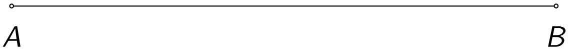
Ähnlichkeit

Übungen

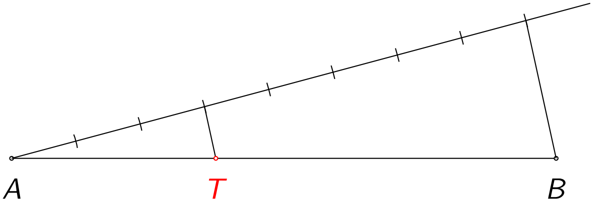
28. November 2019

Aufgabe 1.1

Teile die Strecke AB nur mit Zirkel und Lineal im Verhältnis $3 : 5$.

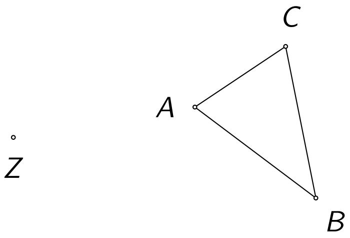


Aufgabe 1.1

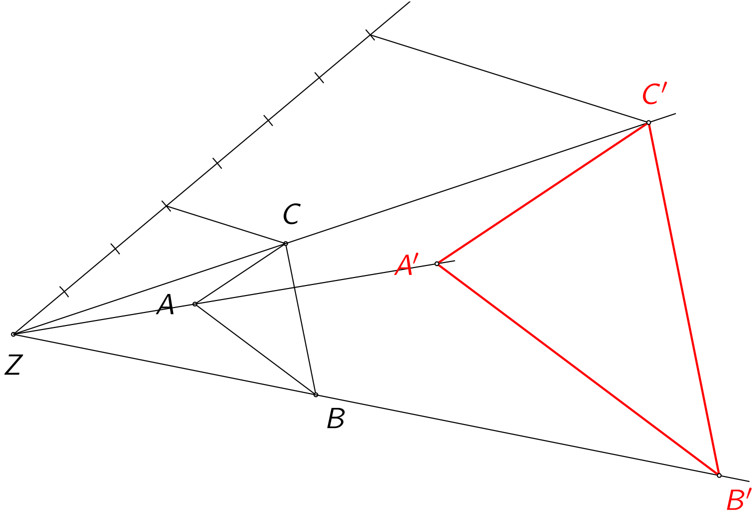


Aufgabe 1.2

Bilde das Dreieck ABC durch eine zentrische Streckung mit dem Zentrum Z und dem Faktor $k = \frac{7}{3}$ auf das Dreieck $A'B'C'$ ab.

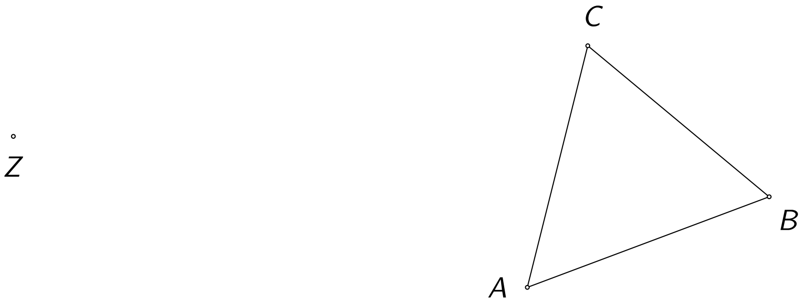


Aufgabe 1.2

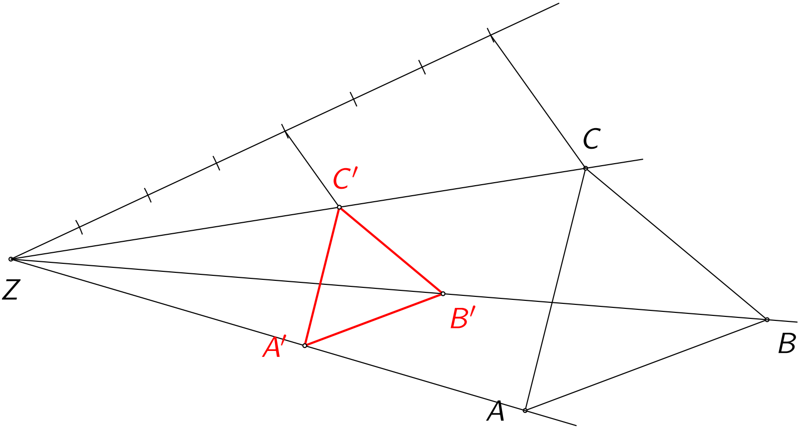


Aufgabe 1.3

Bilde das Dreieck ABC durch eine zentrische Streckung mit dem Zentrum Z und dem Faktor $k = \frac{4}{7}$ auf das Dreieck $A'B'C'$ ab.

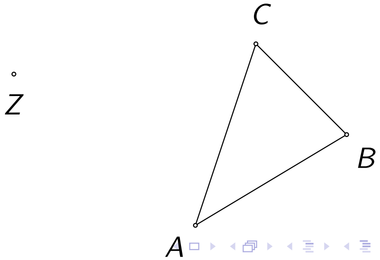


Aufgabe 1.3

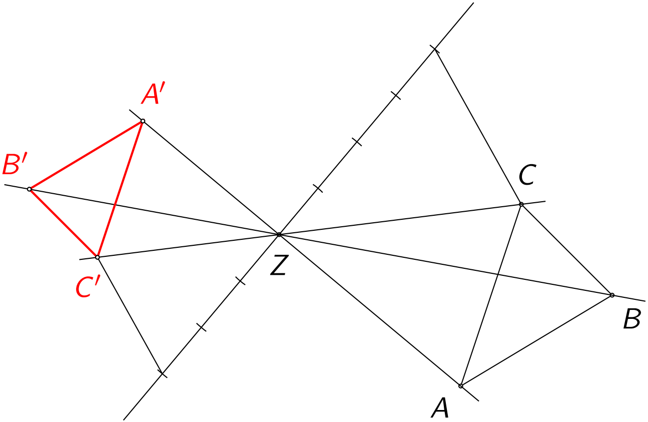


Aufgabe 1.4

Bilde das Dreieck ABC durch eine zentrische Streckung mit dem Zentrum Z und dem Faktor $k = -\frac{3}{4}$ auf das Dreieck $A'B'C'$ ab.

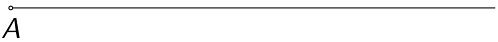


Aufgabe 1.4

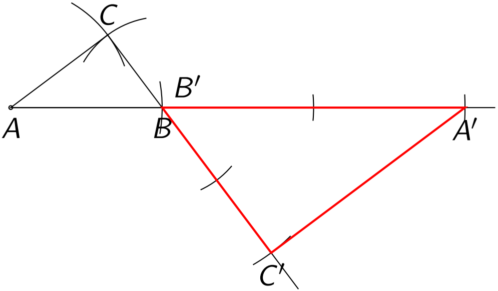


Aufgabe 1.5

Konstruiere ein Dreieck ABC mit den Seitenlängen $a = 3\,\text{cm}$, $b = 4\,\text{cm}$ und $c = 5\,\text{cm}$ und führe damit eine zentrische Streckung mit Zentrum B und Streckungsfaktor $k = -2$ durch.

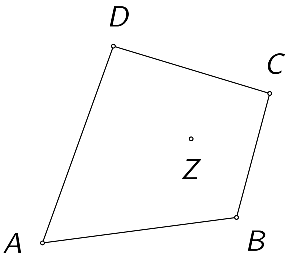


Aufgabe 1.5

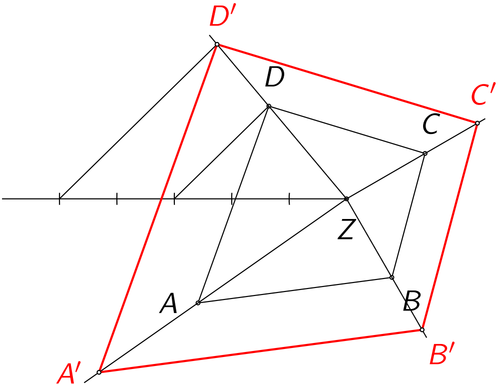


Aufgabe 1.6

Bilde das Viereck $ABCD$ durch eine zentrische Streckung mit dem Zentrum Z und dem Faktor $k = \frac{5}{3}$ auf das Viereck $A'B'C'D'$ ab.

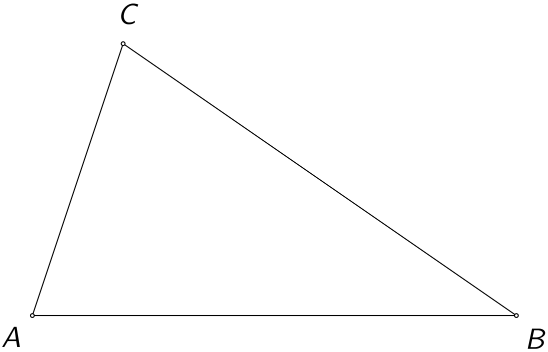


Aufgabe 1.6

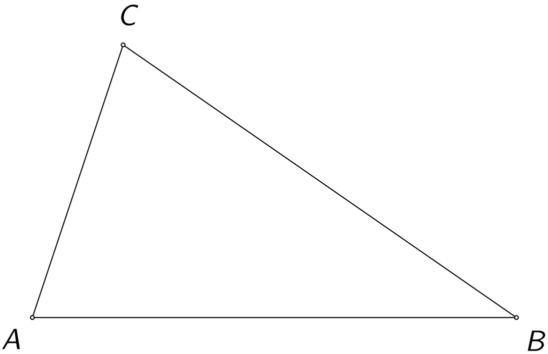


Aufgabe 1.7

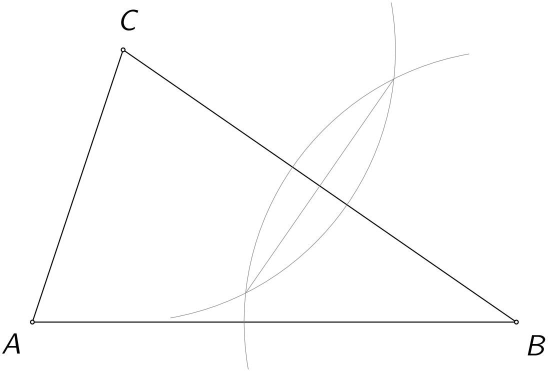
Konstruiere den Schwerpunkt S des Dreieck ABC und bilde es anschliessend durch eine zentrische Streckung mit dem Zentrum S und dem Faktor $k = -\frac{1}{2}$ auf das Dreieck $A'B'C'$ ab.



