qquad\qquad \underline{\qquad\qquad}
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{l}
(a^4 \qquad\qquad\qquad -1):(a+1) = a^3 - a^2 + a - 1 \\
\underline{-(a^4 + a^3)} \\
\qquad -a^3 \\
\qquad \underline{-(-a^3 - a^2)} \\
\qquad\qquad a^2 \\
\qquad\qquad \underline{-(a^2 + a)} \\
\qquad\qquad\qquad -a-1 \\
\qquad\qquad\qquad \underline{-a \qquad\quad}
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{rl}
(a^4 & -1):(a+1) = a^3 - a^2 + a - 1 \\
-(a^4 + a^3) & \\
\hline
-a^3 & \\
-(-a^3 - a^2) & \\
\hline
a^2 & \\
-(a^2 + a) & \\
\hline
-a - 1 & \\
-a - 1 & \\
\hline
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{l}
(a^4 \qquad\qquad\qquad - 1) : (a+1) = a^3 - a^2 + a - 1 \\
\underline{-(a^4 + a^3)} \\
\qquad -a^3 \\
\qquad -\underline{(-a^3 - a^2)} \\
\qquad\qquad a^2 \\
\qquad\qquad -\underline{(a^2 + a)} \\
\qquad\qquad\qquad -a - 1 \\
\qquad\qquad\qquad -\underline{(-a - 1)}
\end{array}
$$

Beispiel 2.3

$$
\begin{array}{rl}
(a^4 & -1):(a+1) = a^3 - a^2 + a - 1 \\
-(a^4 + a^3) & \\
\hline
-a^3 & \\
-(-a^3 - a^2) & \\
\hline
a^2 & \\
-(a^2 + a) & \\
\hline
-a - 1 & \\
-(-a - 1) & \\
\hline
0 &
\end{array}
$$

Prinzip

Gegeben: Terme T_1 und T_2

1. Terme faktorisieren (in ihre Bausteine zerlegen) und dabei gleiche Faktoren untereinander schreiben.
2. ggT: Produkt der Faktoren in der Schnittmenge.
3. kgV: Produkt der Faktoren in der Vereinigungsmenge.

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{ll}
15a^2b & = \\
-25ab^3c & = \\
\hline
\text{ggT} & : \\
\text{kgV} & :
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lll}
15a^2b & = & 3 \\
-25ab^3c & = & \\
\hline
\text{ggT} & : & \\
\text{kgV} & : &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$\begin{array}{lcl} 15a^2b & = & 3 \quad 5 \\ -25ab^3c & = & \\ \hline \text{ggT} & : & \\ \text{kgV} & : & \end{array}$$

Beispiel 3.1

$$\begin{array}{ll} 15a^2b & = \quad 3 \;\; 5 \;\; a \\ -25ab^3c & = \\ \hline \text{ggT} & : \\ \text{kgV} & : \end{array}$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{ll}
15a^2b & = \quad 3 \quad 5 \quad a \quad a \\
-25ab^3c & = \\
\hline
\text{ggT} & : \\
\text{kgV} & :
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{ll}
15a^2b & = \quad 3 \;\; 5 \;\; a \;\; a \;\; b \\
-25ab^3c & = \\
\hline
\text{ggT} & : \\
\text{kgV} & :
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lll}
15a^2b & = & 3 \quad 5 \quad a \quad a \quad b \\
-25ab^3c & = & - \\
\hline
\text{ggT} & : & \\
\text{kgV} & : &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcl}
15a^2b & = & \ \ 3 \ \ 5 \ \ a \ \ a \ \ b \\
-25ab^3c & = & - \ \ \ \ \ \ 5 \\
\hline
\text{ggT} & : & \\
\text{kgV} & : &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$\begin{array}{lcl}
15a^2b & = & 3 \; 5 \; a \; a \; b \\
-25ab^3c & = & - \quad 5 \; a \\
\hline
\text{ggT} & : & \\
\text{kgV} & : &
\end{array}$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcl}
15a^2b & = & 3\ 5\ a\ a\ b \\
-25ab^3c & = & -\ 5\ a\ b \\
\hline
\text{ggT} & : & \\
\text{kgV} & : &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcl}
15a^2b & = & 3 \quad 5 \quad a \quad a \quad b \\
-25ab^3c & = & - \quad 5 \quad a \quad b \quad 5 \\
\hline
\text{ggT} & : & \\
\text{kgV} & : &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcl}
15a^2b & = & 3\ 5\ a\ a\ b \\
-25ab^3c & = & -\ 5\ a\ b\ 5\ b \\
\hline
\text{ggT} & : & \\
\text{kgV} & : &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcl}
15a^2b & = & \;3\;5\;a\;a\;b \\
-25ab^3c & = & -\;\;5\;a\;\;b\;5\;b\;b \\
\hline
\text{ggT} & : & \\
\text{kgV} & : &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcl}
15a^2b & = & 3 \; 5 \; a \; a \; b \\
-25ab^3c & = & - \; 5 \; a \; b \; 5 \; b \; b \; c \\
\hline
\text{ggT} & : & \\
\text{kgV} & : &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$\begin{array}{lcl} 15a^2b & = & 3 \cdot 5 \cdot a \cdot a \cdot b \\ -25ab^3c & = & -\,5 \cdot a \cdot b \cdot 5 \cdot b \cdot b \cdot c \\ \hline \text{ggT} & : & 5 \\ \text{kgV} & : & \end{array}$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcl}
15a^2b & = & 3\ 5\ a\ a\ b \\
-25ab^3c & = & -\ \ 5\ a\ \ b\ 5\ b\ b\ c \\
\hline
\text{ggT} & : & 5\ a \\
\text{kgV} & : &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcl}
15a^2b & = & 3\ 5\ a\ a\ b \\
-25ab^3c & = & -\ 5\ a\ b\ 5\ b\ b\ c \\
\hline
\text{ggT} & : & 5\ a \\
\text{kgV} & : &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcccccccccc}
15a^2b & = & & 3 & 5 & a & a & b & & & \\
-25ab^3c & = & - & & 5 & a & & b & 5 & b & b & c \\
\hline
\text{ggT} & : & & & 5 & a & & b & & & \\
\text{kgV} & : & & & & & & & & &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$\begin{array}{lcl}
15a^2b & = & 3\ 5\ a\ a\ b \\
-25ab^3c & = & -\ 5\ a\ b\ 5\ b\ b\ c \\
\hline
\text{ggT} & : & 5\ a\ b = 5ab \\
\text{kgV} & : &
\end{array}$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcccccccccccc}
15a^2b & = & & 3 & 5 & a & a & b & & & & & \\
-25ab^3c & = & - & & 5 & a & & b & 5 & b & b & c & \\
\hline
\text{ggT} & : & & & 5 & a & & b & & & & = & 5ab \\
\text{kgV} & : & & 3 & & & & & & & & &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcccccccccccc}
15a^2b & = & & 3 & 5 & a & a & b & & & & & \\
-25ab^3c & = & - & & 5 & a & & b & 5 & b & b & c & \\
\hline
\text{ggT} & : & & & 5 & a & & b & & & & = & 5ab \\
\text{kgV} & : & & 3 & 5 & & & & & & & &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lclcl}
15a^2b & = & 3 \; 5 \; a \; a \; b & & \\
-25ab^3c & = & - \; 5 \; a \; b \; 5 \; b \; b \; c & & \\
\hline
\text{ggT} & : & 5 \; a \; b & = & 5ab \\
\text{kgV} & : & 3 \; 5 \; a & &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lclr}
15a^2b & = & 3\ \ 5\ \ a\ \ a\ \ b & \\
-25ab^3c & = & -\ \ \ \ 5\ \ a\ \ \ \ b\ \ 5\ \ b\ \ b\ \ c & \\
\hline
\text{ggT} & : & \ \ \ \ 5\ \ a\ \ \ \ b & = \ 5ab \\
\text{kgV} & : & 3\ \ 5\ \ a\ \ a &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcl}
15a^2b & = & 3 \quad 5 \quad a \quad a \quad b \\
-25ab^3c & = & - \quad 5 \quad a \quad b \quad 5 \quad b \quad b \quad c \\
\hline
\text{ggT} & : & 5 \quad a \quad b \qquad = \quad 5ab \\
\text{kgV} & : & 3 \quad 5 \quad a \quad a \quad b
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcl}
15a^2b & = & \;3\;5\;a\;a\;b \\
-25ab^3c & = & -\;\;5\;a\;\;b\;5\;b\;b\;c \\
\hline
\text{ggT} & : & \;\;5\;a\;\;b \qquad = \quad 5ab \\
\text{kgV} & : & \;3\;5\;a\;a\;b\;5
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcccccccccccc}
15a^2b & = & & 3 & 5 & a & a & b & & & & & \\
-25ab^3c & = & - & & 5 & a & & b & 5 & b & b & c & \\
\hline
\text{ggT} & : & & & 5 & a & & b & & & & & = \quad 5ab \\
\text{kgV} & : & & 3 & 5 & a & a & b & 5 & b & & &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lccccccccccccc}
15a^2b & = & & 3 & 5 & a & a & b & & & & & & \\
-25ab^3c & = & - & & 5 & a & & b & 5 & b & b & c & & \\
\hline
\text{ggT} & : & & & 5 & a & & b & & & & & = & 5ab \\
\text{kgV} & : & & 3 & 5 & a & a & b & 5 & b & b & & &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcccccccccccc}
15a^2b & = & & 3 & 5 & a & a & b & & & & & \\
-25ab^3c & = & - & & 5 & a & & b & 5 & b & b & c & \\
\hline
\text{ggT} & : & & & 5 & a & & b & & & & = & 5ab \\
\text{kgV} & : & & 3 & 5 & a & a & b & 5 & b & b & c &
\end{array}
$$

Beispiel 3.1

$$\begin{array}{lcl}
15a^2b & = & 3\ 5\ a\ a\ b \\
-25ab^3c & = & -\ 5\ a\ b\ 5\ b\ b\ c \\
\hline
\text{ggT} & : & 5\ a\ b = 5ab \\
\text{kgV} & : & 3\ 5\ a\ a\ b\ 5\ b\ b\ c =
\end{array}$$

Beispiel 3.1

$$
\begin{array}{lcl}
15a^2b & = & 3\ 5\ a\ a\ b \\
-25ab^3c & = & -\ 5\ a\ b\ 5\ b\ b\ c \\
\hline
\text{ggT} & : & 5\ a\ b = 5ab \\
\text{kgV} & : & 3\ 5\ a\ a\ b\ 5\ b\ b\ c = 75a^2b^3c
\end{array}
$$

Beispiel 3.2

$$
\begin{array}{ll}
2x^2 + 2x & = \\
6xy + 6y & = \\
\hline
\text{ggT} & : \\
\text{kgV} & :
\end{array}
$$

Beispiel 3.2

$$
\begin{array}{ll}
2x^2 + 2x & = \color{red}{2x(x+1) =} \\
6xy + 6y & = \\
\hline
\text{ggT} & : \\
\text{kgV} & :
\end{array}
$$

Beispiel 3.2

$$\begin{aligned} 2x^2 + 2x &= 2x(x+1) = 2 \\ 6xy + 6y &= \end{aligned}$$

---

ggT :

kgV :

Beispiel 3.2

$$
\begin{aligned}
2x^2 + 2x &= 2x(x+1) = 2 \quad x \\
6xy + 6y &=
\end{aligned}
$$

---

ggT :

kgV :

Beispiel 3.2

$$2x^2 + 2x = 2x(x+1) = 2 \; x \; (x+1)$$

$$6xy + 6y =$$

---

ggT :

kgV :

Beispiel 3.2

$$2x^2 + 2x = 2x(x+1) = 2 \quad x \quad (x+1)$$

$$6xy + 6y = 6y(x+1) =$$

---

ggT :

kgV :

Beispiel 3.2

$$\begin{array}{lcl} 2x^2+2x & = & 2x(x+1) \;=\; 2 \;\; x \;\; (x+1) \\ 6xy+6y & = & 6y(x+1) \;=\; 2 \\ \hline \text{ggT} & : & \\ \text{kgV} & : & \end{array}$$

Beispiel 3.2

$$\begin{array}{lcccc}
2x^2 + 2x & = & 2x(x+1) & = & 2 \quad x \quad (x+1) \\
6xy + 6y & = & 6y(x+1) & = & 2 \qquad\quad (x+1) \\
\hline
\text{ggT} & : & & & \\
\text{kgV} & : & & &
\end{array}$$

Beispiel 3.2

$$
\begin{array}{lcl}
2x^2 + 2x & = & 2x(x+1) = 2 \;\; x \;\; (x+1) \\
6xy + 6y & = & 6y(x+1) = 2 \;\;\;\;\;\; (x+1) \;\; 3 \\
\hline
\text{ggT} & : & \\
\text{kgV} & : &
\end{array}
$$

Beispiel 3.2

$$
\begin{aligned}
2x^2 + 2x &= 2x(x+1) = 2 \;\; x \;\; (x+1) \\
6xy + 6y &= 6y(x+1) = 2 \qquad (x+1) \;\; 3 \;\; y
\end{aligned}
$$

---

ggT :

kgV :

Beispiel 3.2

$$
\begin{array}{lcl}
2x^2 + 2x & = & 2x(x+1) = 2 \;\; x \;\; (x+1) \\
6xy + 6y & = & 6y(x+1) = 2 \qquad (x+1) \;\; 3 \;\; y \\
\hline
\text{ggT} & : & \qquad\qquad\quad 2 \\
\text{kgV} & : &
\end{array}
$$