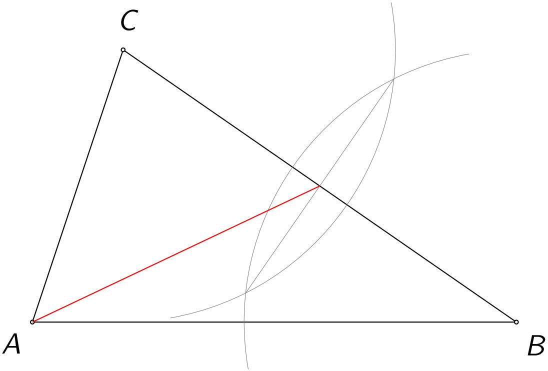
Aufgabe 1.7



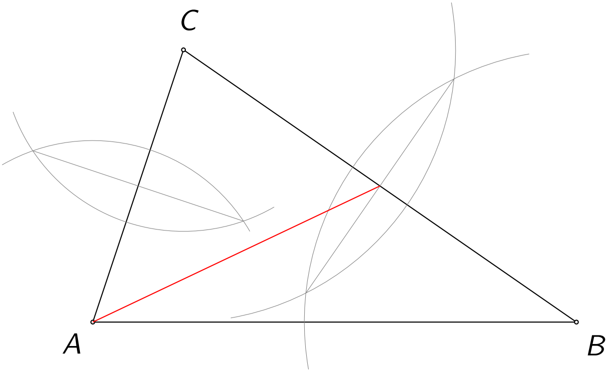
Aufgabe 1.7



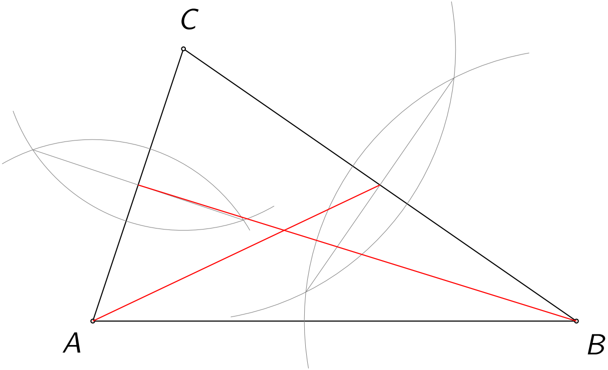
Aufgabe 1.7



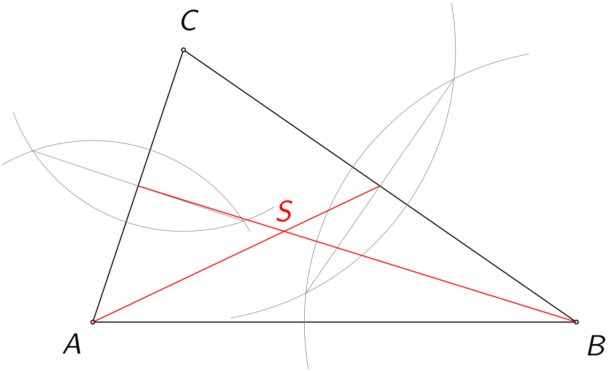
Aufgabe 1.7



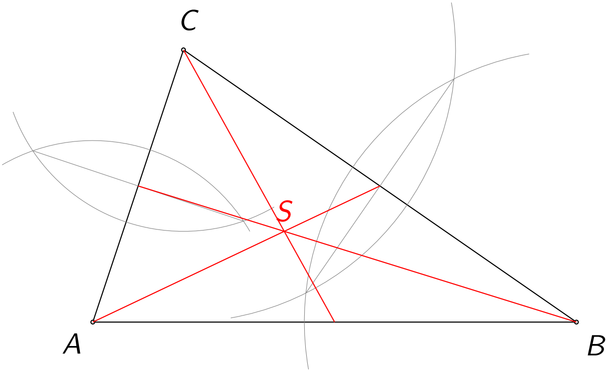
Aufgabe 1.7



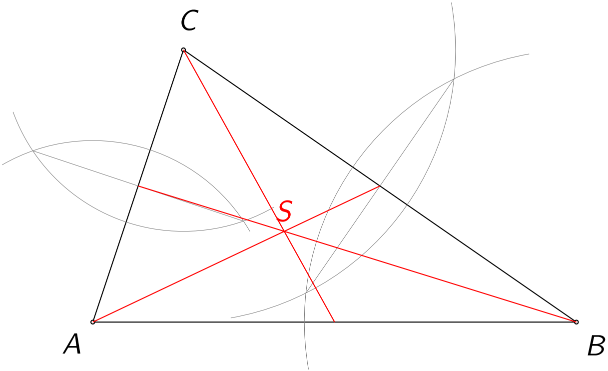
Aufgabe 1.7



Aufgabe 1.7

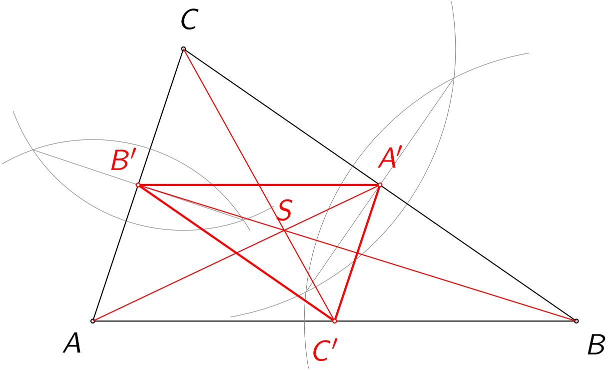


Aufgabe 1.7



Der Schwerpunkt eines Dreiecks teilt die Schwerlinien, von der Ecke aus gesehen, im Verhältnis 2 : 1.

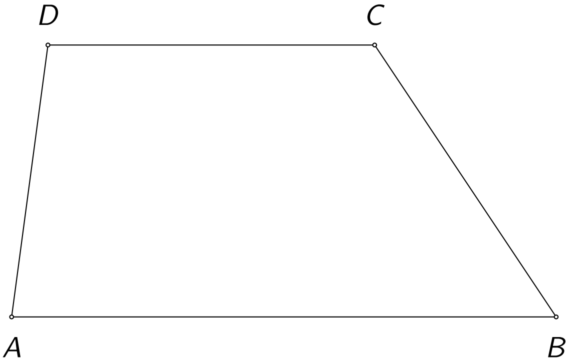
Aufgabe 1.7



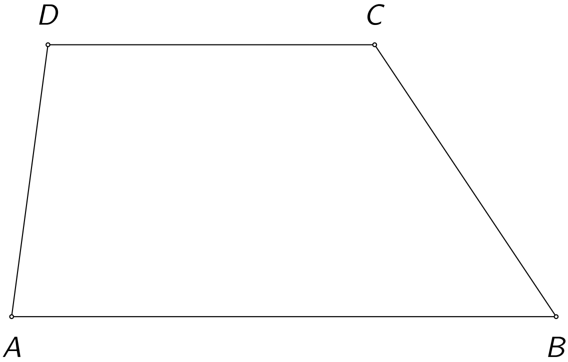
Der Schwerpunkt eines Dreiecks teilt die Schwerlinien, von der Ecke aus gesehen, im Verhältnis 2 : 1.

Aufgabe 1.8

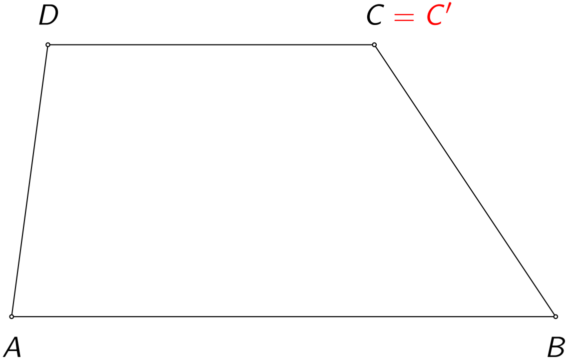
Bilde das Trapez $ABCD$ durch die zentrische Streckung mit dem Zentrum C und dem Faktor $k = \frac{2}{3}$ auf das Trapez $A'B'C'D'$ ab.



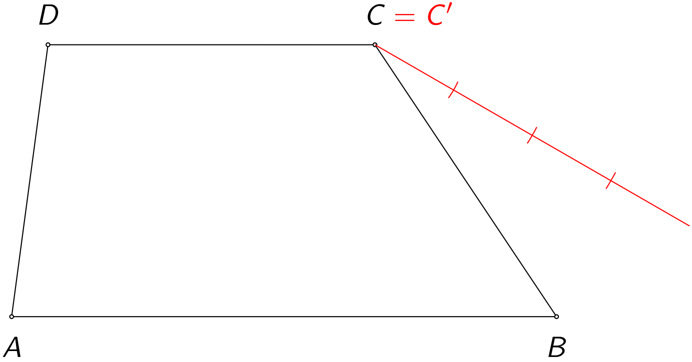
Aufgabe 1.8



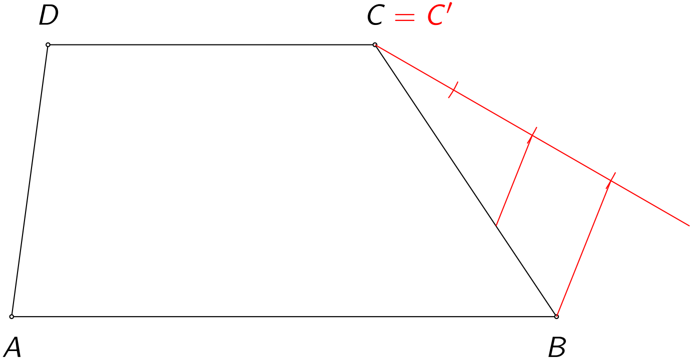
Aufgabe 1.8



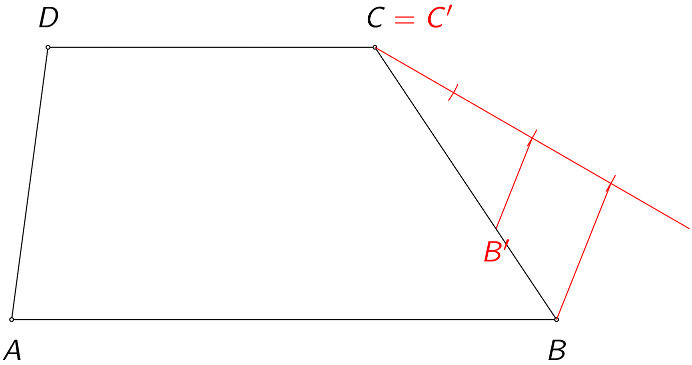
Aufgabe 1.8



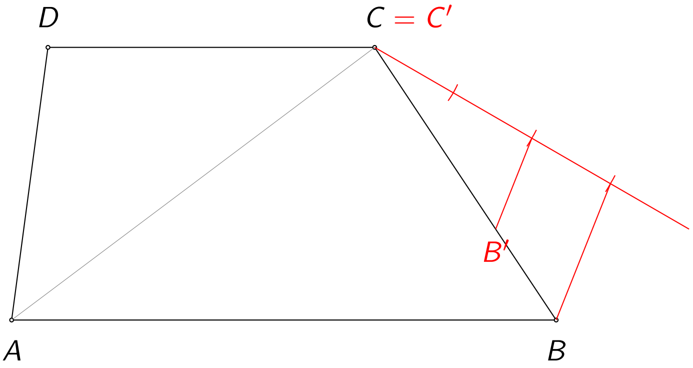
Aufgabe 1.8



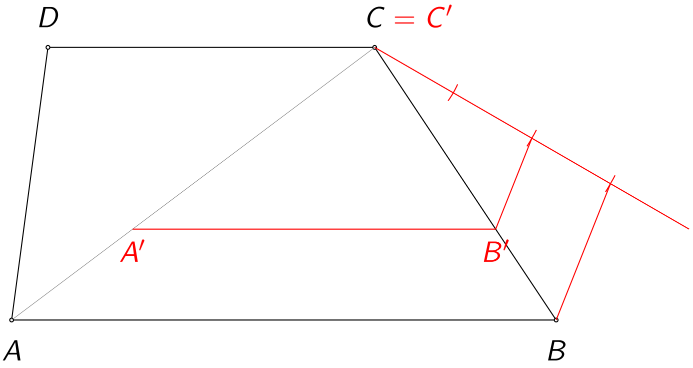
Aufgabe 1.8



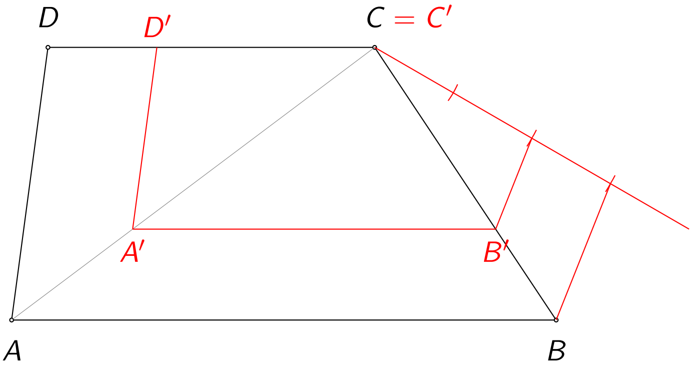
Aufgabe 1.8



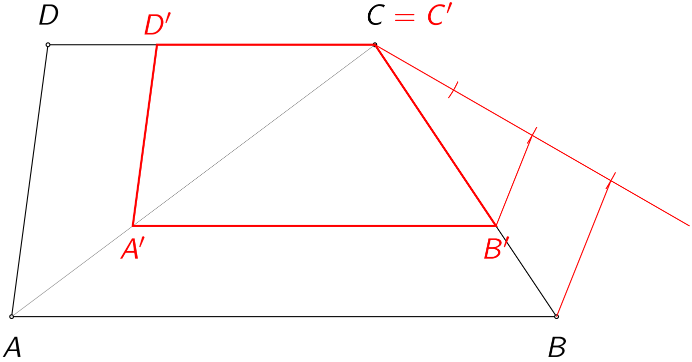
Aufgabe 1.8



Aufgabe 1.8



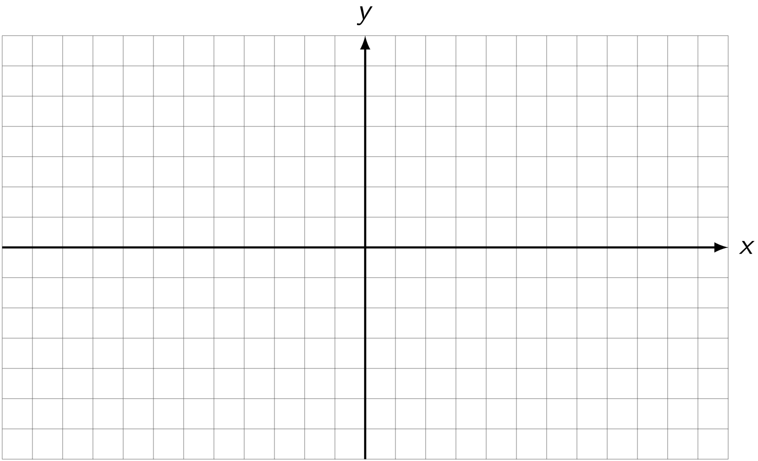
Aufgabe 1.8



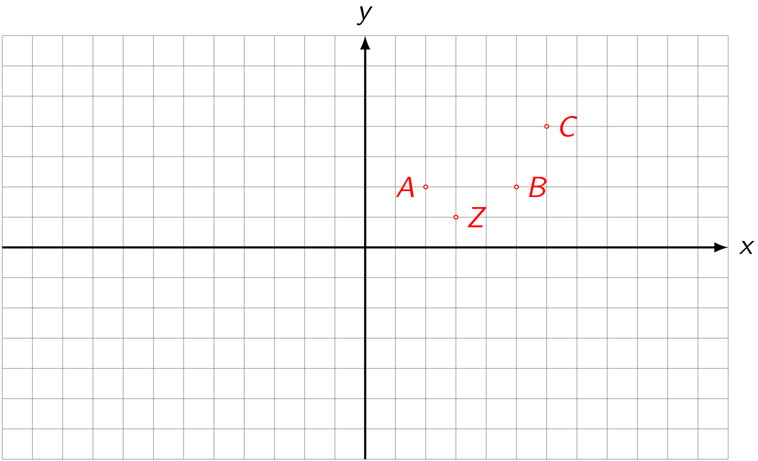
Aufgabe 1.9

Ein Parallelogramm $ABCD$ ist durch die Punkte $A(2,2)$, $B(5,2)$ und $C(6,4)$ bestimmt. Vervollständige das Parallelogramm und bilde es durch eine zentrische Streckung mit dem Zentrum $Z(3,1)$ und dem Faktor $k=-2$ auf die Figur $A'B'C'D'$ ab.

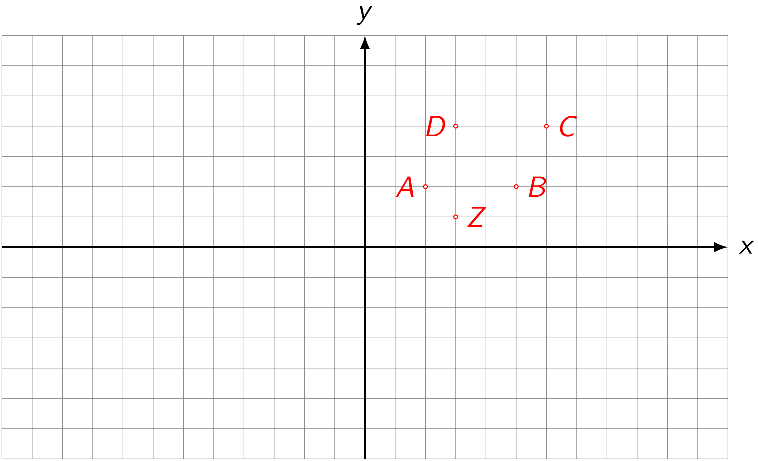
Aufgabe 1.9



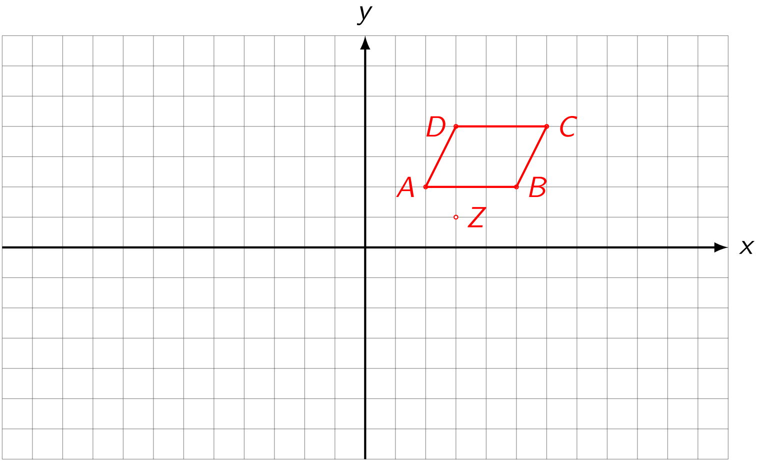
Aufgabe 1.9



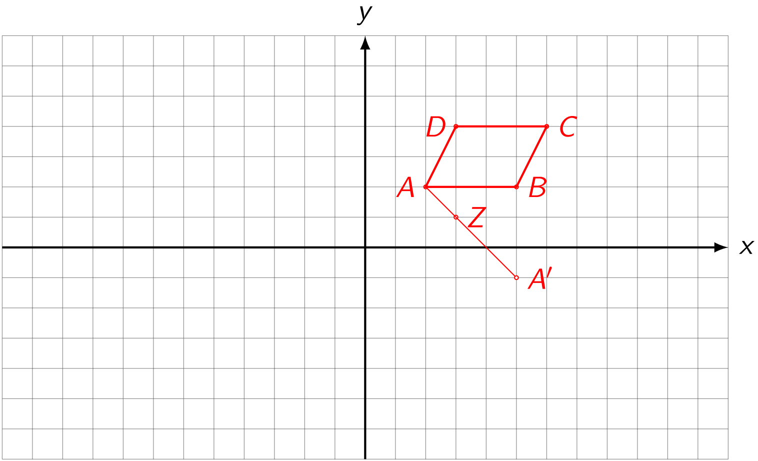
Aufgabe 1.9



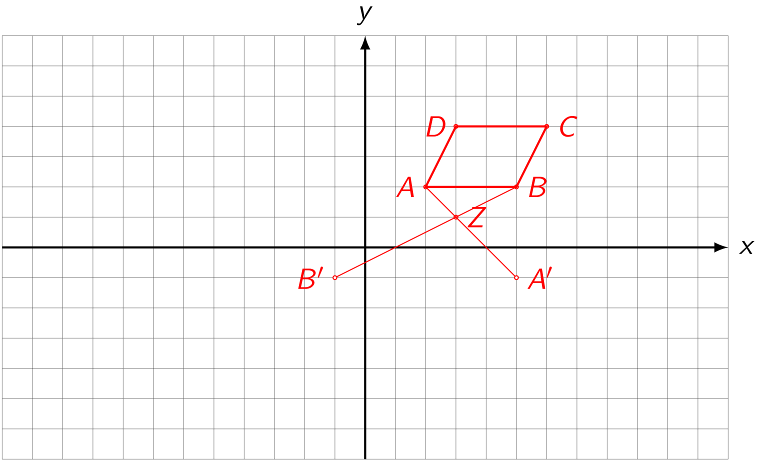
Aufgabe 1.9



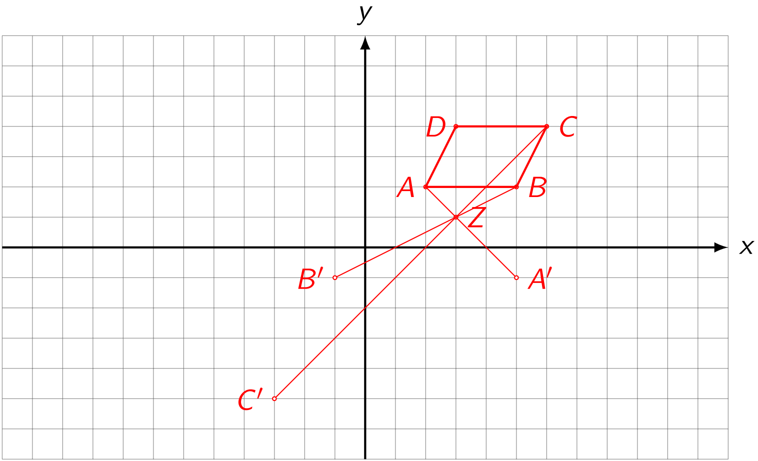
Aufgabe 1.9



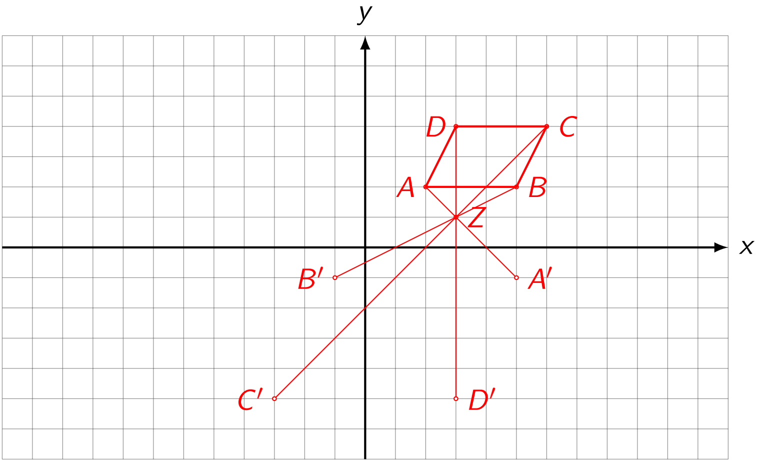
Aufgabe 1.9



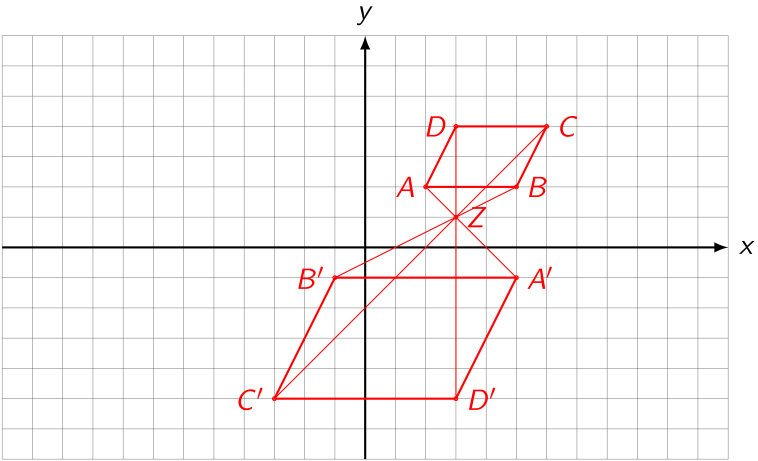
Aufgabe 1.9



Aufgabe 1.9



Aufgabe 1.9



Aufgabe 1.10

Ein Parallelogramm mit $a = 8\,\text{cm}$ und $h_a = 3\,\text{cm}$ wird durch zentrische Streckung auf das Parallelogramm $A'B'C'D'$ abgebildet, dessen Flächeninhalt $54\,\text{cm}^2$ beträgt. Bestimme das Streckungsverhältnis.