Beispiel 3.2

$$
\begin{array}{lcl}
2x^2 + 2x & = & 2x(x+1) = 2 \; x \; (x+1) \\
6xy + 6y & = & 6y(x+1) = 2 \quad (x+1) \; 3 \; y \\
\hline
\text{ggT} & : & 2 \quad (x+1) \\
\text{kgV} & : &
\end{array}
$$

Beispiel 3.2

$$
\begin{array}{lclclcl}
2x^2 + 2x & = & 2x(x+1) & = & 2 \; x \; (x+1) & & \\
6xy + 6y & = & 6y(x+1) & = & 2 \quad (x+1) \; 3 \; y & & \\
\hline
\text{ggT} & : & & & 2 \quad (x+1) & = & 2(x+1) \\
\text{kgV} & : & & & & &
\end{array}
$$

Beispiel 3.2

$$
\begin{array}{lclcllll}
2x^2 + 2x & = & 2x(x+1) & = & 2 & x & (x+1) & & & \\
6xy + 6y & = & 6y(x+1) & = & 2 & & (x+1) & 3 & y & \\
\hline
\text{ggT} & : & & & 2 & & (x+1) & & & = \quad 2(x+1) \\
\text{kgV} & : & & & 2 & & & & &
\end{array}
$$

Beispiel 3.2

$$
\begin{array}{llllllll}
2x^2 + 2x & = & 2x(x+1) & = & 2\ x\ (x+1) & & & \\
6xy + 6y & = & 6y(x+1) & = & 2\ \ (x+1)\ 3\ y & & & \\
\hline
\text{ggT} & : & & & 2\ \ (x+1) & & = & 2(x+1) \\
\text{kgV} & : & & & 2\ x & & &
\end{array}
$$

Beispiel 3.2

$$
\begin{array}{lcccc}
2x^2 + 2x & = & 2x(x+1) & = & 2\ \ x\ \ (x+1) \\
6xy + 6y & = & 6y(x+1) & = & 2\ \ \ \ (x+1)\ \ 3\ \ y \\
\hline
\text{ggT} & : & & & 2\ \ \ \ (x+1) \quad = \quad 2(x+1) \\
\text{kgV} & : & & & 2\ \ x\ \ (x+1)
\end{array}
$$

Beispiel 3.2

$$
\begin{array}{llllllllll}
2x^2 + 2x & = & 2x(x+1) & = & 2 & x & (x+1) & & & \\
6xy + 6y & = & 6y(x+1) & = & 2 & & (x+1) & 3 & y & \\
\hline
\text{ggT} & : & & & 2 & & (x+1) & & & = \ 2(x+1) \\
\text{kgV} & : & & & 2 & x & (x+1) & 3 & &
\end{array}
$$

Beispiel 3.2

$$
\begin{array}{lcllllll}
2x^2 + 2x & = & 2x(x+1) & = & 2 & x & (x+1) & & \\
6xy + 6y & = & 6y(x+1) & = & 2 & & (x+1) & 3 & y \\
\hline
\text{ggT} & : & & & 2 & & (x+1) & & & = & 2(x+1) \\
\text{kgV} & : & & & 2 & x & (x+1) & 3 & y
\end{array}
$$

Beispiel 3.2

$$
\begin{array}{lclcllllllll}
2x^2 + 2x & = & 2x(x+1) & = & 2 & x & (x+1) & & & & & \\
6xy + 6y & = & 6y(x+1) & = & 2 & & (x+1) & 3 & y & & & \\
\hline
\text{ggT} & : & & & 2 & & (x+1) & & & = & 2(x+1) \\
\text{kgV} & : & & & 2 & x & (x+1) & 3 & y & = & 6xy(x+1)
\end{array}
$$

Beispiel 3.3

$$x^2 + 2x + 1 =$$

$$x^2 - 1 =$$

---

ggT :

kgV :

Beispiel 3.3

$$
\begin{array}{lcl}
x^2 + 2x + 1 & = & (x+1) \\
x^2 - 1 & = & \\
\hline
\text{ggT} & : & \\
\text{kgV} & : &
\end{array}
$$

Beispiel 3.3

$$
\begin{array}{lcl}
x^2 + 2x + 1 & = & (x+1)\ (x+1) \\
x^2 - 1 & = & \\
\hline
\text{ggT} & : & \\
\text{kgV} & : &
\end{array}
$$

Beispiel 3.3

$$
\begin{aligned}
x^2 + 2x + 1 &= (x+1)\ (x+1) \\
x^2 - 1 &= (x+1)
\end{aligned}
$$

---

ggT :

kgV :

Beispiel 3.3

$$\begin{array}{lcl} x^2 + 2x + 1 & = & (x+1)\ (x+1) \\ x^2 - 1 & = & (x+1)\qquad\quad (x-1) \\ \hline \text{ggT} & : & \\ \text{kgV} & : & \end{array}$$

Beispiel 3.3

$$
\begin{array}{lcll}
x^2 + 2x + 1 & = & (x+1) & (x+1) \\
x^2 - 1 & = & (x+1) & \qquad\qquad (x-1) \\
\hline
\text{ggT} & : & (x+1) & \\
\text{kgV} & : & &
\end{array}
$$

Beispiel 3.3

$$
\begin{array}{lcll}
x^2 + 2x + 1 & = & (x+1) & (x+1) \\
x^2 - 1 & = & (x+1) & \qquad (x-1) \\
\hline
\text{ggT} & : & (x+1) & \\
\text{kgV} & : & (x+1) &
\end{array}
$$

Beispiel 3.3

$$
\begin{array}{lclll}
x^2 + 2x + 1 & = & (x+1) & (x+1) & \\
x^2 - 1 & = & (x+1) & & (x-1) \\
\hline
\text{ggT} & : & (x+1) & & \\
\text{kgV} & : & (x+1) & (x+1) & (x-1)
\end{array}
$$

Beispiel 3.3

$$\begin{array}{lclll}
x^2 + 2x + 1 & = & (x+1) & (x+1) & \\
x^2 - 1 & = & (x+1) & & (x-1) \\
\hline
\text{ggT} & : & (x+1) & & \\
\text{kgV} & : & (x+1) & (x+1) & (x-1)
\end{array}$$

Beispiel 3.3

$$
\begin{array}{lclllll}
x^2+2x+1 & = & (x+1) & (x+1) & & & \\
x^2-1 & = & (x+1) & & (x-1) & & \\
\hline
\text{ggT} & : & (x+1) & & & & \\
\text{kgV} & : & (x+1) & (x+1) & (x-1) & = & (x+1)^2(x-1)
\end{array}
$$

Beispiel 3.4

$$6a - 3b =$$

$$2b - 4a =$$

---

ggT :

kgV :

Beispiel 3.4

$$
\begin{aligned}
6a - 3b &= \quad 3 \\
2b - 4a &=
\end{aligned}
$$

---

ggT :

kgV :

Beispiel 3.4

$$6a - 3b \;=\; 3\;(2a - b)$$

$$2b - 4a \;=$$

---

ggT :

kgV :

Beispiel 3.4

$$6a - 3b = 3\ (2a - b)$$

$$2b - 4a = -$$

---

ggT :

kgV :

Beispiel 3.4

$$
\begin{aligned}
6a - 3b &= 3\,(2a - b) \\
2b - 4a &= -\,(2a - b)
\end{aligned}
$$

---

ggT :

kgV :

Beispiel 3.4

$$6a - 3b = 3\ (2a - b)$$

$$2b - 4a = -\ (2a - b)\ 2$$

ggT :

kgV :

Beispiel 3.4

$$\begin{aligned}
6a - 3b &= 3\,(2a-b) \\
2b - 4a &= -(2a-b)\,2 \\
\hline
\text{ggT} &: (2a-b) \\
\text{kgV} &:
\end{aligned}$$

Beispiel 3.4

$$
\begin{array}{llll}
6a - 3b & = & 3 & (2a-b) \\
2b - 4a & = & - & (2a-b)\ 2 \\
\hline
\text{ggT} & : & & (2a-b) \\
\text{kgV} & : & 3 &
\end{array}
$$

Beispiel 3.4

$$
\begin{array}{lcl}
6a-3b & = & 3\ (2a-b) \\
2b-4a & = & -\ (2a-b)\ 2 \\
\hline
\text{ggT} & : & (2a-b) \\
\text{kgV} & : & 3\ (2a-b)
\end{array}
$$

Beispiel 3.4

$$
\begin{array}{llrl}
6a-3b & = & 3 & (2a-b) \\
2b-4a & = & - & (2a-b)\ 2 \\
\hline
\text{ggT} & : & & (2a-b) \\
\text{kgV} & : & 3 & (2a-b)\ 2
\end{array}
$$

Beispiel 3.4

$$
\begin{array}{lcl}
6a - 3b & = & 3\ (2a - b) \\
2b - 4a & = & -\ (2a - b)\ 2 \\
\hline
\text{ggT} & : & (2a - b) \\
\text{kgV} & : & 3\ (2a - b)\ 2 = 6(2a - b)
\end{array}
$$

Kürzen

Kürzen: Dividiere Zähler und Nenner durch denselben Term.

Beim Kürzen bleibt der Wert eines Bruchterms gleich.

Es dürfen nur Faktoren gekürzt werden.

Beispiel 4.1

$$\frac{42a^3(a+b)^3}{28a^5(a+b)^2} = \underline{\hspace{10cm}}$$

Beispiel 4.1

$$\frac{42a^3(a+b)^3}{28a^5(a+b)^2} = \frac{2}{}$$

Beispiel 4.1

$$\frac{42a^3(a+b)^3}{28a^5(a+b)^2} = \frac{2 \cdot 3}{}$$

Beispiel 4.1

$$\frac{42a^3(a+b)^3}{28a^5(a+b)^2} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{}$$

Beispiel 4.1

$$\frac{42a^3(a+b)^3}{28a^5(a+b)^2} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot a \cdot a \cdot a}{}$$

Beispiel 4.1

$$\frac{42a^3(a+b)^3}{28a^5(a+b)^2} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot (a+b) \cdot (a+b) \cdot (a+b)}{}$$

Beispiel 4.1

$$\frac{42a^3(a+b)^3}{28a^5(a+b)^2} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot (a+b) \cdot (a+b) \cdot (a+b)}{2 \cdot 2}$$

Beispiel 4.1

$$\frac{42a^3(a+b)^3}{28a^5(a+b)^2} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot (a+b) \cdot (a+b) \cdot (a+b)}{2 \cdot 2 \cdot 7}$$

Beispiel 4.1

$$\frac{42a^3(a+b)^3}{28a^5(a+b)^2} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot (a+b) \cdot (a+b) \cdot (a+b)}{2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}$$

Beispiel 4.1

$$\frac{42a^3(a+b)^3}{28a^5(a+b)^2} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot (a+b) \cdot (a+b) \cdot (a+b)}{2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot (a+b) \cdot (a+b)}$$

Beispiel 4.1

$$\frac{42a^3(a+b)^3}{28a^5(a+b)^2} = \frac{2\cdot 3\cdot 7\cdot a\cdot a\cdot a\cdot (a+b)\cdot (a+b)\cdot (a+b)}{2\cdot 2\cdot 7\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot (a+b)\cdot (a+b)}$$

$$= \frac{3(a+b)}{2a^2}$$

Beispiel 4.2

$$\frac{x^3}{x^4 + 2x^2}$$

Beispiel 4.2

$$\frac{x^3}{x^4 + 2x^2} = \frac{x^3}{x^2(x^2 + 2)}$$

Beispiel 4.2

$$\frac{x^3}{x^4 + 2x^2} = \frac{x^3}{x^2(x^2 + 2)} = \frac{x}{x^2 + 2}$$

Beispiel 4.3

$$\frac{k^2 - 64}{3k - 24}$$

Beispiel 4.3

$$\frac{k^2 - 64}{3k - 24} = \frac{(k-8)(k+8)}{3(k-8)}$$

Beispiel 4.3

$$\frac{k^2-64}{3k-24}=\frac{(k-8)(k+8)}{3(k-8)}=\frac{k+8}{3}$$

Beispiel 4.4

$$\frac{2x-2}{x^2+2x-3}$$

Beispiel 4.4

$$\frac{2x-2}{x^2+2x-3} = \frac{2(x-1)}{(x+3)(x-1)}$$

Beispiel 4.4

$$\frac{2x-2}{x^2+2x-3} = \frac{2(x-1)}{(x+3)(x-1)} = \frac{2}{x+3}$$

Beispiel 4.5

$$\frac{2u^2 + 14u + 20}{25 + 30u + 5u^2}$$

Beispiel 4.5

$$\frac{2u^2 + 14u + 20}{25 + 30u + 5u^2} = \frac{2(u^2 + 7u + 10)}{5(u^2 + 6u + 5)}$$

Beispiel 4.5

$$\frac{2u^2+14u+20}{25+30u+5u^2} = \frac{2(u^2+7u+10)}{5(u^2+6u+5)} = \frac{2(u+2)(u+5)}{5(u+1)(u+5)}$$