Aufgabe 1.10

Flächeninhalt der Originalfigur: $A = a \cdot h_a = 24\,\text{cm}^2$

Aufgabe 1.10

Flächeninhalt der Originalfigur: $A = a \cdot h_a = 24\,\text{cm}^2$

Flächeninhalt der Bildfigur: $A' = 54\,\text{cm}^2$

Aufgabe 1.10

Flächeninhalt der Originalfigur: $A = a \cdot h_a = 24\,\text{cm}^2$

Flächeninhalt der Bildfigur: $A' = 54\,\text{cm}^2$

Flächenverhältnis: $54\,\text{cm}^2 : 24\,\text{cm}^2 = 9 : 4$

Aufgabe 1.10

Flächeninhalt der Originalfigur: $A = a \cdot h_a = 24\,\mathrm{cm}^2$

Flächeninhalt der Bildfigur: $A' = 54\,\mathrm{cm}^2$

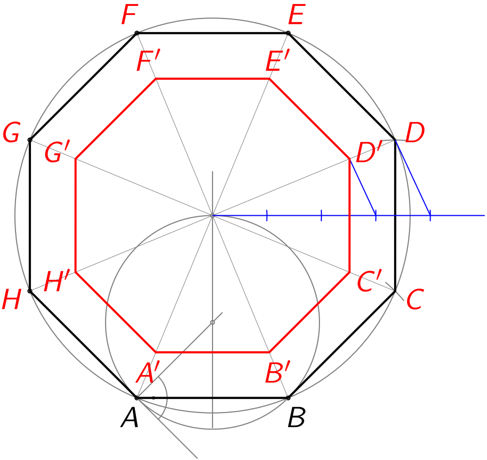
Flächenverhältnis: $54\,\mathrm{cm}^2 : 24\,\mathrm{cm}^2 = 9 : 4$

Streckungsverhältnis: $\sqrt{9} : \sqrt{4} = 3 : 2 = 1.5$ (Vergrösserung)

Aufgabe 1.11

Konstruiere ein regelmässiges Achteck $ABCDEFGH$ mit der Seite AB. Bilde dieses Achteck durch die zentrische Streckung mit dem Umkreismittelpunkt M als Zentrum Z und dem Faktor $k = \frac{3}{4}$ auf das Achteck $A'B'C'D'E'F'$ ab.

Aufgabe 1.11



Aufgabe 1.12

Welcher Abbildung entsprechen zentrische Streckungen mit $k = -1$?

Aufgabe 1.12

einer Punktspiegelung

Aufgabe 1.13

Ein Dreieck ABC mit den Seitenlängen $a = 5\,\text{cm}$, $b = 6\,\text{cm}$ und $c = 8\,\text{cm}$ wird durch zentrische Streckung in das Dreieck $A'B'C'$ abgebildet. Berechne die Seiten des Bilddreiecks für folgende Streckungsverhältnisse?

(a) $k = 0.4$

(b) $k = -\frac{3}{2}$

Aufgabe 1.13

Multipliziert man die Längen der Originalfigur mit dem Streckungsfaktor k, so erhält man die Längen der Bildfigur. Negative Vorzeichen müssen entfernt werden.

(a) $a' = |0.4| \cdot 5\,\text{cm} = 2\,\text{cm}$
$b' = |0.4| \cdot 6\,\text{cm} = 2.4\,\text{cm}$
$c' = |0.4| \cdot 8\,\text{cm} = 3.2\,\text{cm}$

(b) $a' = |-1.5| \cdot 5\,\text{cm} = 7.5\,\text{cm}$
$b' = |-1.5| \cdot 6\,\text{cm} = 9\,\text{cm}$
$c' = |-1.5| \cdot 8\,\text{cm} = 12\,\text{cm}$

Aufgabe 1.14

Berechne das Streckungsverhältnis k, wenn ein Dreieck ABC mit $c = 12\,\text{cm}$ und $h_c = 8\,\text{cm}$ in ein Dreieck $A'B'C'$ mit dem Flächeninhalt $27\,\text{cm}^2$ abgebildet werden soll.

Aufgabe 1.14

$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c = 48\,\mathrm{cm}^2$$

Aufgabe 1.14

$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c = 48\,\mathrm{cm}^2$

Flächeninhalt der Bildfigur: $A' = 27\,\mathrm{cm}^2$

Aufgabe 1.14

$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c = 48\,\mathrm{cm}^2$

Flächeninhalt der Bildfigur: $A' = 27\,\mathrm{cm}^2$

Flächenverhältnis: $27\,\mathrm{cm}^2 : 48\,\mathrm{cm}^2 = 9 : 16$

Aufgabe 1.14

$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c = 48\,\text{cm}^2$

Flächeninhalt der Bildfigur: $A' = 27\,\text{cm}^2$

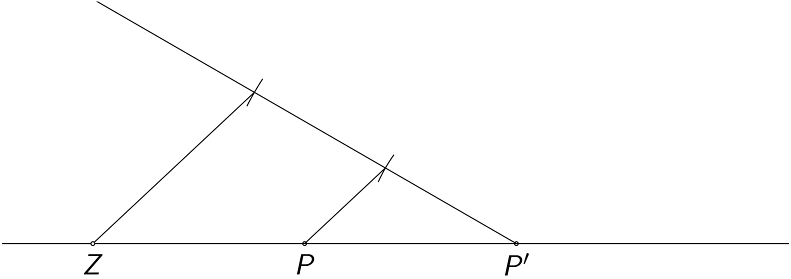
Flächenverhältnis: $27\,\text{cm}^2 : 48\,\text{cm}^2 = 9 : 16$

Streckungsverhältnis: $\sqrt{9} : \sqrt{16} = 3 : 4 = 0.75$ (Verkleinerung)

Aufgabe 1.15

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = 2$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z.

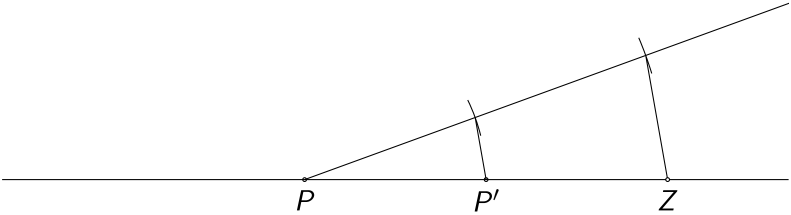
Aufgabe 1.15



Aufgabe 1.16

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = 0.5$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z.

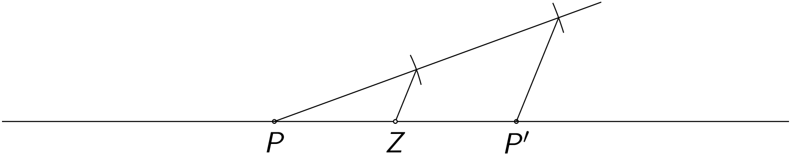
Aufgabe 1.16



Aufgabe 1.17

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -1$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z.

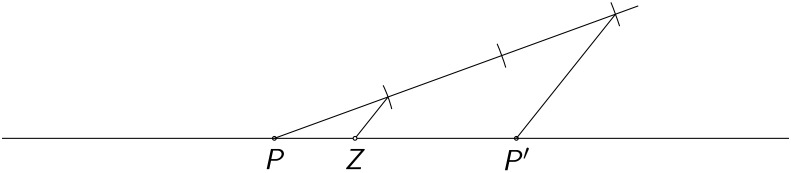
Aufgabe 1.17



Aufgabe 1.18

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -2$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z.

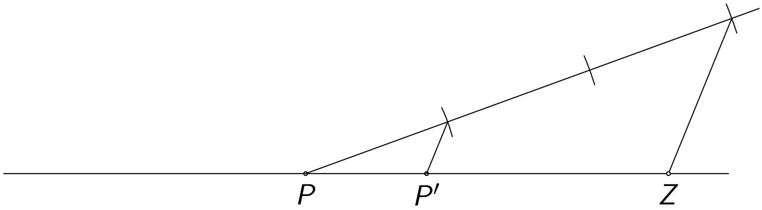
Aufgabe 1.18



Aufgabe 1.19

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = \frac{2}{3}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z.

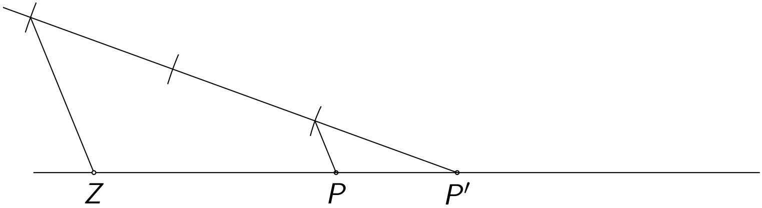
Aufgabe 1.19



Aufgabe 1.20

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = \frac{3}{2}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z.

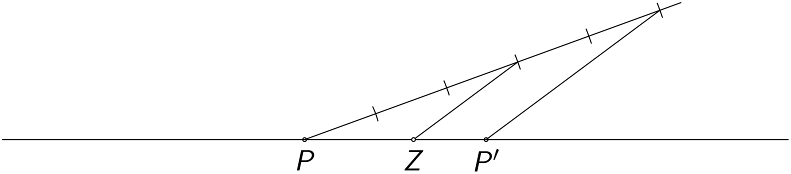
Aufgabe 1.20



Aufgabe 1.21

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -\frac{2}{3}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z.

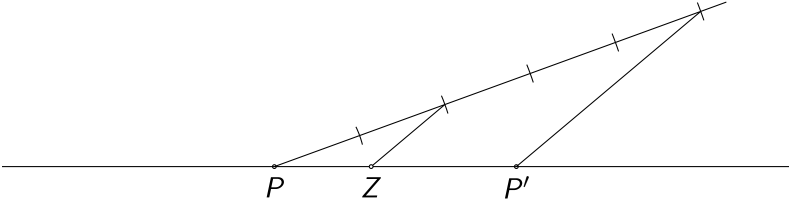
Aufgabe 1.21



Aufgabe 1.22

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -\frac{3}{2}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Zentrum Z.

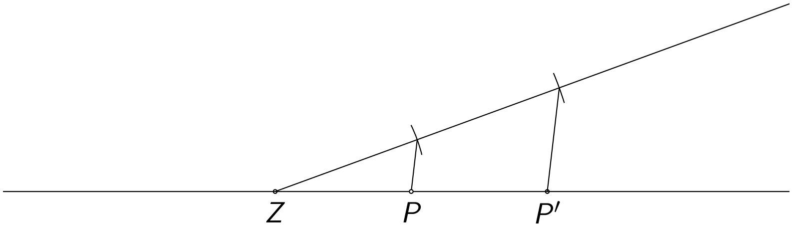
Aufgabe 1.22



Aufgabe 1.23

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = 2$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P.

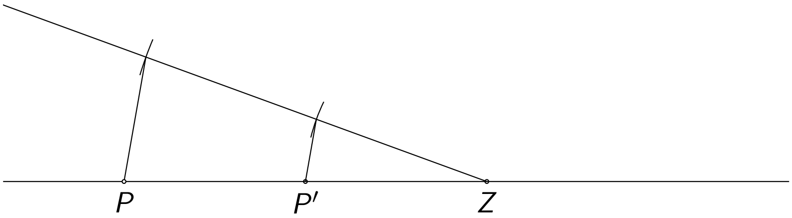
Aufgabe 1.23



Aufgabe 1.24

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = 0.5$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P.

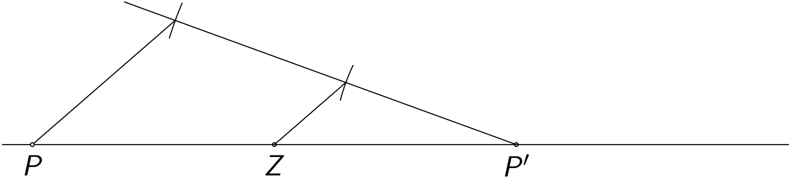
Aufgabe 1.24



Aufgabe 1.25

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -1$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P.

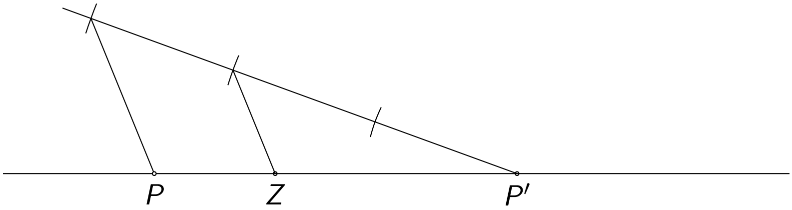
Aufgabe 1.25



Aufgabe 1.26

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -2$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P.

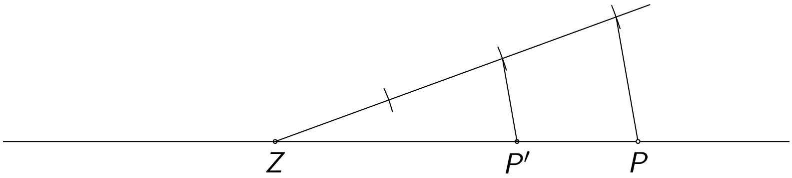
Aufgabe 1.26



Aufgabe 1.27

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = \frac{2}{3}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P.

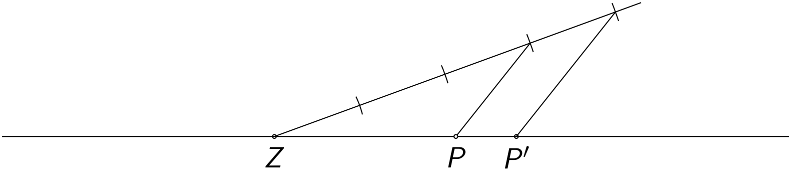
Aufgabe 1.27



Aufgabe 1.28

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = \frac{4}{3}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P.

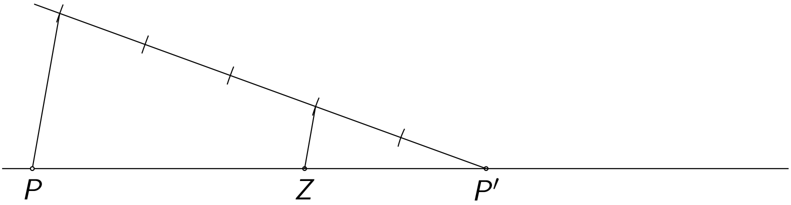
Aufgabe 1.28



Aufgabe 1.29

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -\frac{2}{3}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P.

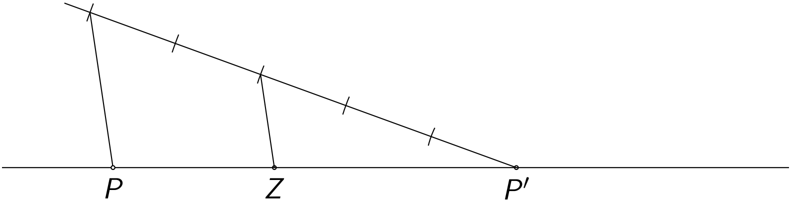
Aufgabe 1.29



Aufgabe 1.30

Die zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -\frac{3}{2}$ bildet den Punkt P auf den Punkt P' ab. Konstruiere das Urbild P.

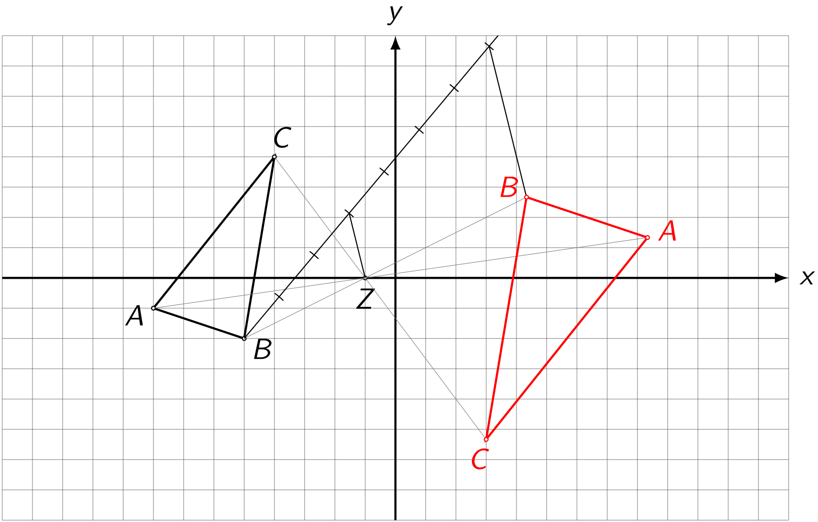
Aufgabe 1.30



Aufgabe 1.31

Bilde das Dreieck ABC durch eine zentrische Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = -\frac{4}{3}$ auf das Bilddreieck $A'B'C'$ ab.

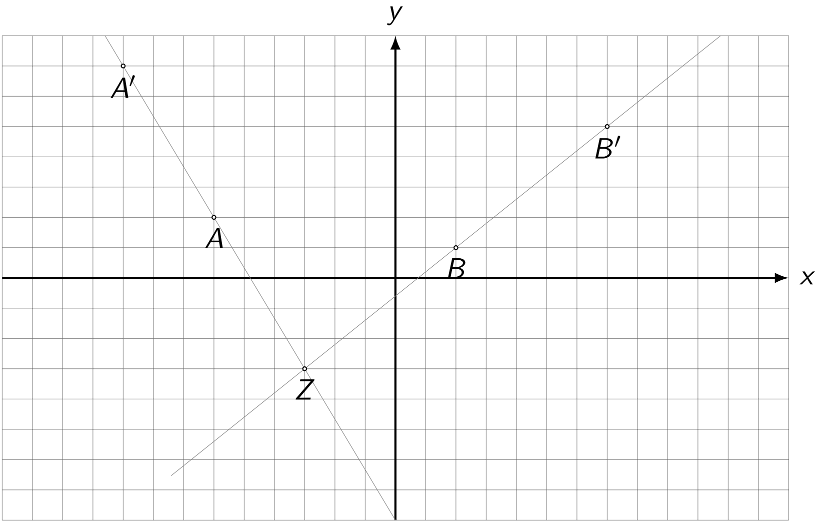
Aufgabe 1.31



Aufgabe 1.32

Die Punkte $A(-6, 2)$ und $B(2, 1)$ werden durch eine zentrische Streckung auf den Punkt $A'(-9, 7)$ bzw. $B'(7, 5)$ abgebildet. Bestimme aufgrund der Zeichnung Z und k.

Aufgabe 1.32



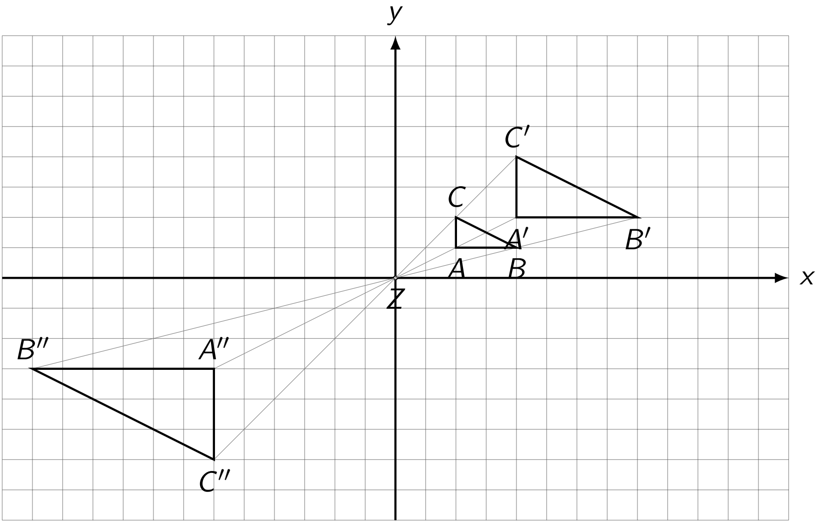
Aufgabe 1.33

Das Dreieck $A(2,1)$, $B(4,1)$ und $C(2,2)$ wird durch die zentrische Streckung mit $Z(0,0)$ und $k_1 = 2$ auf das Dreieck $A'B'C'$ abgebildet.

Anschliessend wird $A'B'C'$ durch die zentrische Streckung mit dem gleichen Zentrum Z und $k_2 = -1.5$ auf das Dreieck $A''B''C''$ abgebildet.

Konstruiere die Dreiecke. Beschreibe die direkte Abbildung von ABC nach $A''B''C''$ (Zentrum? Streckungsfaktor?)

Aufgabe 1.33



Wenn man die entsprechenden Ecken von ABC und $A''B''C''$ verbindet, sieht man, dass das Streckungszentrum unverändert $Z(0,0)$ bleibt.

Den direkten Streckungsfaktor erhält man durch Multiplikation der einzelnen Streckungsfaktoren:

$k = k_1 \cdot k_2 = 2 \cdot (-1.5) = -3.$

Aufgabe 1.34

Das Dreieck mit den Ecken $A(5,6)$, $B(7,8)$ und $C(4,8)$ wird durch die zentrische Streckung mit Zentrum $Z_1(11,7)$ und Faktor $k_1 = 3$ auf das Dreieck $A'B'C'$ abgebildet.

Anschliessend wird das Dreieck $A'B'C'$ durch die zentrische Streckung mit Zentrum $Z_2(1,2)$ und Faktor $k_2 = -0.5$ auf das Dreieck $A''B''C''$ abgebildet.

Konstruiere die Dreiecke. Beschreibe die direkte Abbildung von ABC nach $A''B''C''$.