Beispiel 4.5

$$\frac{2u^2+14u+20}{25+30u+5u^2} = \frac{2(u^2+7u+10)}{5(u^2+6u+5)} = \frac{2(u+2)(u+5)}{5(u+1)(u+5)}$$

$$= \frac{2(u+2)}{5(u+1)}$$

Beispiel 4.6

$$\frac{a-b}{b-a}$$

Beispiel 4.6

$$\frac{a-b}{b-a} = \frac{a-b}{-(a-b)}$$

Beispiel 4.6

$$\frac{a-b}{b-a} = \frac{a-b}{-(a-b)} = \frac{1}{-1}$$

Beispiel 4.6

$$\frac{a-b}{b-a} = \frac{a-b}{-(a-b)} = \frac{1}{-1} = -1$$

Beispiel 4.7

$$\frac{ax - ay - 2x + 2y}{4ax - 8x}$$

Beispiel 4.7

$$\frac{ax - ay - 2x + 2y}{4ax - 8x} = \frac{a(x-y) - 2(x-y)}{4x(a-2)}$$

Beispiel 4.7

$$\frac{ax - ay - 2x + 2y}{4ax - 8x} = \frac{a(x-y) - 2(x-y)}{4x(a-2)}$$

$$= \frac{(x-y)(a-2)}{4x(a-2)}$$

Beispiel 4.7

$$\frac{ax - ay - 2x + 2y}{4ax - 8x} = \frac{a(x-y) - 2(x-y)}{4x(a-2)}$$

$$= \frac{(x-y)(a-2)}{4x(a-2)} = \frac{x-y}{4x}$$

Beispiel 4.8

$$\frac{x+3}{x^3-x^2-11x+3}$$

Beispiel 4.8

$$\frac{x+3}{x^3-x^2-11x+3}$$

* Polynomdivision:

$$
\begin{array}{rl}
& (x^3 - x^2 - 11x + 3) : (x+3) = x^2 - 4x + 1 \\
-(x^3 + 3x^2) & \\
\hline
-4x^2 - 11x & \\
-(-4x^2 - 12x) & \\
\hline
x + 3 & \\
-(x + 3) & \\
\hline
0 &
\end{array}
$$

Beispiel 4.8

$$\frac{x+3}{x^3-x^2-11x+3}$$

* Polynomdivision:

$$\begin{array}{rl}
& (x^3 - x^2 - 11x + 3) : (x+3) = x^2 - 4x + 1 \\
-& \underline{(x^3 + 3x^2)} \\
& \quad -4x^2 - 11x \\
& -\underline{(-4x^2 - 12x)} \\
& \qquad\qquad x + 3 \\
& \qquad -\underline{(x + 3)} \\
& \qquad\qquad\quad 0
\end{array}$$

Beispiel 4.8

$$\frac{x+3}{x^3-x^2-11x+3} \overset{*}{=} \frac{x+3}{(x+3)(x^2-4x+1)}$$

* Polynomdivision:

$$\begin{array}{l}
\left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x+3) = x^2 - 4x + 1 \\
\underline{-\left(x^3 + 3x^2\right)} \\
\qquad -4x^2 - 11x \\
\quad \underline{-\left(-4x^2 - 12x\right)} \\
\qquad\qquad x + 3 \\
\qquad \underline{-\left(x + 3\right)} \\
\qquad\qquad\quad 0
\end{array}$$

Beispiel 4.8

$$\frac{x+3}{x^3-x^2-11x+3} \overset{*}{=} \frac{x+3}{(x+3)(x^2-4x+1)} = \frac{1}{x^2-4x+1}$$

* Polynomdivision:

$$\begin{array}{l}
\;\;(x^3 - x^2 - 11x + 3) : (x+3) = x^2 - 4x + 1 \\
-\underline{(x^3 + 3x^2\quad)} \\
\qquad\quad -4x^2 - 11x \\
\quad -\underline{(-4x^2 - 12x\quad)} \\
\qquad\qquad\qquad x + 3 \\
\qquad\qquad -\underline{(x + 3)} \\
\qquad\qquad\qquad\quad 0
\end{array}$$

Erweitern

Erweitern: Zähler und Nenner mit demselben Term ($\neq 0$) multiplizieren.

Beim Erweitern bleibt der Wert eines Bruchterms gleich.

Brüche mit dem gleichen Nenner werden *gleichnennerig* oder gleichnamig genannt. Das kgV von zwei (oder mehr) Nennern ist der Hauptnenner.

Beispiel 4.9

$$\left[\frac{x}{4a}, \frac{y}{6ab}\right] =$$

Beispiel 4.9

$$\left[\frac{x}{4a}, \frac{y}{6ab}\right] = \left[\frac{x \cdot 3b}{4a \cdot 3b}, \frac{y \cdot 2}{6ab \cdot 2}\right] =$$

Beispiel 4.9

$$\left[\frac{x}{4a}, \frac{y}{6ab}\right] = \left[\frac{x \cdot 3b}{4a \cdot 3b}, \frac{y \cdot 2}{6ab \cdot 2}\right] = \left[\frac{3bx}{12ab}, \frac{2y}{12ab}\right]$$

Beispiel 4.10

$$\left[\frac{2x+3}{x^2-5x+4}, \frac{5}{3x-12}\right]$$

Beispiel 4.10

$$\left[\frac{2x+3}{x^2-5x+4}, \frac{5}{3x-12}\right] = \left[\frac{2x+3}{(x-1)(x-4)}, \frac{5}{3(x-4)}\right]$$

Beispiel 4.10

$$\left[\frac{2x+3}{x^2-5x+4}, \frac{5}{3x-12}\right] = \left[\frac{2x+3}{(x-1)(x-4)}, \frac{5}{3(x-4)}\right]$$

$$= \left[\frac{6x+9}{3(x-1)(x-4)}, \frac{5x-5}{3(x-1)(x-4)}\right]$$

Vorgehen

1. Faktorisieren und kürzen (falls möglich)

Vorgehen

1. Faktorisieren und kürzen (falls möglich)

$$\frac{39}{52a} + \frac{14a}{21ab} - \frac{1}{12a}$$

Vorgehen

1. Faktorisieren und kürzen (falls möglich)

$$\frac{39}{52a}+\frac{14a}{21ab}-\frac{1}{12a}=\frac{3}{4a}+\frac{2}{3b}-\frac{1}{12a}$$

Vorgehen

1. Faktorisieren und kürzen (falls möglich)

$$\frac{39}{52a} + \frac{14a}{21ab} - \frac{1}{12a} = \frac{3}{4a} + \frac{2}{3b} - \frac{1}{12a}$$

2. Auf den Hauptnenner erweitern.

Vorgehen

1. Faktorisieren und kürzen (falls möglich)

$$\frac{39}{52a} + \frac{14a}{21ab} - \frac{1}{12a} = \frac{3}{4a} + \frac{2}{3b} - \frac{1}{12a}$$

2. Auf den Hauptnenner erweitern.

$$\frac{9b}{12ab} + \frac{8a}{12ab} - \frac{b}{12ab}$$

Vorgehen

1. Faktorisieren und kürzen (falls möglich)

$$\frac{39}{52a} + \frac{14a}{21ab} - \frac{1}{12a} = \frac{3}{4a} + \frac{2}{3b} - \frac{1}{12a}$$

2. Auf den Hauptnenner erweitern.

$$\frac{9b}{12ab} + \frac{8a}{12ab} - \frac{b}{12ab}$$

3. Zähler addieren und Hauptnenner beibehalten.

Vorgehen

1. Faktorisieren und kürzen (falls möglich)

$$\frac{39}{52a} + \frac{14a}{21ab} - \frac{1}{12a} = \frac{3}{4a} + \frac{2}{3b} - \frac{1}{12a}$$

2. Auf den Hauptnenner erweitern.

$$\frac{9b}{12ab} + \frac{8a}{12ab} - \frac{b}{12ab}$$

3. Zähler addieren und Hauptnenner beibehalten.

$$\frac{9b + 8a - b}{12ab}$$

Vorgehen

1. Faktorisieren und kürzen (falls möglich)

$$\frac{39}{52a} + \frac{14a}{21ab} - \frac{1}{12a} = \frac{3}{4a} + \frac{2}{3b} - \frac{1}{12a}$$

2. Auf den Hauptnenner erweitern.

$$\frac{9b}{12ab} + \frac{8a}{12ab} - \frac{b}{12ab}$$

3. Zähler addieren und Hauptnenner beibehalten.

$$\frac{9b + 8a - b}{12ab} = \frac{8a + 8b}{12ab}$$

Vorgehen

1. Faktorisieren und kürzen (falls möglich)

$$\frac{39}{52a} + \frac{14a}{21ab} - \frac{1}{12a} = \frac{3}{4a} + \frac{2}{3b} - \frac{1}{12a}$$

2. Auf den Hauptnenner erweitern.

$$\frac{9b}{12ab} + \frac{8a}{12ab} - \frac{b}{12ab}$$

3. Zähler addieren und Hauptnenner beibehalten.

$$\frac{9b + 8a - b}{12ab} = \frac{8a + 8b}{12ab}$$

4. Faktorisieren und kürzen (falls möglich)

Vorgehen

1. Faktorisieren und kürzen (falls möglich)

$$\frac{39}{52a} + \frac{14a}{21ab} - \frac{1}{12a} = \frac{3}{4a} + \frac{2}{3b} - \frac{1}{12a}$$

2. Auf den Hauptnenner erweitern.

$$\frac{9b}{12ab} + \frac{8a}{12ab} - \frac{b}{12ab}$$

3. Zähler addieren und Hauptnenner beibehalten.

$$\frac{9b + 8a - b}{12ab} = \frac{8a + 8b}{12ab}$$

4. Faktorisieren und kürzen (falls möglich)

$$\frac{8(a + b)}{12ab}$$

Vorgehen

1. Faktorisieren und kürzen (falls möglich)

$$\frac{39}{52a} + \frac{14a}{21ab} - \frac{1}{12a} = \frac{3}{4a} + \frac{2}{3b} - \frac{1}{12a}$$

2. Auf den Hauptnenner erweitern.

$$\frac{9b}{12ab} + \frac{8a}{12ab} - \frac{b}{12ab}$$

3. Zähler addieren und Hauptnenner beibehalten.

$$\frac{9b + 8a - b}{12ab} = \frac{8a + 8b}{12ab}$$

4. Faktorisieren und kürzen (falls möglich)

$$\frac{8(a+b)}{12ab} = \frac{2(a+b)}{3ab}$$

Beispiel 5.1

$$\frac{4}{2x} + \frac{10}{3x} - \frac{2}{6x}$$

Beispiel 5.1

$$\frac{4}{2x} + \frac{10}{3x} - \frac{2}{6x} = \frac{2}{x} + \frac{10}{3x} - \frac{1}{3x}$$

Beispiel 5.1

$$\frac{4}{2x} + \frac{10}{3x} - \frac{2}{6x} = \frac{2}{x} + \frac{10}{3x} - \frac{1}{3x} = \frac{6}{3x} + \frac{10}{3x} - \frac{1}{3x}$$

Beispiel 5.1

$$\frac{4}{2x}+\frac{10}{3x}-\frac{2}{6x}=\frac{2}{x}+\frac{10}{3x}-\frac{1}{3x}=\frac{6}{3x}+\frac{10}{3x}-\frac{1}{3x}$$
$$=\frac{6+10-1}{3x}$$

Beispiel 5.1

$$\frac{4}{2x} + \frac{10}{3x} - \frac{2}{6x} = \frac{2}{x} + \frac{10}{3x} - \frac{1}{3x} = \frac{6}{3x} + \frac{10}{3x} - \frac{1}{3x}$$

$$= \frac{6 + 10 - 1}{3x} = \frac{15}{3x}$$

Beispiel 5.1

$$\frac{4}{2x} + \frac{10}{3x} - \frac{2}{6x} = \frac{2}{x} + \frac{10}{3x} - \frac{1}{3x} = \frac{6}{3x} + \frac{10}{3x} - \frac{1}{3x}$$

$$= \frac{6+10-1}{3x} = \frac{15}{3x} = \frac{5}{x}$$

Beispiel 5.2

$$\frac{4}{9z} + \frac{8}{7z^2} - \frac{10}{21z}$$

Beispiel 5.2

$$\frac{4}{9z} + \frac{8}{7z^2} - \frac{10}{21z} = \frac{28z}{63z^2} + \frac{72}{63z^2} - \frac{30z}{63z^2}$$

Beispiel 5.2

$$\frac{4}{9z}+\frac{8}{7z^2}-\frac{10}{21z}=\frac{28z}{63z^2}+\frac{72}{63z^2}-\frac{30z}{63z^2}$$

$$=\frac{28z+72-30z}{63z^2}$$

Beispiel 5.2

$$\frac{4}{9z} + \frac{8}{7z^2} - \frac{10}{21z} = \frac{28z}{63z^2} + \frac{72}{63z^2} - \frac{30z}{63z^2}$$

$$= \frac{28z + 72 - 30z}{63z^2} = \frac{72 - 2z}{63z^2}$$

Beispiel 5.3

$$\frac{3a}{a^2 - b^2} + \frac{3b}{a^2 - b^2}$$

Beispiel 5.3

$$\frac{3a}{a^2 - b^2} + \frac{3b}{a^2 - b^2} = \frac{3a + 3b}{a^2 - b^2}$$

Beispiel 5.3

$$\frac{3a}{a^2-b^2}+\frac{3b}{a^2-b^2}=\frac{3a+3b}{a^2-b^2}=\frac{3(a+b)}{(a+b)(a-b)}$$