Aufgabe 1.34

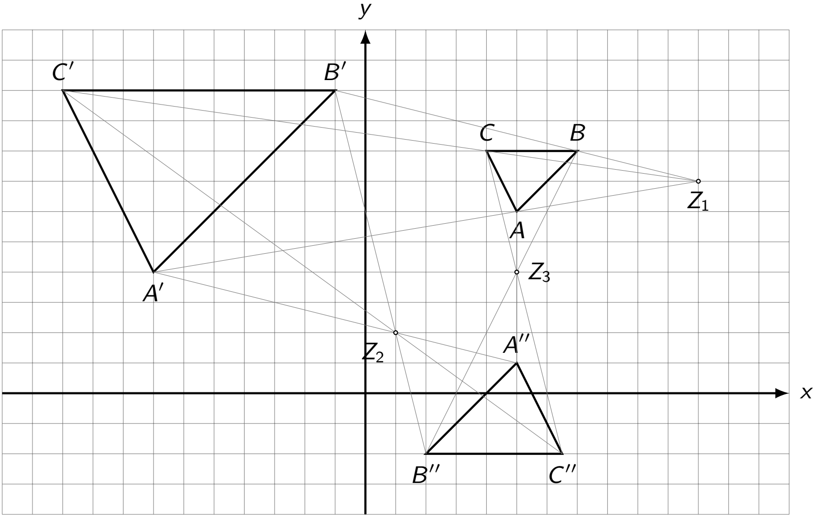


Abbildung $ABC \to A'B'C'$:

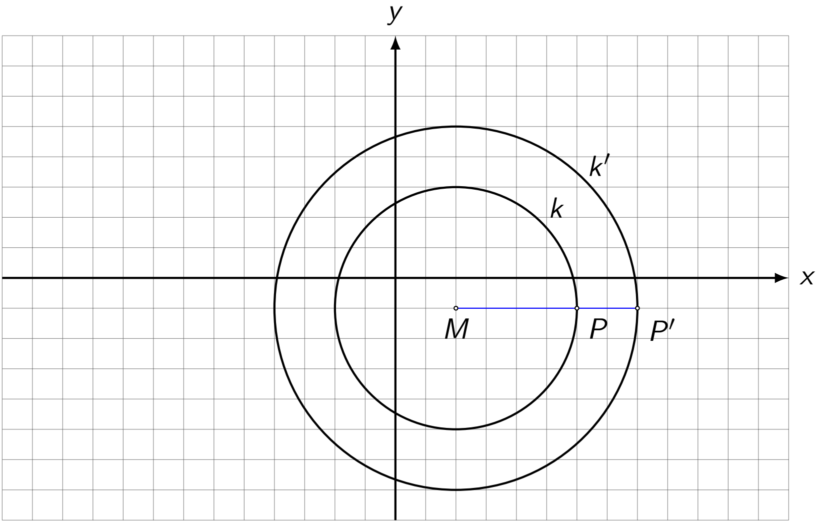
Streckungszentrum $Z_3(5,4)$

Streckungsfaktor $k_3 = k_1 \cdot k_1 = 3 \cdot (-0.5) = -1.5$

Aufgabe 1.35

Der Kreis K mit Mittelpunkt $M(2, -1)$ und Radius $r = 4$ wird durch die zentrische Streckung mit Zentrum $Z = M$ und Faktor $k = 1.5$ auf den Kreis K' abgebildet. Konstruiere die Kreise K und K' und berechne der Flächeninhalt des Kreisrings.

Aufgabe 1.35



$$F_{\text{Kreisring}} = F_{k_2} - F_{k_1} = \pi r_2^2 - \pi r_1^2 = 36\pi - 16\pi = 20\pi$$

Aufgabe 1.36

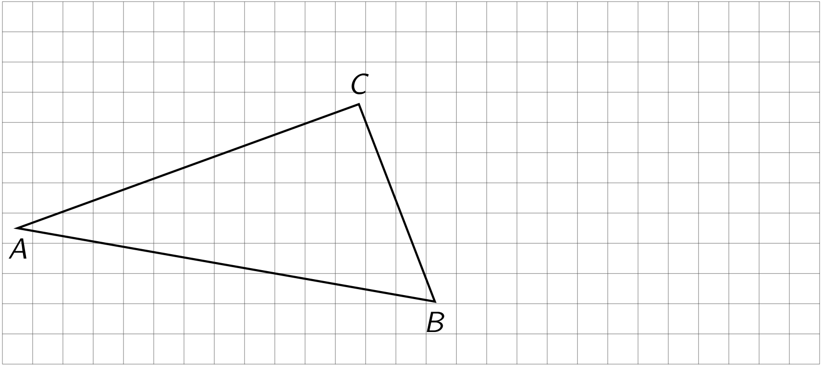
Zähle fünf verschiedene geometrische Eigenschaften einer zentrischen Streckung mit Zentrum Z und Streckungsfaktor $k \neq 0$ auf.

Aufgabe 1.36

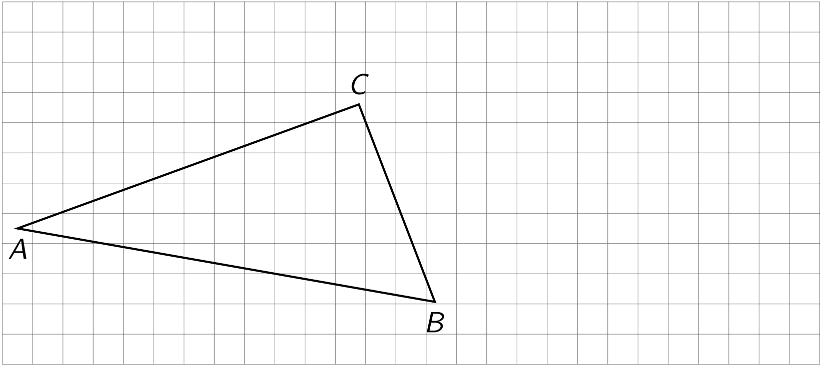
- Jede Gerade g, die durch das Zentrum geht, wird auf sich selbst abgebildet.
- Jede Gerade g, die nicht durch das Zentrum geht, wird auf eine zu g parallele Gerade g' abgebildet.
- Der Umlaufssinn von Bild und Originalfigur ist gleich.
- Entsprechende Winkel in Bild und Originalfigur stimmen überein.
- Entsprechende Längen von Bild- und Originalstrecke stehen im Verhältnis $k : 1$.
- Die Flächeninhalte von Bild- und Originalfigur stehen im Verhältnis $k^2 : 1$.

Aufgabe 1.37

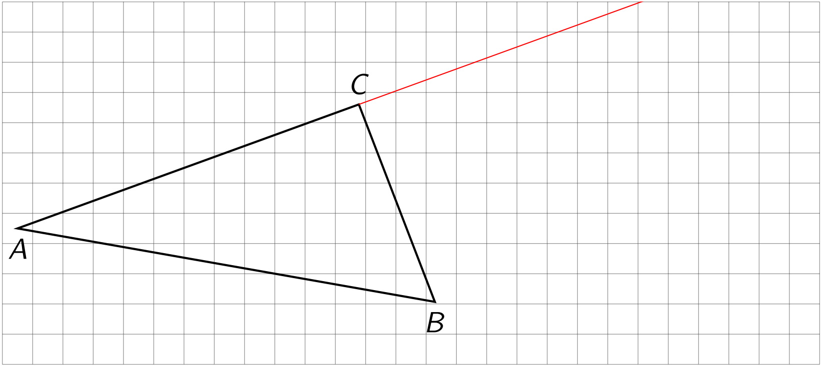
Gegeben ist das Dreieck ABC. Konstruiere den Punkt P, der die Strecke AB von A aus im Verhältnis $CA : CB$ teilt.



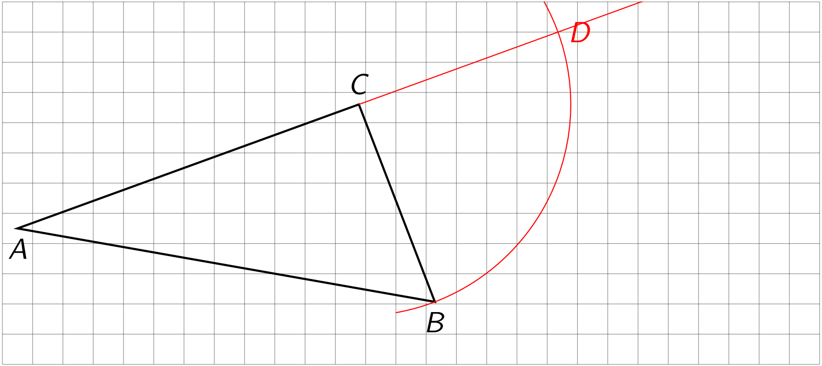
Aufgabe 1.37



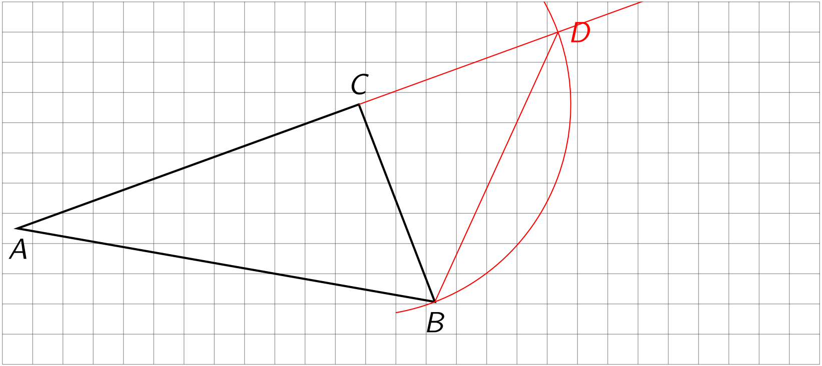
Aufgabe 1.37



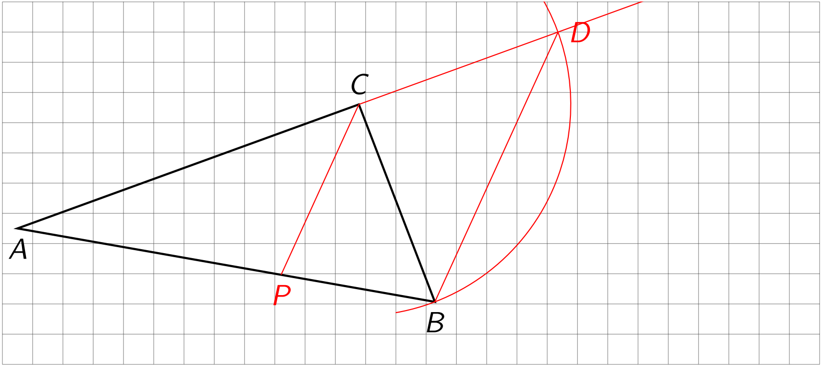
Aufgabe 1.37



Aufgabe 1.37

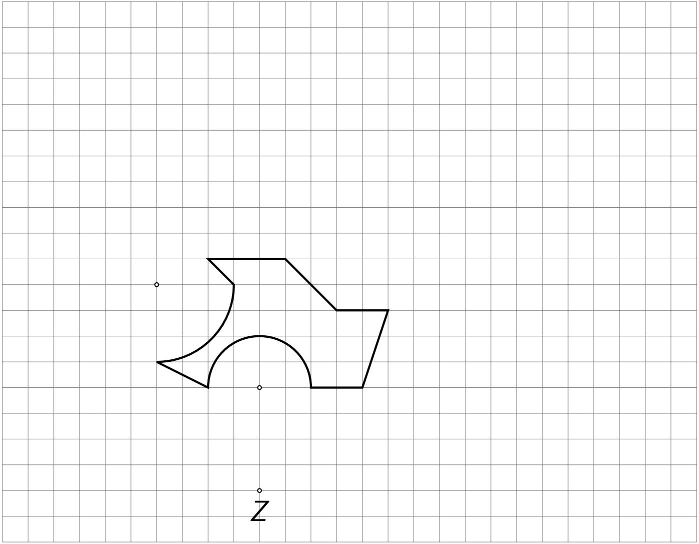


Aufgabe 1.37

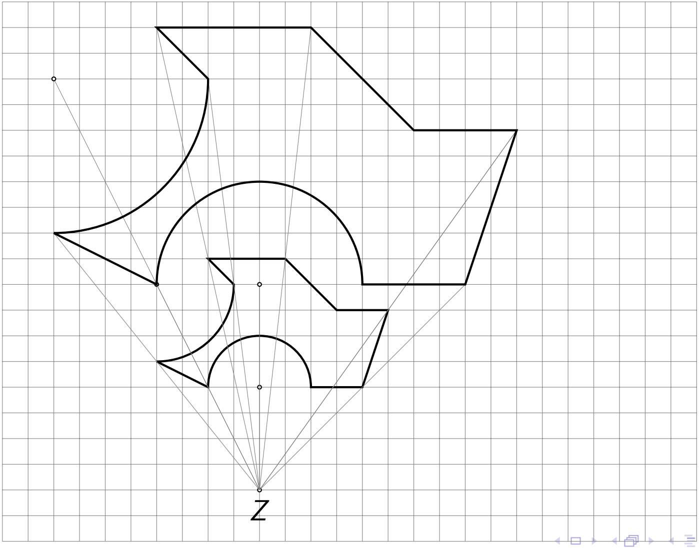


Aufgabe 1.38

Zeichne das Bild der dargestellten Figur bei einer Streckung mit Zentrum Z und Faktor $k = 2$. Die Punkte sind die Zentren der Kreisbögen.


Z

Aufgabe 1.38



Aufgabe 1.39

Ein Dreieck mit der Seitenlänge $c = 6\,\mathrm{cm}$ und der Höhe $h_c = 3\,\mathrm{cm}$ wird durch eine zentrische Streckung auf ein Dreieck mit der Seitenlänge $c' = 18\,\mathrm{cm}$ abgebildet.

Berechne den Streckungsfaktor k der zentrischen Streckung und die Länge von h_c'.

Aufgabe 1.39

Für den Streckungsfaktor k gilt:

$$k \cdot \text{alte Streckenlänge} = \text{neue Streckenlänge}$$

Also ist $k \cdot 6\,\text{cm} = 18\,\text{cm} \quad \Rightarrow \quad k = 3$

Somit muss $h_c' = 3 \cdot 3\,\text{cm} = 9\,\text{cm}$ sein.

Aufgabe 1.40

Ein Kreis mit dem Radius $r = 2.5\,\text{cm}$ und dem Mittelpunkt M wird durch eine zentrische Streckung mit dem Zentrum $Z = M$ und dem Streckungsfaktor $k = 4$ zentrisch gestreckt.

(a) Berechne den Radius und den Flächeninhalt des Bildkreises.

(b) Berechne das Verhältnis der Flächeninhalte von Bild- und Urbildkreis.

Aufgabe 1.40

(a) Der zentrisch gestreckte (Bild-)Kreis hat einen Radius von $r' = 4 \cdot 2.5\,\text{cm} = 10\,\text{cm}$ und einen Flächeninhalt von $A' = \pi \cdot 10^2 = 314.16\,\text{cm}^2$

(b) Die Längen verhalten wie $4 : 1$.
Also verhalten sich die (Kreis-)Flächen wie $4^2 : 1^2 = 16 : 1$

Aufgabe 1.41

Ein Rechteck mit den Seitenlängen $a = 7\,\text{cm}$ und $b = 2\,\text{cm}$ wird durch eine zentrische Streckung auf ein Rechteck abgebildet, welches den Flächeninhalt $A' = 350\,\text{cm}^2$ hat. Berechne den Streckungsfaktor der zentrischen Streckung und die Längen der Seiten a' und b' des Bildrechtecks.

Aufgabe 1.41

Das Urbildrechteck hat einen Flächeninhalt von $A = a \cdot b = 14\,\mathrm{cm}^2$. Das Bildrechteck hat gemäss Aufgabenstellung einen Flächeninhalt von $A' = 350\,\mathrm{cm}^2$.

Da der Flächenstreckungsfaktor das Quadrat des Längenstreckungsfaktors k ist, gilt:

$$k^2 \cdot 14\,\mathrm{cm}^2 = 350\,\mathrm{cm}^2$$

Also ist $k^2 = 350 : 14 = 25$ und somit $k = 5$.

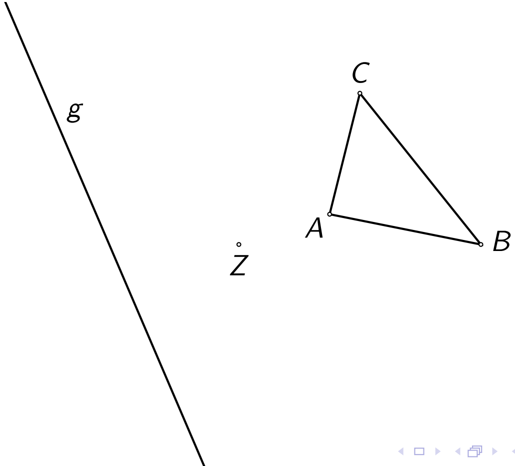
Die Seitenlängen des Bilddrechtecks betragen folglich:

$a' = 5 \cdot 7\,\mathrm{cm} = 35\,\mathrm{cm}$

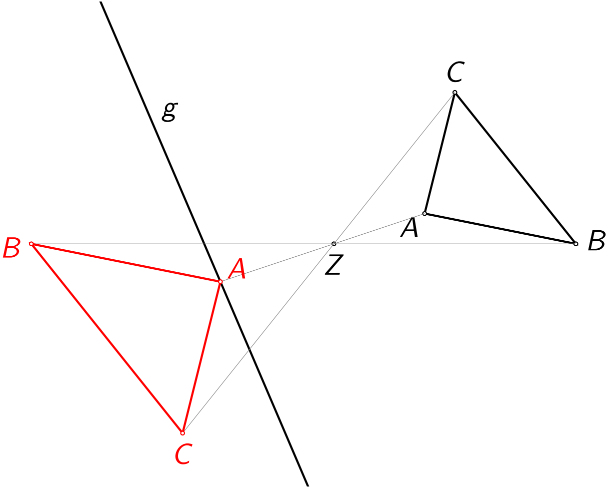
$b' = 5 \cdot 2\,\mathrm{cm} = 10\,\mathrm{cm}$

Aufgabe 1.42

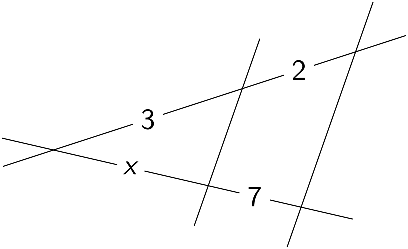
Strecke das Dreieck ABC am Zentrum Z so, dass die Ecke A' des Bilddreiecks $A'B'C'$ auf der Geraden g liegt.



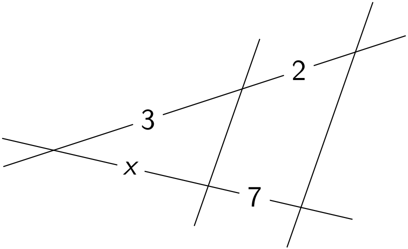
Aufgabe 1.42



Aufgabe 2.1

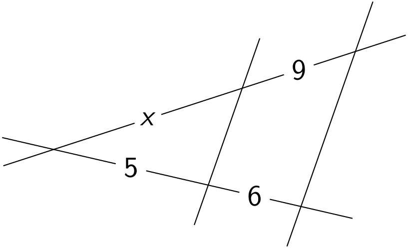


Aufgabe 2.1

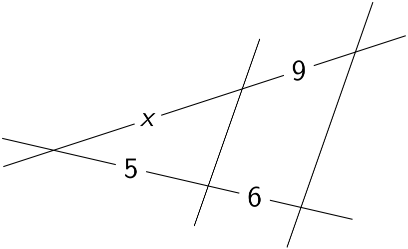


$$3 : 2 = x : 7 \quad \text{(1. Strahlensatz)}$$
$$2x = 21$$
$$x = 10.5$$

Aufgabe 2.2

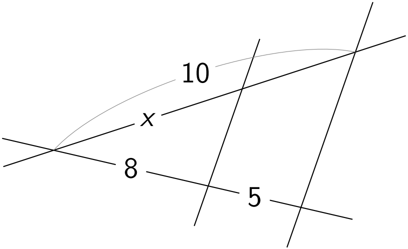


Aufgabe 2.2

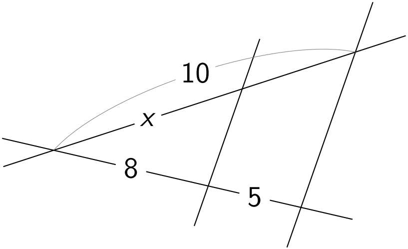


$$x : 9 = 5 : 6 \quad \text{(1. Strahlensatz)}$$
$$6x = 45$$
$$x = 7.5$$

Aufgabe 2.3

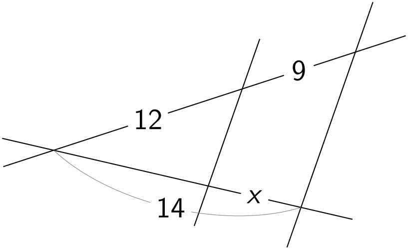


Aufgabe 2.3

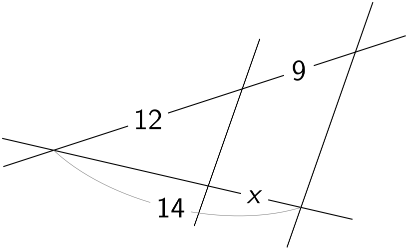


$$x : 10 = 8 : (8+5) \quad \text{(1. Strahlensatz)}$$
$$13x = 80$$
$$x = \frac{80}{13}$$

Aufgabe 2.4

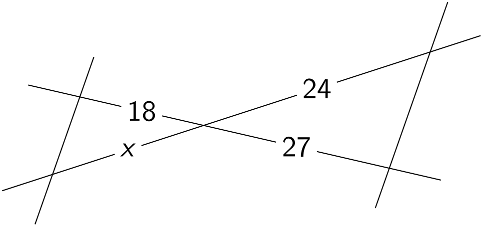


Aufgabe 2.4

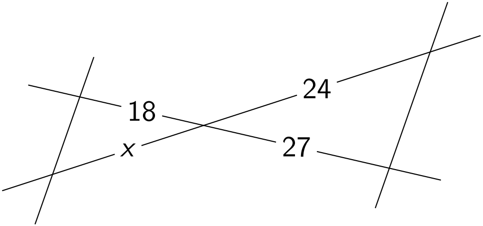


$$
\begin{aligned}
(12+9) : 9 &= 14 : x \quad \text{(1. Strahlensatz)} \\
21x &= 126 \\
x &= 6
\end{aligned}
$$

Aufgabe 2.5

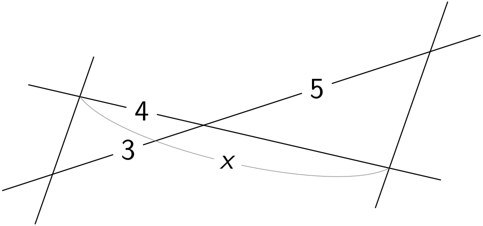


Aufgabe 2.5

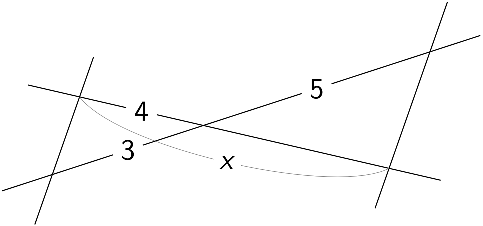


$$x : 24 = 18 : 27 \quad \text{(1. Strahlensatz)}$$
$$27x = 24 \cdot 18$$
$$x = 16$$