Beispiel 5.3

$$\frac{3a}{a^2-b^2}+\frac{3b}{a^2-b^2}=\frac{3a+3b}{a^2-b^2}=\frac{3(a+b)}{(a+b)(a-b)}=\frac{3}{a-b}$$

Beispiel 5.4

$$\frac{4}{1+x} - \frac{3}{x-1}$$

Beispiel 5.4

$$\frac{4}{1+x}-\frac{3}{x-1}=\frac{4(x-1)}{(x+1)(x-1)}-\frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

Beispiel 5.4

$$\frac{4}{1+x} - \frac{3}{x-1} = \frac{4(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{4x-4-(3x+3)}{(x+1)(x-1)}$$

Beispiel 5.4

$$\frac{4}{1+x} - \frac{3}{x-1} = \frac{4(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{4x-4-(3x+3)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x-7}{(x+1)(x-1)}$$

Beispiel 5.5

$$\frac{a-3}{a^2-4a+3}-\frac{a+2}{a^2+a-2}$$

Beispiel 5.5

$$\frac{a-3}{a^2-4a+3}-\frac{a+2}{a^2+a-2}=\frac{a-3}{(a-3)(a-1)}-\frac{a+2}{(a+2)(a-1)}$$

Beispiel 5.5

$$\begin{aligned}\frac{a-3}{a^2-4a+3}-\frac{a+2}{a^2+a-2} &= \frac{a-3}{(a-3)(a-1)}-\frac{a+2}{(a+2)(a-1)}\\ &= \frac{1}{a-1}-\frac{1}{a-1}\end{aligned}$$

Beispiel 5.5

$$\frac{a-3}{a^2-4a+3}-\frac{a+2}{a^2+a-2}=\frac{a-3}{(a-3)(a-1)}-\frac{a+2}{(a+2)(a-1)}$$

$$=\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a-1}=0$$

Beispiel 5.6

$$\frac{a^2-5a+6}{a^2-a-2}-\frac{a^2-2a-3}{a^2-4a+3}$$

Beispiel 5.6

$$\frac{a^2-5a+6}{a^2-a-2} - \frac{a^2-2a-3}{a^2-4a+3} = \frac{(a-2)(a-3)}{(a-2)(a+1)}$$

Beispiel 5.6

$$\frac{a^2-5a+6}{a^2-a-2}-\frac{a^2-2a-3}{a^2-4a+3}=\frac{(a-2)(a-3)}{(a-2)(a+1)}-\frac{(a-3)(a+1)}{(a-3)(a-1)}$$

Beispiel 5.6

$$\frac{a^2-5a+6}{a^2-a-2}-\frac{a^2-2a-3}{a^2-4a+3}=\frac{(a-2)(a-3)}{(a-2)(a+1)}-\frac{(a-3)(a+1)}{(a-3)(a-1)}$$

$$=\frac{a-3}{a+1}-\frac{a+1}{a-1}$$

Beispiel 5.6

$$\frac{a^2-5a+6}{a^2-a-2}-\frac{a^2-2a-3}{a^2-4a+3}=\frac{(a-2)(a-3)}{(a-2)(a+1)}-\frac{(a-3)(a+1)}{(a-3)(a-1)}$$

$$=\frac{a-3}{a+1}-\frac{a+1}{a-1}=\frac{(a-3)(a-1)}{(a+1)(a-1)}$$

Beispiel 5.6

$$\frac{a^2-5a+6}{a^2-a-2}-\frac{a^2-2a-3}{a^2-4a+3}=\frac{(a-2)(a-3)}{(a-2)(a+1)}-\frac{(a-3)(a+1)}{(a-3)(a-1)}$$

$$=\frac{a-3}{a+1}-\frac{a+1}{a-1}=\frac{(a-3)(a-1)}{(a+1)(a-1)}-\frac{(a+1)(a+1)}{(a-1)(a+1)}$$

Beispiel 5.6

$$\frac{a^2-5a+6}{a^2-a-2}-\frac{a^2-2a-3}{a^2-4a+3}=\frac{(a-2)(a-3)}{(a-2)(a+1)}-\frac{(a-3)(a+1)}{(a-3)(a-1)}$$

$$=\frac{a-3}{a+1}-\frac{a+1}{a-1}=\frac{(a-3)(a-1)}{(a+1)(a-1)}-\frac{(a+1)(a+1)}{(a-1)(a+1)}$$

$$=\frac{a^2-4a+3-(a^2+2a+1)}{(a-1)(a+1)}$$

Beispiel 5.6

$$\frac{a^2-5a+6}{a^2-a-2}-\frac{a^2-2a-3}{a^2-4a+3}=\frac{(a-2)(a-3)}{(a-2)(a+1)}-\frac{(a-3)(a+1)}{(a-3)(a-1)}$$

$$=\frac{a-3}{a+1}-\frac{a+1}{a-1}=\frac{(a-3)(a-1)}{(a+1)(a-1)}-\frac{(a+1)(a+1)}{(a-1)(a+1)}$$

$$=\frac{a^2-4a+3-(a^2+2a+1)}{(a-1)(a+1)}=\frac{-6a+2}{(a-1)(a+1)}$$

Beispiel 5.7

$$\frac{3x-3}{2x-5}-\frac{2x-1}{2x+5}+\frac{3-2x^2}{4x^2-25}$$

Beispiel 5.7

$$\frac{3x-3}{2x-5}-\frac{2x-1}{2x+5}+\frac{3-2x^2}{4x^2-25}$$

$$=\frac{(3x-3)(2x+5)}{(2x-5)(2x+5)}$$

Beispiel 5.7

$$\frac{3x-3}{2x-5} - \frac{2x-1}{2x+5} + \frac{3-2x^2}{4x^2-25}$$

$$= \frac{(3x-3)(2x+5)}{(2x-5)(2x+5)} - \frac{(2x-1)(2x-5)}{(2x+5)(2x-5)}$$

Beispiel 5.7

$$\frac{3x-3}{2x-5}-\frac{2x-1}{2x+5}+\frac{3-2x^2}{4x^2-25}$$

$$=\frac{(3x-3)(2x+5)}{(2x-5)(2x+5)}-\frac{(2x-1)(2x-5)}{(2x+5)(2x-5)}+\frac{3-2x^2}{(2x-5)(2x+5)}$$

Beispiel 5.7

$$\frac{3x-3}{2x-5}-\frac{2x-1}{2x+5}+\frac{3-2x^2}{4x^2-25}$$

$$=\frac{(3x-3)(2x+5)}{(2x-5)(2x+5)}-\frac{(2x-1)(2x-5)}{(2x+5)(2x-5)}+\frac{3-2x^2}{(2x-5)(2x+5)}$$

$$=\frac{(6x^2+9x-15)-(4x^2-12x+5)+(3-2x^2)}{(2x-5)(2x+5)}$$

Beispiel 5.7

$$\frac{3x-3}{2x-5}-\frac{2x-1}{2x+5}+\frac{3-2x^2}{4x^2-25}$$

$$=\frac{(3x-3)(2x+5)}{(2x-5)(2x+5)}-\frac{(2x-1)(2x-5)}{(2x+5)(2x-5)}+\frac{3-2x^2}{(2x-5)(2x+5)}$$

$$=\frac{(6x^2+9x-15)-(4x^2-12x+5)+(3-2x^2)}{(2x-5)(2x+5)}$$

$$=\frac{21x-17}{(2x-5)(2x+5)}$$

Das Vorgehen

1. Brüche faktorisieren und falls möglich kürzen
2. Brüche werden multipliziert, indem man das Produkt der Zähler durch das Produkt der Nenner dividiert

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{x}{y}$$

Das Vorgehen

1. Brüche faktorisieren und falls möglich kürzen
2. Brüche werden multipliziert, indem man das Produkt der Zähler durch das Produkt der Nenner dividiert

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{x}{y} =$$

Das Vorgehen

1. Brüche faktorisieren und falls möglich kürzen
2. Brüche werden multipliziert, indem man das Produkt der Zähler durch das Produkt der Nenner dividiert

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{x}{y} = \frac{a \cdot x}{b \cdot y}$$

Das Vorgehen

1. Brüche faktorisieren und falls möglich kürzen
2. Brüche werden multipliziert, indem man das Produkt der Zähler durch das Produkt der Nenner dividiert

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{x}{y} = \frac{a \cdot x}{b \cdot y}$$

3. Resultat kürzen

Beispiel 6.1

$$\frac{18}{5z} \cdot 25z^3$$

Beispiel 6.1

$$\frac{18}{5z} \cdot 25z^3 = \frac{18}{5z} \cdot \frac{25z^3}{1}$$

Beispiel 6.1

$$\frac{18}{5z} \cdot 25z^3 = \frac{18}{5z} \cdot \frac{25z^3}{1} = \frac{18 \cdot 25z^3}{5z \cdot 1}$$

Beispiel 6.1

$$\frac{18}{5z} \cdot 25z^3 = \frac{18}{5z} \cdot \frac{25z^3}{1} = \frac{18 \cdot 25z^3}{5z \cdot 1} = \frac{18 \cdot 5z^2}{1 \cdot 1}$$

Beispiel 6.1

$$\frac{18}{5z} \cdot 25z^3 = \frac{18}{5z} \cdot \frac{25z^3}{1} = \frac{18 \cdot 25z^3}{5z \cdot 1} = \frac{18 \cdot 5z^2}{1 \cdot 1} = 90z^2$$

Beispiel 6.2

$$\frac{2p+q}{p^2} \cdot p^3$$

Beispiel 6.2

$$\frac{2p+q}{p^2} \cdot p^3 = \frac{2p+q}{p^2} \cdot \frac{p^3}{1}$$

Beispiel 6.2

$$\frac{2p+q}{p^2} \cdot p^3 = \frac{2p+q}{p^2} \cdot \frac{p^3}{1} = \frac{(2p+q)p^3}{p^2 \cdot 1}$$

Beispiel 6.2

$$\frac{2p+q}{p^2} \cdot p^3 = \frac{2p+q}{p^2} \cdot \frac{p^3}{1} = \frac{(2p+q)p^3}{p^2 \cdot 1} = \frac{(2p+q)p}{1}$$

Beispiel 6.2

$$\frac{2p+q}{p^2}\cdot p^3 = \frac{2p+q}{p^2}\cdot\frac{p^3}{1} = \frac{(2p+q)p^3}{p^2\cdot 1} = \frac{(2p+q)p}{1} = p(2p+q)$$

Beispiel 6.3

$$\frac{5x^3}{7y} \cdot \frac{14y^3}{25x^2}$$

Beispiel 6.3

$$\frac{5x^3}{7y} \cdot \frac{14y^3}{25x^2} = \frac{5x^3 \cdot 14y^3}{7y \cdot 25x^2}$$

Beispiel 6.3

$$\frac{5x^3}{7y} \cdot \frac{14y^3}{25x^2} = \frac{5x^3 \cdot 14y^3}{7y \cdot 25x^2} = \frac{x \cdot 2y^2}{1 \cdot 5}$$

Beispiel 6.3

$$\frac{5x^3}{7y} \cdot \frac{14y^3}{25x^2} = \frac{5x^3 \cdot 14y^3}{7y \cdot 25x^2} = \frac{x \cdot 2y^2}{1 \cdot 5} = \frac{2xy^2}{5}$$

Beispiel 6.4

$$\frac{x^2+x-6}{x^2-5x+4}\cdot\frac{x^2-2x-8}{x^2+3x-10}$$

Beispiel 6.4

$$\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 5x + 4} \cdot \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 + 3x - 10} = \frac{(x+3)(x-2)}{(x-1)(x-4)} \cdot \frac{(x-4)(x+2)}{(x+5)(x-2)}$$

Beispiel 6.4

$$\frac{x^2+x-6}{x^2-5x+4}\cdot\frac{x^2-2x-8}{x^2+3x-10}=\frac{(x+3)(x-2)}{(x-1)(x-4)}\cdot\frac{(x-4)(x+2)}{(x+5)(x-2)}$$

$$=\frac{(x+3)(x-2)(x-4)(x+2)}{(x-1)(x-4)(x+5)(x-2)}$$

Beispiel 6.4

$$\frac{x^2+x-6}{x^2-5x+4}\cdot\frac{x^2-2x-8}{x^2+3x-10}=\frac{(x+3)(x-2)}{(x-1)(x-4)}\cdot\frac{(x-4)(x+2)}{(x+5)(x-2)}$$

$$=\frac{(x+3)(x-2)(x-4)(x+2)}{(x-1)(x-4)(x+5)(x-2)}$$

$$=\frac{(x+3)(x+2)}{(x-1)(x+5)}$$

Beispiel 6.5

$$\left(-\frac{2x+1}{3x-2}\right)^2$$

Beispiel 6.5

$$\left(-\frac{2x+1}{3x-2}\right)^2 = \left(\frac{2x+1}{3x-2}\right)^2$$

Beispiel 6.6

$$\frac{x}{y} \cdot \left(\frac{y}{x} + 1 \right)$$

Beispiel 6.6

$$\frac{x}{y} \cdot \left(\frac{y}{x} + 1\right) = \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x} + \frac{x}{y} \cdot 1$$

Beispiel 6.6

$$\frac{x}{y} \cdot \left(\frac{y}{x} + 1\right) = \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x} + \frac{x}{y} \cdot 1 = \frac{1}{1} + \frac{x}{y}$$

Beispiel 6.6

$$\frac{x}{y} \cdot \left(\frac{y}{x} + 1\right) = \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x} + \frac{x}{y} \cdot 1 = \frac{1}{1} + \frac{x}{y} = 1 + \frac{x}{y}$$

Beispiel 6.7

$$\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) ab$$

Beispiel 6.7

$$\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)ab=\frac{a}{b}\cdot ab-\frac{b}{a}\cdot ab$$

Beispiel 6.7

$$\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)ab = \frac{a}{b}\cdot ab - \frac{b}{a}\cdot ab = \frac{a\cdot ab}{b} - \frac{b\cdot ab}{a}$$

Beispiel 6.7

$$\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)ab=\frac{a}{b}\cdot ab-\frac{b}{a}\cdot ab=\frac{a\cdot ab}{b}-\frac{b\cdot ab}{a}=a^2-b^2$$

Division von Bruchtermen

Zwei Bruchterme werden dividiert, indem man den Dividend mit dem Kehrwert des Divisors multipliziert.

$$\frac{a}{b} : \frac{x}{y} =$$

Division von Bruchtermen

Zwei Bruchterme werden dividiert, indem man den Dividend mit dem Kehrwert des Divisors multipliziert.

$$\frac{a}{b} : \frac{x}{y} = \frac{a}{b} \cdot \frac{y}{x} = \frac{ay}{bx}$$

Beispiel 6.8

$$\frac{a}{b} : c$$

Beispiel 6.8

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} : \frac{c}{1}$$

Beispiel 6.8

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} : \frac{c}{1} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c}$$

Beispiel 6.8

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} : \frac{c}{1} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a \cdot 1}{b \cdot c}$$

Beispiel 6.8

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} : \frac{c}{1} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a \cdot 1}{b \cdot c} = \frac{a}{bc}$$

Beispiel 6.9

$$\frac{16ab^2}{27c} : 16bc^2$$

Beispiel 6.9

$$\frac{16ab^2}{27c} : 16bc^2 = \frac{16ab^2}{27c} : \frac{16bc^2}{1}$$

Beispiel 6.9

$$\frac{16ab^2}{27c} : 16bc^2 = \frac{16ab^2}{27c} : \frac{16bc^2}{1} = \frac{16ab^2}{27c} \cdot \frac{1}{16bc^2}$$

Beispiel 6.9

$$\frac{16ab^2}{27c} : 16bc^2 = \frac{16ab^2}{27c} : \frac{16bc^2}{1} = \frac{16ab^2}{27c} \cdot \frac{1}{16bc^2}$$

$$= \frac{16ab^2 \cdot 1}{27c \cdot (16bc^2)}$$

Beispiel 6.9

$$\frac{16ab^2}{27c} : 16bc^2 = \frac{16ab^2}{27c} : \frac{16bc^2}{1} = \frac{16ab^2}{27c} \cdot \frac{1}{16bc^2}$$

$$= \frac{16ab^2 \cdot 1}{27c \cdot (16bc^2)} = \frac{ab}{27c^3}$$

Beispiel 6.10

$$\frac{w^2 - t^2}{w^2 + t^2} : (t - w)$$

Beispiel 6.10

$$\frac{w^2 - t^2}{w^2 + t^2} : (t - w) = \frac{w^2 - t^2}{w^2 + t^2} \cdot \frac{1}{t - w}$$

Beispiel 6.10

$$\frac{w^2 - t^2}{w^2 + t^2} : (t - w) = \frac{w^2 - t^2}{w^2 + t^2} \cdot \frac{1}{t - w} = \frac{(w - t)(w + t) \cdot 1}{(w^2 + t^2)(t - w)}$$

Beispiel 6.10

$$\frac{w^2 - t^2}{w^2 + t^2} : (t - w) = \frac{w^2 - t^2}{w^2 + t^2} \cdot \frac{1}{t - w} = \frac{(w - t)(w + t) \cdot 1}{(w^2 + t^2)(t - w)}$$

$$= \frac{-(t - w)(w + t)}{(w^2 + t^2)(t - w)}$$

Beispiel 6.10

$$\frac{w^2 - t^2}{w^2 + t^2} : (t - w) = \frac{w^2 - t^2}{w^2 + t^2} \cdot \frac{1}{t - w} = \frac{(w - t)(w + t) \cdot 1}{(w^2 + t^2)(t - w)}$$

$$= \frac{-(t - w)(w + t)}{(w^2 + t^2)(t - w)} = \frac{-(w + t)}{t^2 + w^2}$$

Beispiel 6.11

$$\frac{z}{3z-3} : \frac{z}{2-2z}$$

Beispiel 6.11

$$\frac{z}{3z-3} : \frac{z}{2-2z} = \frac{z}{3(z-1)} \cdot \frac{2(1-z)}{z}$$

Beispiel 6.11

$$\frac{z}{3z-3} : \frac{z}{2-2z} = \frac{z}{3(z-1)} \cdot \frac{2(1-z)}{z} = \frac{z \cdot 2(1-z)}{3(z-1) \cdot z}$$

Beispiel 6.11

$$\frac{z}{3z-3} : \frac{z}{2-2z} = \frac{z}{3(z-1)} \cdot \frac{2(1-z)}{z} = \frac{z \cdot 2(1-z)}{3(z-1) \cdot z}$$

$$= \frac{-2(z-1)}{3(z-1)}$$

Beispiel 6.11

$$\frac{z}{3z-3} : \frac{z}{2-2z} = \frac{z}{3(z-1)} \cdot \frac{2(1-z)}{z} = \frac{z \cdot 2(1-z)}{3(z-1) \cdot z}$$

$$= \frac{-2(z-1)}{3(z-1)} = -\frac{2}{3}$$

Beispiel 6.12

$$\frac{w^2 - w - 12}{t^2} : \frac{w - 4}{t^2 - t}$$

Beispiel 6.12

$$\frac{w^2 - w - 12}{t^2} : \frac{w-4}{t^2 - t} = \frac{(w+3)(w-4)}{t^2} \cdot \frac{t(t-1)}{w-4}$$

Beispiel 6.12

$$\frac{w^2 - w - 12}{t^2} : \frac{w-4}{t^2 - t} = \frac{(w+3)(w-4)}{t^2} \cdot \frac{t(t-1)}{w-4}$$

$$= \frac{(w+3)(w-4) \cdot t(t-1)}{t^2 \cdot (w-4)}$$

Beispiel 6.12

$$\frac{w^2 - w - 12}{t^2} : \frac{w-4}{t^2 - t} = \frac{(w+3)(w-4)}{t^2} \cdot \frac{t(t-1)}{w-4}$$

$$= \frac{(w+3)(w-4) \cdot t(t-1)}{t^2 \cdot (w-4)}$$

$$= \frac{(t-1)(w+3)}{t}$$

Beispiel 7.1

$$\left(\frac{2a+1}{a}-1\right)^2$$

Beispiel 7.1

$$\left(\frac{2a+1}{a}-1\right)^2 = \left(\frac{2a+1}{a}-\frac{a}{a}\right)^2$$

Beispiel 7.1

$$\left(\frac{2a+1}{a}-1\right)^2 = \left(\frac{2a+1}{a}-\frac{a}{a}\right)^2 = \left(\frac{2a+1-a}{a}\right)^2$$

Beispiel 7.1

$$\left(\frac{2a+1}{a}-1\right)^2 = \left(\frac{2a+1}{a}-\frac{a}{a}\right)^2 = \left(\frac{2a+1-a}{a}\right)^2$$
$$= \left(\frac{a+1}{a}\right)^2$$

Beispiel 7.1

$$\left(\frac{2a+1}{a}-1\right)^2 = \left(\frac{2a+1}{a}-\frac{a}{a}\right)^2 = \left(\frac{2a+1-a}{a}\right)^2$$

$$= \left(\frac{a+1}{a}\right)^2 = \frac{(a+1)^2}{a^2}$$

Beispiel 7.2

$$4y^2z^3\left(\frac{2x}{yz^2}-\frac{3x}{y^2z}\right):(3z-2y)$$

Beispiel 7.2

$$4y^2z^3\left(\frac{2x}{yz^2}-\frac{3x}{y^2z}\right):(3z-2y)$$

$$=4y^2z^3\left(\frac{2xy}{y^2z^2}-\frac{3xz}{y^2z^2}\right):(3z-2y)$$

Beispiel 7.2

$$4y^2z^3\left(\frac{2x}{yz^2}-\frac{3x}{y^2z}\right):(3z-2y)$$

$$=4y^2z^3\left(\frac{2xy}{y^2z^2}-\frac{3xz}{y^2z^2}\right):(3z-2y)$$

$$=4y^2z^3\left(\frac{2xy-3xz}{y^2z^2}\right)\cdot\frac{1}{3z-2y}$$

Beispiel 7.2

$$4y^2z^3\left(\frac{2x}{yz^2}-\frac{3x}{y^2z}\right):(3z-2y)$$

$$=4y^2z^3\left(\frac{2xy}{y^2z^2}-\frac{3xz}{y^2z^2}\right):(3z-2y)$$

$$=4y^2z^3\left(\frac{2xy-3xz}{y^2z^2}\right)\cdot\frac{1}{3z-2y}$$

$$=\frac{4y^2z^3(2xy-3xz)}{y^2z^2(3z-2y)}$$

Beispiel 7.2

$$4y^2z^3\left(\frac{2x}{yz^2}-\frac{3x}{y^2z}\right):(3z-2y)$$

$$=4y^2z^3\left(\frac{2xy}{y^2z^2}-\frac{3xz}{y^2z^2}\right):(3z-2y)$$

$$=4y^2z^3\left(\frac{2xy-3xz}{y^2z^2}\right)\cdot\frac{1}{3z-2y}$$

$$=\frac{4y^2z^3(2xy-3xz)}{y^2z^2(3z-2y)}=\frac{4z(2xy-3xz)}{3z-2y}$$

Beispiel 7.2

$$4y^2z^3\left(\frac{2x}{yz^2}-\frac{3x}{y^2z}\right):(3z-2y)$$

$$=4y^2z^3\left(\frac{2xy}{y^2z^2}-\frac{3xz}{y^2z^2}\right):(3z-2y)$$

$$=4y^2z^3\left(\frac{2xy-3xz}{y^2z^2}\right)\cdot\frac{1}{3z-2y}$$

$$=\frac{4y^2z^3(2xy-3xz)}{y^2z^2(3z-2y)}=\frac{4z(2xy-3xz)}{3z-2y}$$

$$=\frac{-4xz(3z-2y)}{3z-2y}$$

Beispiel 7.2

$$4y^2z^3\left(\frac{2x}{yz^2}-\frac{3x}{y^2z}\right):(3z-2y)$$

$$=4y^2z^3\left(\frac{2xy}{y^2z^2}-\frac{3xz}{y^2z^2}\right):(3z-2y)$$

$$=4y^2z^3\left(\frac{2xy-3xz}{y^2z^2}\right)\cdot\frac{1}{3z-2y}$$

$$=\frac{4y^2z^3(2xy-3xz)}{y^2z^2(3z-2y)}=\frac{4z(2xy-3xz)}{3z-2y}$$

$$=\frac{-4xz(3z-2y)}{3z-2y}=-4xz$$

Beispiel 7.3

$$\frac{25x^2-9}{(x+2)^2}\cdot\frac{x^2+5x+6}{y^3}:\frac{5x-3}{xy^3+2y^3}$$

Beispiel 7.3

$$\frac{25x^2-9}{(x+2)^2}\cdot\frac{x^2+5x+6}{y^3}:\frac{5x-3}{xy^3+2y^3}$$

$$=\frac{(5x+3)(5x-3)}{(x+2)^2}\cdot\frac{(x+2)(x+3)}{y^3}\cdot\frac{y^3(x+2)}{5x-3}$$

Beispiel 7.3

$$\frac{25x^2-9}{(x+2)^2}\cdot\frac{x^2+5x+6}{y^3}:\frac{5x-3}{xy^3+2y^3}$$

$$=\frac{(5x+3)(5x-3)}{(x+2)^2}\cdot\frac{(x+2)(x+3)}{y^3}\cdot\frac{y^3(x+2)}{5x-3}$$

$$=\frac{(5x+3)(5x-3)(x+2)(x+3)y^3(x+2)}{(x+2)^2y^3(5x-3)}$$

Beispiel 7.3

$$\frac{25x^2-9}{(x+2)^2}\cdot\frac{x^2+5x+6}{y^3}:\frac{5x-3}{xy^3+2y^3}$$

$$=\frac{(5x+3)(5x-3)}{(x+2)^2}\cdot\frac{(x+2)(x+3)}{y^3}\cdot\frac{y^3(x+2)}{5x-3}$$

$$=\frac{(5x+3)(5x-3)(x+2)(x+3)y^3(x+2)}{(x+2)^2y^3(5x-3)}$$

$$=(5x+3)(x+3)$$

Wenn Zähler und Nenner eines Bruchterms selbst wieder Bruchterme sind, so spricht man von einem Doppelbruch.

Bei der Vereinfachung von Doppelbrüchen geht man wie beim Dividieren von Brüchen vor.

Wichtig: Hauptbruchstrich beachten!

Beispiel 8.1

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$$

Beispiel 8.1

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d}$$

Beispiel 8.1

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Beispiel 8.1

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Beispiel 8.2

$$\dfrac{a}{\dfrac{b}{c}}$$

Beispiel 8.2

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} = a : \frac{b}{c}$$

Beispiel 8.2

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} = a : \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \cdot \frac{c}{b}$$

Beispiel 8.2

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} = a : \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \cdot \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}$$

Beispiel 8.3

$$\frac{\frac{a}{b}}{c}$$

Beispiel 8.3

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} : c$$

Beispiel 8.3

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c}$$

Beispiel 8.3

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{bc}$$

Beispiel 8.4

$$\frac{\dfrac{rs}{r+s}}{\dfrac{r:s}{r^2-s^2}}$$

Beispiel 8.4

$$\frac{\dfrac{rs}{r+s}}{\dfrac{r:s}{r^2-s^2}} = \frac{rs}{r+s} : \frac{r:s}{r^2-s^2}$$

Beispiel 8.4

$$\frac{\dfrac{rs}{r+s}}{\dfrac{r:s}{r^2-s^2}} = \frac{rs}{r+s} : \frac{r:s}{r^2-s^2} = \frac{rs}{r+s} \cdot \frac{r^2-s^2}{r:s}$$

Beispiel 8.4

$$\frac{\frac{rs}{r+s}}{\frac{r:s}{r^2-s^2}} = \frac{rs}{r+s} : \frac{r:s}{r^2-s^2} = \frac{rs}{r+s} \cdot \frac{r^2-s^2}{r:s}$$

$$= \frac{rs}{r+s} \cdot (r^2-s^2) : \frac{r}{s}$$

Beispiel 8.4

$$\frac{\dfrac{rs}{r+s}}{\dfrac{r:s}{r^2-s^2}} = \frac{rs}{r+s} : \frac{r:s}{r^2-s^2} = \frac{rs}{r+s} \cdot \frac{r^2-s^2}{r:s}$$

$$= \frac{rs}{r+s} \cdot (r^2-s^2) : \frac{r}{s} = \frac{rs}{r+s} \cdot \frac{(r+s)(r-s)}{1} \cdot \frac{s}{r}$$

Beispiel 8.4

$$\frac{\dfrac{rs}{r+s}}{\dfrac{r:s}{r^2-s^2}} = \frac{rs}{r+s} : \frac{r:s}{r^2-s^2} = \frac{rs}{r+s} \cdot \frac{r^2-s^2}{r:s}$$

$$= \frac{rs}{r+s} \cdot (r^2-s^2) : \frac{r}{s} = \frac{rs}{r+s} \cdot \frac{(r+s)(r-s)}{1} \cdot \frac{s}{r}$$

$$= \frac{rs(r+s)(r-s)s}{(r+s)r}$$

Beispiel 8.4

$$\frac{\dfrac{rs}{r+s}}{\dfrac{r:s}{r^2-s^2}} = \frac{rs}{r+s} : \frac{r:s}{r^2-s^2} = \frac{rs}{r+s} \cdot \frac{r^2-s^2}{r:s}$$

$$= \frac{rs}{r+s} \cdot (r^2-s^2) : \frac{r}{s} = \frac{rs}{r+s} \cdot \frac{(r+s)(r-s)}{1} \cdot \frac{s}{r}$$

$$= \frac{rs(r+s)(r-s)s}{(r+s)r} = s^2(r-s)$$

Beispiel 8.5

$$\frac{r^2 + \frac{1}{r}}{r + \frac{1}{r^2}}$$

Beispiel 8.5

$$\frac{r^2 + \dfrac{1}{r}}{r + \dfrac{1}{r^2}} = \frac{\dfrac{r^3}{r} + \dfrac{1}{r}}{\dfrac{r^3}{r^2} + \dfrac{1}{r^2}}$$

Beispiel 8.5

$$\frac{r^2 + \dfrac{1}{r}}{r + \dfrac{1}{r^2}} = \frac{\dfrac{r^3}{r} + \dfrac{1}{r}}{\dfrac{r^3}{r^2} + \dfrac{1}{r^2}} = \frac{r^3+1}{r} : \frac{r^3+1}{r^2}$$

Beispiel 8.5

$$\frac{r^2 + \frac{1}{r}}{r + \frac{1}{r^2}} = \frac{\frac{r^3}{r} + \frac{1}{r}}{\frac{r^3}{r^2} + \frac{1}{r^2}} = \frac{r^3 + 1}{r} : \frac{r^3 + 1}{r^2} = \frac{r^3 + 1}{r} \cdot \frac{r^2}{r^3 + 1}$$

Beispiel 8.5

$$\frac{r^2 + \frac{1}{r}}{r + \frac{1}{r^2}} = \frac{\frac{r^3}{r} + \frac{1}{r}}{\frac{r^3}{r^2} + \frac{1}{r^2}} = \frac{r^3+1}{r} : \frac{r^3+1}{r^2} = \frac{r^3+1}{r} \cdot \frac{r^2}{r^3+1} = r$$

Beispiel 8.6

$$\frac{\dfrac{e}{f} \cdot \dfrac{g}{h}}{\dfrac{e}{f} - \dfrac{g}{h}}$$

Beispiel 8.6

$$\frac{\frac{e}{f} \cdot \frac{g}{h}}{\frac{e}{f} - \frac{g}{h}} = \frac{e}{f} \cdot \frac{g}{h} : \left(\frac{e}{f} - \frac{g}{h}\right)$$

Beispiel 8.6

$$\frac{\frac{e}{f} \cdot \frac{g}{h}}{\frac{e}{f} - \frac{g}{h}} = \frac{e}{f} \cdot \frac{g}{h} : \left(\frac{e}{f} - \frac{g}{h}\right) = \frac{eg}{fh} : \left(\frac{eh}{fh} - \frac{fg}{fh}\right)$$

Beispiel 8.6

$$\frac{\frac{e}{f} \cdot \frac{g}{h}}{\frac{e}{f} - \frac{g}{h}} = \frac{e}{f} \cdot \frac{g}{h} : \left(\frac{e}{f} - \frac{g}{h}\right) = \frac{eg}{fh} : \left(\frac{eh}{fh} - \frac{fg}{fh}\right) = \frac{eg}{fh} : \frac{eh - fg}{fh}$$

Beispiel 8.6

$$\frac{\frac{e}{f} \cdot \frac{g}{h}}{\frac{e}{f} - \frac{g}{h}} = \frac{e}{f} \cdot \frac{g}{h} : \left(\frac{e}{f} - \frac{g}{h}\right) = \frac{eg}{fh} : \left(\frac{eh}{fh} - \frac{fg}{fh}\right) = \frac{eg}{fh} : \frac{eh - fg}{fh}$$

$$= \frac{eg}{fh} \cdot \frac{fh}{eh - fg}$$

Beispiel 8.6

$$\frac{\frac{e}{f}\cdot\frac{g}{h}}{\frac{e}{f}-\frac{g}{h}} = \frac{e}{f}\cdot\frac{g}{h} : \left(\frac{e}{f}-\frac{g}{h}\right) = \frac{eg}{fh} : \left(\frac{eh}{fh}-\frac{fg}{fh}\right) = \frac{eg}{fh} : \frac{eh-fg}{fh}$$

$$= \frac{eg}{fh}\cdot\frac{fh}{eh-fg} = \frac{eg}{eh-fg}$$

Beispiel 8.7

$$\frac{\dfrac{2c}{c-3} - \dfrac{c}{c+4}}{\dfrac{c+11}{c^2+c-12}}$$

Beispiel 8.7

$$\frac{\dfrac{2c}{c-3}-\dfrac{c}{c+4}}{\dfrac{c+11}{c^2+c-12}}=\left(\frac{2c}{c-3}-\frac{c}{c+4}\right):\frac{c+11}{c^2+c-12}$$

Beispiel 8.7

$$\frac{\frac{2c}{c-3}-\frac{c}{c+4}}{\frac{c+11}{c^2+c-12}}=\left(\frac{2c}{c-3}-\frac{c}{c+4}\right):\frac{c+11}{c^2+c-12}$$

$$=\left(\frac{2c(c+4)}{(c-3)(c+4)}-\frac{c(c-3)}{(c+4)(c-3)}\right)\cdot\frac{(c-3)(c+4)}{c+11}$$

Beispiel 8.7

$$\frac{\dfrac{2c}{c-3}-\dfrac{c}{c+4}}{\dfrac{c+11}{c^2+c-12}} = \left(\frac{2c}{c-3}-\frac{c}{c+4}\right) : \frac{c+11}{c^2+c-12}$$

$$= \left(\frac{2c(c+4)}{(c-3)(c+4)}-\frac{c(c-3)}{(c+4)(c-3)}\right)\cdot\frac{(c-3)(c+4)}{c+11}$$

$$= \frac{2c^2+8c-(c^2-3c)}{(c-3)(c+4)}\cdot\frac{(c-3)(c+4)}{c+11}$$

Beispiel 8.7

$$\frac{\dfrac{2c}{c-3}-\dfrac{c}{c+4}}{\dfrac{c+11}{c^2+c-12}}=\left(\frac{2c}{c-3}-\frac{c}{c+4}\right):\frac{c+11}{c^2+c-12}$$

$$=\left(\frac{2c(c+4)}{(c-3)(c+4)}-\frac{c(c-3)}{(c+4)(c-3)}\right)\cdot\frac{(c-3)(c+4)}{c+11}$$

$$=\frac{2c^2+8c-(c^2-3c)}{(c-3)(c+4)}\cdot\frac{(c-3)(c+4)}{c+11}=\frac{c^2+11c}{c+11}$$

Beispiel 8.7

$$\frac{\dfrac{2c}{c-3}-\dfrac{c}{c+4}}{\dfrac{c+11}{c^2+c-12}}=\left(\frac{2c}{c-3}-\frac{c}{c+4}\right):\frac{c+11}{c^2+c-12}$$

$$=\left(\frac{2c(c+4)}{(c-3)(c+4)}-\frac{c(c-3)}{(c+4)(c-3)}\right)\cdot\frac{(c-3)(c+4)}{c+11}$$

$$=\frac{2c^2+8c-(c^2-3c)}{(c-3)(c+4)}\cdot\frac{(c-3)(c+4)}{c+11}=\frac{c^2+11c}{c+11}$$

$$=\frac{c(c+11)}{c+11}$$

Beispiel 8.7

$$\frac{\dfrac{2c}{c-3}-\dfrac{c}{c+4}}{\dfrac{c+11}{c^2+c-12}} = \left(\frac{2c}{c-3}-\frac{c}{c+4}\right) : \frac{c+11}{c^2+c-12}$$

$$= \left(\frac{2c(c+4)}{(c-3)(c+4)}-\frac{c(c-3)}{(c+4)(c-3)}\right) \cdot \frac{(c-3)(c+4)}{c+11}$$

$$= \frac{2c^2+8c-(c^2-3c)}{(c-3)(c+4)} \cdot \frac{(c-3)(c+4)}{c+11} = \frac{c^2+11c}{c+11}$$

$$= \frac{c(c+11)}{c+11} = c$$

Aussagen

- $3 + 4 = 7$ (wahr)
- $5 < 4$ (falsch)
- Memphis ist die Hauptstadt der USA. (falsch)

Aussageformen

- $3 + x = 7$ (Gleichung)
- $5y + 1 < 4$ (Ungleichung)
- Z ist die Hauptstadt der USA. (Aussageform)

Setzen wir in einer Aussageform für die Variable einen Wert (Zahl) ein, so erhalten wir eine Aussage. Ist diese Aussage wahr, so wird der Wert Lösung der Aussageform (Gleichung/Ungleichung) genannt.

Bruchgleichung

Eine Bruchgleichung ist eine Gleichung, bei der die Variable mindestens einmal im Nenner vorkommt. Das Vorgehen:

1. Definitionsmenge bestimmen
2. Falls möglich faktorisieren und kürzen
3. Gleichung mit dem Hauptnenner multiplizieren und kürzen
4. Gleichung nach der Variablen auflösen
5. Bei Gewinnumformungen ist eine Probe nötig.
6. Lösungen müssen in der Definitionsmenge liegen

Beispiel 9.1

$$\frac{14}{x} = 7$$

Beispiel 9.1

$$\frac{14}{x} = 7 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Beispiel 9.1

$$\frac{14}{x} = 7 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad || \cdot x$$

Beispiel 9.1

$$\frac{14}{x} = 7 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad || \cdot x$$

$$\frac{14 \cdot x}{x} = 7x$$

Beispiel 9.1

$$\frac{14}{x} = 7 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad || \cdot x$$

$$\frac{14 \cdot x}{x} = 7x \qquad \text{[kürzen]}$$

Beispiel 9.1

$$\frac{14}{x} = 7 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad || \cdot x$$

$$\frac{14 \cdot x}{x} = 7x \qquad \text{[kürzen]}$$

$$14 = 7x$$

Beispiel 9.1

$$\frac{14}{x} = 7 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad || \cdot x$$

$$\frac{14 \cdot x}{x} = 7x \qquad [\text{kürzen}]$$

$$14 = 7x \qquad || : 7$$

Beispiel 9.1

$$\frac{14}{x} = 7 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad || \cdot x$$

$$\frac{14 \cdot x}{x} = 7x \qquad \text{[kürzen]}$$

$$14 = 7x \qquad || : 7$$

$$x = 2$$

Beispiel 9.1

$$\frac{14}{x} = 7 \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad || \cdot x$$

$$\frac{14 \cdot x}{x} = 7x \qquad [\text{kürzen}]$$

$$14 = 7x \qquad || : 7$$

$$x = 2 \qquad L = \{2\}$$

Beispiel 9.2

$$\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x-3}$$

Beispiel 9.2

$$\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x-3} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$$

Beispiel 9.2

$$\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x-3} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\} \quad \| \cdot (x-2)(x-3) \quad [HN]$$

Beispiel 9.2

$$\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x-3} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\} \quad \| \cdot (x-2)(x-3) \quad [HN]$$

$$\frac{3(x-2)(x-3)}{x-2} = \frac{2(x-3)(x-2)}{x-3}$$

Beispiel 9.2

$$\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x-3} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\} \quad \| \cdot (x-2)(x-3) \quad [HN]$$

$$\frac{3(x-2)(x-3)}{x-2} = \frac{2(x-3)(x-2)}{x-3} \qquad [\text{kürzen}]$$

Beispiel 9.2

$$\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x-3} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\} \quad \| \cdot (x-2)(x-3) \quad [HN]$$

$$\frac{3(x-2)(x-3)}{x-2} = \frac{2(x-3)(x-2)}{x-3} \qquad [\text{kürzen}]$$

$$3(x-3) = 2(x-2)$$

Beispiel 9.2

$$\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x-3} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\} \quad \| \cdot (x-2)(x-3) \quad [HN]$$

$$\frac{3(x-2)(x-3)}{x-2} = \frac{2(x-3)(x-2)}{x-3} \qquad [\text{kürzen}]$$

$$3(x-3) = 2(x-2) \qquad [\text{ausmultiplizieren}]$$

Beispiel 9.2

$$\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x-3} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\} \quad \| \cdot (x-2)(x-3) \quad [HN]$$

$$\frac{3(x-2)(x-3)}{x-2} = \frac{2(x-3)(x-2)}{x-3} \qquad [\text{kürzen}]$$

$$3(x-3) = 2(x-2) \qquad [\text{ausmultiplizieren}]$$

$$3x - 9 = 2x - 4$$

Beispiel 9.2

$$\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x-3} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\} \quad || \cdot (x-2)(x-3) \quad [HN]$$

$$\frac{3(x-2)(x-3)}{x-2} = \frac{2(x-3)(x-2)}{x-3} \qquad [\text{kürzen}]$$

$$3(x-3) = 2(x-2) \qquad [\text{ausmultiplizieren}]$$

$$3x - 9 = 2x - 4 \qquad || - 2x + 9$$

Beispiel 9.2

$$\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x-3} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\} \quad || \cdot (x-2)(x-3) \quad [HN]$$

$$\frac{3(x-2)(x-3)}{x-2} = \frac{2(x-3)(x-2)}{x-3} \qquad [\text{kürzen}]$$

$$3(x-3) = 2(x-2) \qquad [\text{ausmultiplizieren}]$$

$$3x - 9 = 2x - 4 \qquad || - 2x + 9$$

$$x = 5$$

Beispiel 9.2

$$\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x-3} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\} \quad || \cdot (x-2)(x-3) \quad [HN]$$

$$\frac{3(x-2)(x-3)}{x-2} = \frac{2(x-3)(x-2)}{x-3} \qquad [\text{kürzen}]$$

$$3(x-3) = 2(x-2) \qquad [\text{ausmultiplizieren}]$$

$$3x - 9 = 2x - 4 \qquad || - 2x + 9$$

$$x = 5 \qquad L = \{5\}$$

Beispiel 9.3

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3y+6} + \frac{2}{2y-3}$$

Beispiel 9.3

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3y+6} + \frac{2}{2y-3}$$

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3(y+2)} + \frac{2}{2y-3}$$

Beispiel 9.3

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3y+6} + \frac{2}{2y-3} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-2, \tfrac{3}{2}\}$$

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3(y+2)} + \frac{2}{2y-3}$$

Beispiel 9.3

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3y+6} + \frac{2}{2y-3} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-2,\, \tfrac{3}{2}\}$$

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3(y+2)} + \frac{2}{2y-3} \qquad || \cdot 3(y+2)(2y-3)$$

Beispiel 9.3

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3y+6} + \frac{2}{2y-3} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-2, \tfrac{3}{2}\}$$

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3(y+2)} + \frac{2}{2y-3} \qquad || \cdot 3(y+2)(2y-3)$$

$$\frac{15(y+2)(2y-3)}{y+2} = \frac{15(y+2)(2y-3)}{3y+6} + \frac{6(y+2)(2y-3)}{2y-3}$$

Beispiel 9.3

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3y+6} + \frac{2}{2y-3} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-2, \tfrac{3}{2}\}$$

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3(y+2)} + \frac{2}{2y-3} \qquad || \cdot 3(y+2)(2y-3)$$

$$\frac{15(y+2)(2y-3)}{y+2} = \frac{15(y+2)(2y-3)}{3y+6} + \frac{6(y+2)(2y-3)}{2y-3}$$

$$15(2y-3) = 5(2y-3) + 6(y+2)$$

Beispiel 9.3

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3y+6} + \frac{2}{2y-3} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-2,\, \tfrac{3}{2}\}$$

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3(y+2)} + \frac{2}{2y-3} \qquad || \cdot 3(y+2)(2y-3)$$

$$\frac{15(y+2)(2y-3)}{y+2} = \frac{15(y+2)(2y-3)}{3y+6} + \frac{6(y+2)(2y-3)}{2y-3}$$

$$15(2y-3) = 5(2y-3) + 6(y+2) \qquad \text{[ausmultiplizieren]}$$

Beispiel 9.3

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3y+6} + \frac{2}{2y-3} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-2, \tfrac{3}{2}\}$$

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3(y+2)} + \frac{2}{2y-3} \qquad || \cdot 3(y+2)(2y-3)$$

$$\frac{15(y+2)(2y-3)}{y+2} = \frac{15(y+2)(2y-3)}{3y+6} + \frac{6(y+2)(2y-3)}{2y-3}$$

$$15(2y-3) = 5(2y-3) + 6(y+2) \qquad \text{[ausmultiplizieren]}$$

$$30y - 45 = 10y - 15 + 6y + 12$$

Beispiel 9.3

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3y+6} + \frac{2}{2y-3} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-2,\ \tfrac{3}{2}\}$$

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3(y+2)} + \frac{2}{2y-3} \qquad || \cdot 3(y+2)(2y-3)$$

$$\frac{15(y+2)(2y-3)}{y+2} = \frac{15(y+2)(2y-3)}{3y+6} + \frac{6(y+2)(2y-3)}{2y-3}$$

$$15(2y-3) = 5(2y-3) + 6(y+2) \qquad \text{[ausmultiplizieren]}$$

$$30y - 45 = 10y - 15 + 6y + 12 \qquad \text{[zusammenfassen]}$$

Beispiel 9.3

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3y+6} + \frac{2}{2y-3} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-2, \tfrac{3}{2}\}$$

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3(y+2)} + \frac{2}{2y-3} \qquad || \cdot 3(y+2)(2y-3)$$

$$\frac{15(y+2)(2y-3)}{y+2} = \frac{15(y+2)(2y-3)}{3y+6} + \frac{6(y+2)(2y-3)}{2y-3}$$

$$15(2y-3) = 5(2y-3) + 6(y+2) \qquad \text{[ausmultiplizieren]}$$

$$30y - 45 = 10y - 15 + 6y + 12 \qquad \text{[zusammenfassen]}$$

$$30y - 45 = 16y - 3$$

Beispiel 9.3

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3y+6} + \frac{2}{2y-3} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-2, \tfrac{3}{2}\}$$

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3(y+2)} + \frac{2}{2y-3} \qquad || \cdot 3(y+2)(2y-3)$$

$$\frac{15(y+2)(2y-3)}{y+2} = \frac{15(y+2)(2y-3)}{3y+6} + \frac{6(y+2)(2y-3)}{2y-3}$$

$$15(2y-3) = 5(2y-3) + 6(y+2) \qquad \text{[ausmultiplizieren]}$$

$$30y - 45 = 10y - 15 + 6y + 12 \qquad \text{[zusammenfassen]}$$

$$30y - 45 = 16y - 3 \qquad || - 16y + 45$$

Beispiel 9.3

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3y+6} + \frac{2}{2y-3} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-2,\ \tfrac{3}{2}\}$$

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3(y+2)} + \frac{2}{2y-3} \qquad || \cdot 3(y+2)(2y-3)$$

$$\frac{15(y+2)(2y-3)}{y+2} = \frac{15(y+2)(2y-3)}{3y+6} + \frac{6(y+2)(2y-3)}{2y-3}$$

$$15(2y-3) = 5(2y-3) + 6(y+2) \qquad \text{[ausmultiplizieren]}$$

$$30y - 45 = 10y - 15 + 6y + 12 \qquad \text{[zusammenfassen]}$$

$$30y - 45 = 16y - 3 \qquad || - 16y + 45$$

$$14y = 42$$

Beispiel 9.3

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3y+6} + \frac{2}{2y-3} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-2,\ \tfrac{3}{2}\}$$

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3(y+2)} + \frac{2}{2y-3} \qquad || \cdot 3(y+2)(2y-3)$$

$$\frac{15(y+2)(2y-3)}{y+2} = \frac{15(y+2)(2y-3)}{3y+6} + \frac{6(y+2)(2y-3)}{2y-3}$$

$$15(2y-3) = 5(2y-3) + 6(y+2) \qquad \text{[ausmultiplizieren]}$$

$$30y - 45 = 10y - 15 + 6y + 12 \qquad \text{[zusammenfassen]}$$

$$30y - 45 = 16y - 3 \qquad || - 16y + 45$$

$$14y = 42 \qquad || : 14$$

Beispiel 9.3

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3y+6} + \frac{2}{2y-3} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-2, \tfrac{3}{2}\}$$

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3(y+2)} + \frac{2}{2y-3} \qquad || \cdot 3(y+2)(2y-3)$$

$$\frac{15(y+2)(2y-3)}{y+2} = \frac{15(y+2)(2y-3)}{3y+6} + \frac{6(y+2)(2y-3)}{2y-3}$$

$$15(2y-3) = 5(2y-3) + 6(y+2) \qquad \text{[ausmultiplizieren]}$$

$$30y - 45 = 10y - 15 + 6y + 12 \qquad \text{[zusammenfassen]}$$

$$30y - 45 = 16y - 3 \qquad || - 16y + 45$$

$$14y = 42 \qquad || : 14$$

$$y = 3$$

Beispiel 9.3

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3y+6} + \frac{2}{2y-3} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-2,\ \tfrac{3}{2}\}$$

$$\frac{5}{y+2} = \frac{5}{3(y+2)} + \frac{2}{2y-3} \qquad || \cdot 3(y+2)(2y-3)$$

$$\frac{15(y+2)(2y-3)}{y+2} = \frac{15(y+2)(2y-3)}{3y+6} + \frac{6(y+2)(2y-3)}{2y-3}$$

$$15(2y-3) = 5(2y-3) + 6(y+2) \qquad [\text{ausmultiplizieren}]$$

$$30y - 45 = 10y - 15 + 6y + 12 \qquad [\text{zusammenfassen}]$$

$$30y - 45 = 16y - 3 \qquad || - 16y + 45$$

$$14y = 42 \qquad || : 14$$

$$y = 3 \qquad L = \{3\}$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x}$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 8\}$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 8\}$$

$$\frac{4(3+x)}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x}$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 8\}$$

$$\frac{4(3+x)}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad \text{[faktorisieren, kürzen]}$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 8\}$$

$$\frac{4(3+x)}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad \text{[faktorisieren, kürzen]}$$

$$4 = \frac{2(x-2)}{8-x}$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 8\}$$

$$\frac{4(3+x)}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad \text{[faktorisieren, kürzen]}$$

$$4 = \frac{2(x-2)}{8-x} \qquad || \cdot (8-x)$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 8\}$$

$$\frac{4(3+x)}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad \text{[faktorisieren, kürzen]}$$

$$4 = \frac{2(x-2)}{8-x} \qquad || \cdot (8-x)$$

$$4(8-x) = 2(x-2) \qquad || \; : 2$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 8\}$$

$$\frac{4(3+x)}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad \text{[faktorisieren, kürzen]}$$

$$4 = \frac{2(x-2)}{8-x} \qquad \| \cdot (8-x)$$

$$4(8-x) = 2(x-2) \qquad \| : 2$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 8\}$$

$$\frac{4(3+x)}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad \text{[faktorisieren, kürzen]}$$

$$4 = \frac{2(x-2)}{8-x} \qquad || \cdot (8-x)$$

$$4(8-x) = 2(x-2) \qquad || \ : 2$$

$$2(8-x) = x-2$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 8\}$$

$$\frac{4(3+x)}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad \text{[faktorisieren, kürzen]}$$

$$4 = \frac{2(x-2)}{8-x} \qquad || \cdot (8-x)$$

$$4(8-x) = 2(x-2) \qquad || : 2$$

$$2(8-x) = x-2$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 8\}$$

$$\frac{4(3+x)}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad \text{[faktorisieren, kürzen]}$$

$$4 = \frac{2(x-2)}{8-x} \qquad || \cdot (8-x)$$

$$4(8-x) = 2(x-2) \qquad || \ :2$$

$$2(8-x) = x-2$$

$$16-2x = x-2$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 8\}$$

$$\frac{4(3+x)}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad \text{[faktorisieren, kürzen]}$$

$$4 = \frac{2(x-2)}{8-x} \qquad || \cdot (8-x)$$

$$4(8-x) = 2(x-2) \qquad || :2$$

$$2(8-x) = x-2$$

$$16-2x = x-2 \qquad || +4x+4$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 8\}$$

$$\frac{4(3+x)}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad \text{[faktorisieren, kürzen]}$$

$$4 = \frac{2(x-2)}{8-x} \qquad || \cdot (8-x)$$

$$4(8-x) = 2(x-2) \qquad || \ : 2$$

$$2(8-x) = x-2$$

$$16-2x = x-2 \qquad || + 4x + 4$$

$$18 = 3x$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 8\}$$

$$\frac{4(3+x)}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad \text{[faktorisieren, kürzen]}$$

$$4 = \frac{2(x-2)}{8-x} \qquad || \cdot (8-x)$$

$$4(8-x) = 2(x-2) \qquad || \; : 2$$

$$2(8-x) = x-2$$

$$16-2x = x-2 \qquad || + 4x + 4$$

$$18 = 3x \qquad || : 6$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 8\}$$

$$\frac{4(3+x)}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad \text{[faktorisieren, kürzen]}$$

$$4 = \frac{2(x-2)}{8-x} \qquad || \cdot (8-x)$$

$$4(8-x) = 2(x-2) \qquad || \; : 2$$

$$2(8-x) = x-2$$

$$16-2x = x-2 \qquad || + 4x + 4$$

$$18 = 3x \qquad || : 6$$

$$x = 6$$

Beispiel 9.4

$$\frac{12+4x}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 8\}$$

$$\frac{4(3+x)}{x+3} = \frac{2x-4}{8-x} \qquad \text{[faktorisieren, kürzen]}$$

$$4 = \frac{2(x-2)}{8-x} \qquad || \cdot (8-x)$$

$$4(8-x) = 2(x-2) \qquad || : 2$$

$$2(8-x) = x-2$$

$$16-2x = x-2 \qquad || + 4x + 4$$

$$18 = 3x \qquad || : 6$$

$$x = 6 \qquad L = \{6\}$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x} - \frac{x+5}{x^2-5x} = \frac{10}{x^2-15x+50}$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x}-\frac{x+5}{x^2-5x}=\frac{10}{x^2-15x+50}$$

$$\frac{x+2}{x(x-10)}-\frac{x+5}{x(x-5)}=\frac{10}{(x-5)(x-10)}$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x}-\frac{x+5}{x^2-5x}=\frac{10}{x^2-15x+50} \qquad D=\mathbb{R}\setminus\{5,\ 10\}$$

$$\frac{x+2}{x(x-10)}-\frac{x+5}{x(x-5)}=\frac{10}{(x-5)(x-10)}$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x}-\frac{x+5}{x^2-5x}=\frac{10}{x^2-15x+50} \qquad D=\mathbb{R}\setminus\{5,\,10\}$$

$$\frac{x+2}{x(x-10)}-\frac{x+5}{x(x-5)}=\frac{10}{(x-5)(x-10)} \qquad \|\cdot x(x-10)(x-5)$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x}-\frac{x+5}{x^2-5x}=\frac{10}{x^2-15x+50} \qquad D=\mathbb{R}\setminus\{5,\ 10\}$$

$$\frac{x+2}{x(x-10)}-\frac{x+5}{x(x-5)}=\frac{10}{(x-5)(x-10)} \qquad \|\cdot x(x-10)(x-5)$$

$$(x+2)(x-5)-(x+5)(x-10)=10x$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x} - \frac{x+5}{x^2-5x} = \frac{10}{x^2-15x+50} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{5,\, 10\}$$

$$\frac{x+2}{x(x-10)} - \frac{x+5}{x(x-5)} = \frac{10}{(x-5)(x-10)} \qquad \|\cdot x(x-10)(x-5)$$

$$(x+2)(x-5) - (x+5)(x-10) = 10x \qquad [\text{Distributivgesetz}]$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x} - \frac{x+5}{x^2-5x} = \frac{10}{x^2-15x+50} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{5,\ 10\}$$

$$\frac{x+2}{x(x-10)} - \frac{x+5}{x(x-5)} = \frac{10}{(x-5)(x-10)} \qquad || \cdot x(x-10)(x-5)$$

$$(x+2)(x-5) - (x+5)(x-10) = 10x \qquad \text{[Distributivgesetz]}$$

$$(x^2-3x-10) - (x^2-5x-50) = 10x$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x} - \frac{x+5}{x^2-5x} = \frac{10}{x^2-15x+50} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{5,\ 10\}$$

$$\frac{x+2}{x(x-10)} - \frac{x+5}{x(x-5)} = \frac{10}{(x-5)(x-10)} \qquad \| \cdot x(x-10)(x-5)$$

$$(x+2)(x-5) - (x+5)(x-10) = 10x \qquad \text{[Distributivgesetz]}$$

$$(x^2-3x-10) - (x^2-5x-50) = 10x \qquad \text{[Klammern!]}$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x}-\frac{x+5}{x^2-5x}=\frac{10}{x^2-15x+50} \qquad D=\mathbb{R}\setminus\{5,\,10\}$$

$$\frac{x+2}{x(x-10)}-\frac{x+5}{x(x-5)}=\frac{10}{(x-5)(x-10)} \qquad \|\cdot x(x-10)(x-5)$$

$$(x+2)(x-5)-(x+5)(x-10)=10x \qquad [\text{Distributivgesetz}]$$

$$(x^2-3x-10)-(x^2-5x-50)=10x \qquad [\text{Klammern!}]$$

$$x^2-3x-10-x^2+5x+50=10x$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x} - \frac{x+5}{x^2-5x} = \frac{10}{x^2-15x+50} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{5,\ 10\}$$

$$\frac{x+2}{x(x-10)} - \frac{x+5}{x(x-5)} = \frac{10}{(x-5)(x-10)} \qquad || \cdot x(x-10)(x-5)$$

$$(x+2)(x-5) - (x+5)(x-10) = 10x \qquad \text{[Distributivgesetz]}$$

$$(x^2-3x-10) - (x^2-5x-50) = 10x \qquad \text{[Klammern!]}$$

$$x^2-3x-10-x^2+5x+50 = 10x \qquad \text{[zusammenfassen]}$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x} - \frac{x+5}{x^2-5x} = \frac{10}{x^2-15x+50} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{5,\ 10\}$$

$$\frac{x+2}{x(x-10)} - \frac{x+5}{x(x-5)} = \frac{10}{(x-5)(x-10)} \qquad || \cdot x(x-10)(x-5)$$

$$(x+2)(x-5) - (x+5)(x-10) = 10x \qquad \text{[Distributivgesetz]}$$

$$(x^2-3x-10) - (x^2-5x-50) = 10x \qquad \text{[Klammern!]}$$

$$x^2-3x-10-x^2+5x+50 = 10x \qquad \text{[zusammenfassen]}$$

$$2x+40 = 10x$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x}-\frac{x+5}{x^2-5x}=\frac{10}{x^2-15x+50} \qquad D=\mathbb{R}\setminus\{5,\,10\}$$

$$\frac{x+2}{x(x-10)}-\frac{x+5}{x(x-5)}=\frac{10}{(x-5)(x-10)} \qquad ||\cdot x(x-10)(x-5)$$

$$(x+2)(x-5)-(x+5)(x-10)=10x \qquad \text{[Distributivgesetz]}$$

$$(x^2-3x-10)-(x^2-5x-50)=10x \qquad \text{[Klammern!]}$$

$$x^2-3x-10-x^2+5x+50=10x \qquad \text{[zusammenfassen]}$$

$$2x+40=10x \qquad ||-2x$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x} - \frac{x+5}{x^2-5x} = \frac{10}{x^2-15x+50} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{5,\ 10\}$$

$$\frac{x+2}{x(x-10)} - \frac{x+5}{x(x-5)} = \frac{10}{(x-5)(x-10)} \qquad || \cdot x(x-10)(x-5)$$

$$(x+2)(x-5) - (x+5)(x-10) = 10x \qquad \text{[Distributivgesetz]}$$

$$(x^2-3x-10) - (x^2-5x-50) = 10x \qquad \text{[Klammern!]}$$

$$x^2-3x-10-x^2+5x+50 = 10x \qquad \text{[zusammenfassen]}$$

$$2x+40 = 10x \qquad || -2x$$

$$40 = 8x$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x} - \frac{x+5}{x^2-5x} = \frac{10}{x^2-15x+50} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{5,\ 10\}$$

$$\frac{x+2}{x(x-10)} - \frac{x+5}{x(x-5)} = \frac{10}{(x-5)(x-10)} \qquad || \cdot x(x-10)(x-5)$$

$$(x+2)(x-5) - (x+5)(x-10) = 10x \qquad \text{[Distributivgesetz]}$$

$$(x^2-3x-10) - (x^2-5x-50) = 10x \qquad \text{[Klammern!]}$$

$$x^2-3x-10-x^2+5x+50 = 10x \qquad \text{[zusammenfassen]}$$

$$2x+40 = 10x \qquad || - 2x$$

$$40 = 8x \qquad || : 8$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x}-\frac{x+5}{x^2-5x}=\frac{10}{x^2-15x+50} \qquad D=\mathbb{R}\setminus\{5,\ 10\}$$

$$\frac{x+2}{x(x-10)}-\frac{x+5}{x(x-5)}=\frac{10}{(x-5)(x-10)} \qquad \|\cdot x(x-10)(x-5)$$

$$(x+2)(x-5)-(x+5)(x-10)=10x \qquad \text{[Distributivgesetz]}$$

$$(x^2-3x-10)-(x^2-5x-50)=10x \qquad \text{[Klammern!]}$$

$$x^2-3x-10-x^2+5x+50=10x \qquad \text{[zusammenfassen]}$$

$$2x+40=10x \qquad \|-2x$$

$$40=8x \qquad \|:8$$

$$5=x$$

Beispiel 9.5

$$\frac{x+2}{x^2-10x} - \frac{x+5}{x^2-5x} = \frac{10}{x^2-15x+50} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{5,\ 10\}$$

$$\frac{x+2}{x(x-10)} - \frac{x+5}{x(x-5)} = \frac{10}{(x-5)(x-10)} \qquad || \cdot x(x-10)(x-5)$$

$$(x+2)(x-5) - (x+5)(x-10) = 10x \qquad [\text{Distributivgesetz}]$$

$$(x^2-3x-10) - (x^2-5x-50) = 10x \qquad [\text{Klammern!}]$$

$$x^2-3x-10-x^2+5x+50 = 10x \qquad [\text{zusammenfassen}]$$

$$2x+40 = 10x \qquad || - 2x$$

$$40 = 8x \qquad || : 8$$

$$5 = x \qquad L = \{\,\}$$

Beispiel 9.6

$$\frac{7}{x-7} - \frac{5}{x-5} = \frac{2x}{x^2 - 12x + 35}$$

Beispiel 9.6

$$\frac{7}{x-7}-\frac{5}{x-5}=\frac{2x}{x^2-12x+35}$$

$$\frac{7}{x-7}-\frac{5}{x-5}=\frac{2x}{(x-7)(x-5)}$$

Beispiel 9.6

$$\frac{7}{x-7} - \frac{5}{x-5} = \frac{2x}{x^2 - 12x + 35} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{5, 7\}$$

$$\frac{7}{x-7} - \frac{5}{x-5} = \frac{2x}{(x-7)(x-5)}$$

Beispiel 9.6

$$\frac{7}{x-7} - \frac{5}{x-5} = \frac{2x}{x^2 - 12x + 35} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{5, 7\}$$

$$\frac{7}{x-7} - \frac{5}{x-5} = \frac{2x}{(x-7)(x-5)} \qquad || \cdot (x-7)(x-5)$$

Beispiel 9.6

$$\frac{7}{x-7} - \frac{5}{x-5} = \frac{2x}{x^2-12x+35} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{5,7\}$$

$$\frac{7}{x-7} - \frac{5}{x-5} = \frac{2x}{(x-7)(x-5)} \qquad || \cdot (x-7)(x-5)$$

$$7(x-5) - 5(x-7) = 2x$$

Beispiel 9.6

$$\frac{7}{x-7} - \frac{5}{x-5} = \frac{2x}{x^2 - 12x + 35} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{5, 7\}$$

$$\frac{7}{x-7} - \frac{5}{x-5} = \frac{2x}{(x-7)(x-5)} \qquad || \cdot (x-7)(x-5)$$

$$7(x-5) - 5(x-7) = 2x$$

$$7x - 35 - 5x + 35 = 2x$$

Beispiel 9.6

$$\frac{7}{x-7} - \frac{5}{x-5} = \frac{2x}{x^2-12x+35} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{5, 7\}$$

$$\frac{7}{x-7} - \frac{5}{x-5} = \frac{2x}{(x-7)(x-5)} \qquad || \cdot (x-7)(x-5)$$

$$7(x-5) - 5(x-7) = 2x$$

$$7x - 35 - 5x + 35 = 2x$$

$$2x = 2x$$

Beispiel 9.6

$$\frac{7}{x-7} - \frac{5}{x-5} = \frac{2x}{x^2-12x+35} \qquad D = \mathbb{R} \setminus \{5, 7\}$$

$$\frac{7}{x-7} - \frac{5}{x-5} = \frac{2x}{(x-7)(x-5)} \qquad || \cdot (x-7)(x-5)$$

$$7(x-5) - 5(x-7) = 2x$$

$$7x - 35 - 5x + 35 = 2x$$

$$2x = 2x \qquad L = \mathbb{R} \setminus \{5, 7\}$$