Aufgabe 2.6



Aufgabe 2.6

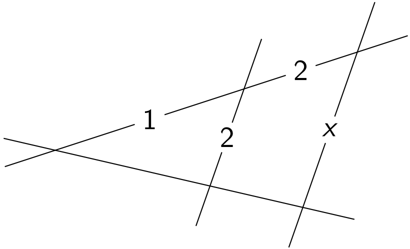


$$4 : x = 3 : (3 + 5) \quad \text{(1. Strahlensatz)}$$

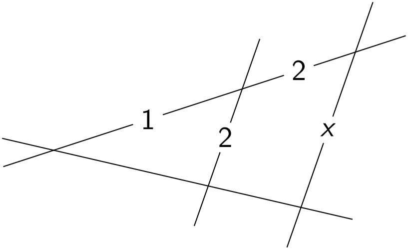
$$3x = 32$$

$$x = \frac{32}{3}$$

Aufgabe 2.7

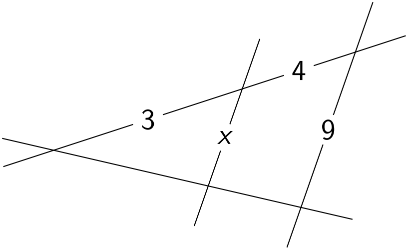


Aufgabe 2.7

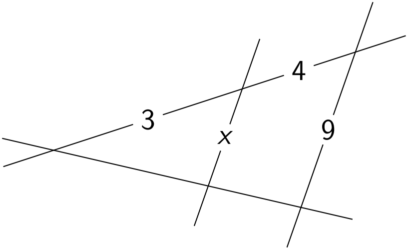


$$1 : 2 = (1 + 2) : x \quad \text{(2. Strahlensatz)}$$
$$x = 6$$

Aufgabe 2.8

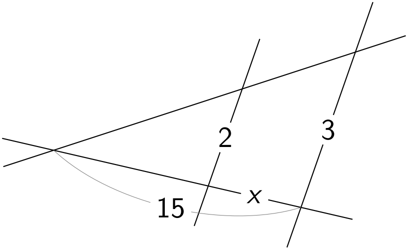


Aufgabe 2.8

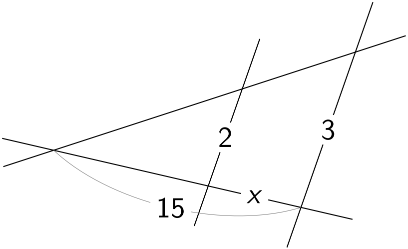


$$3 : x = (3+4) : 9 \quad \text{(2. Strahlensatz)}$$
$$7x = 27$$
$$x = \frac{27}{7}$$

Aufgabe 2.9

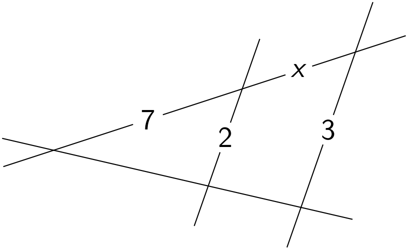


Aufgabe 2.9

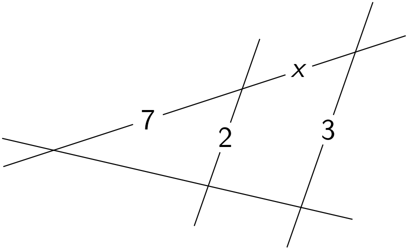


$$
\begin{aligned}
(15 - x) : 2 &= 15 : 3 \quad \text{(2. Strahlensatz)} \\
3(15 - x) &= 30 \\
15 - x &= 10 \\
x &= 5
\end{aligned}
$$

Aufgabe 2.10

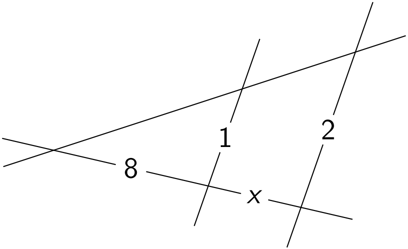


Aufgabe 2.10

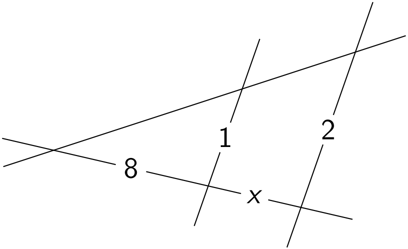


$$
\begin{aligned}
7 : 2 &= (7 + x) : 3 \quad \text{(2. Strahlensatz)} \\
21 &= 2(7 + x) \\
10.5 &= 7 + x \\
x &= 3.5
\end{aligned}
$$

Aufgabe 2.11



Aufgabe 2.11

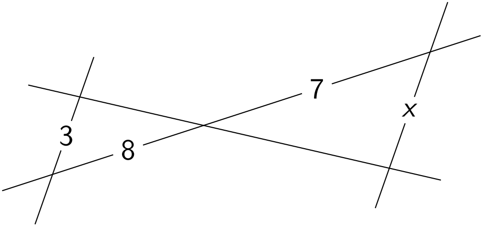


$$8 : 1 = (8 + x) : 2 \quad \text{(2. Strahlensatz)}$$

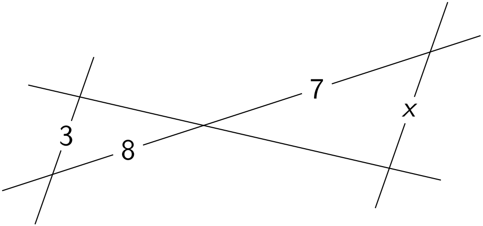
$$8 + x = 16$$

$$x = 8$$

Aufgabe 2.12

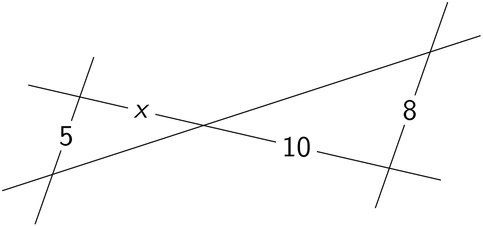


Aufgabe 2.12

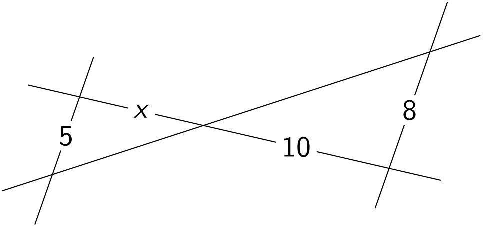


$$8 : 3 = 7 : x \quad \text{(2. Strahlensatz)}$$
$$8x = 21$$
$$x = \frac{21}{8}$$

Aufgabe 2.13



Aufgabe 2.13

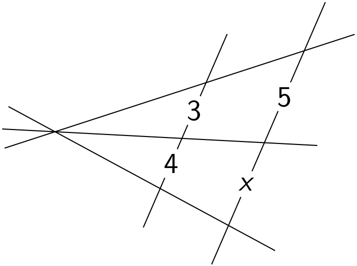


$$x : 5 = 10 : 8 \quad \text{(2. Strahlensatz)}$$

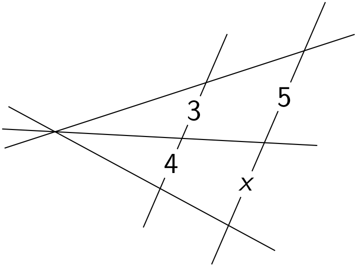
$$8x = 50$$

$$x = \frac{25}{4}$$

Aufgabe 2.14



Aufgabe 2.14

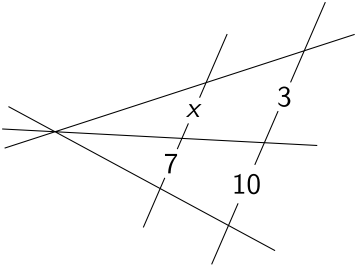


$$3 : 4 = 5 : x \quad \text{(3. Strahlensatz)}$$

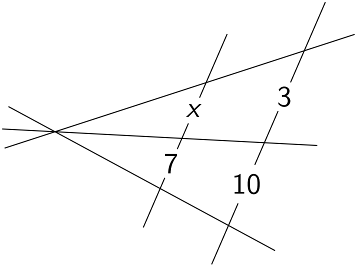
$$3x = 20$$

$$x = \frac{20}{3}$$

Aufgabe 2.15



Aufgabe 2.15

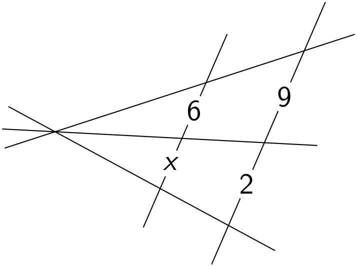


$$x : 7 = 3 : 10 \quad \text{(3. Strahlensatz)}$$

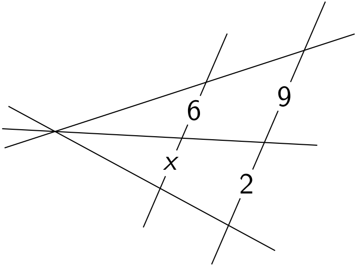
$$10x = 21$$

$$x = 2.1$$

Aufgabe 2.16

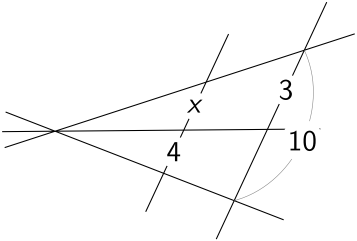


Aufgabe 2.16

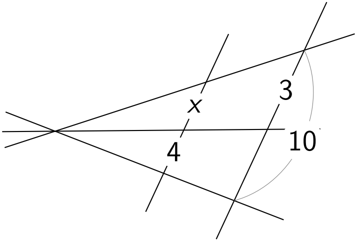


$$6 : x = 9 : 2 \quad \text{(3. Strahlensatz)}$$
$$9x = 12$$
$$x = \frac{4}{3}$$

Aufgabe 2.17



Aufgabe 2.17

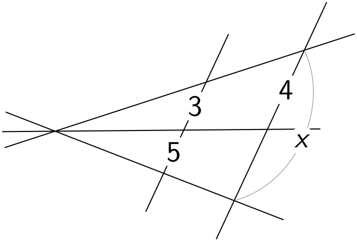


$$x : 4 = 3 : (10 - 3) \quad \text{(3. Strahlensatz)}$$

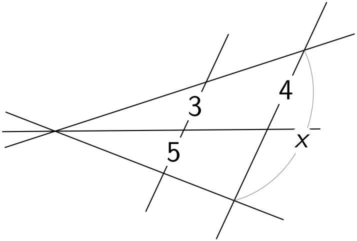
$$7x = 12$$

$$x = \frac{12}{7}$$

Aufgabe 2.18

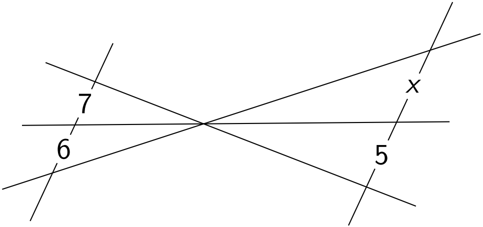


Aufgabe 2.18

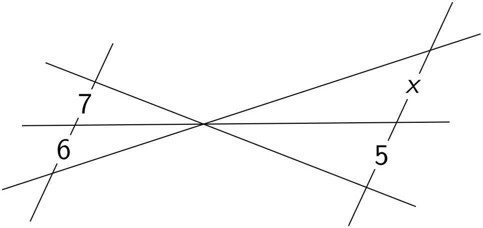


$$3 : (3+5) = 4 : x \quad \text{(3. Strahlensatz)}$$
$$3x = 32$$
$$x = \frac{32}{3}$$

Aufgabe 2.19



Aufgabe 2.19

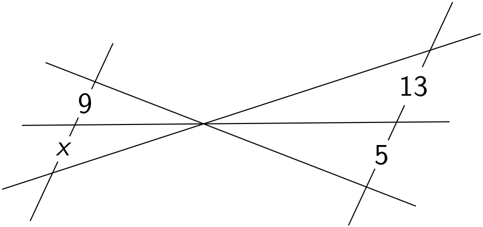


$$7 : 6 = 5 : x \quad \text{(3. Strahlensatz)}$$

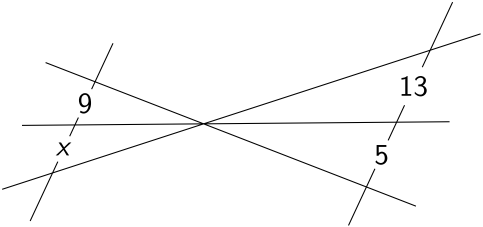
$$7x = 30$$

$$x = \frac{30}{7}$$

Aufgabe 2.20



Aufgabe 2.20

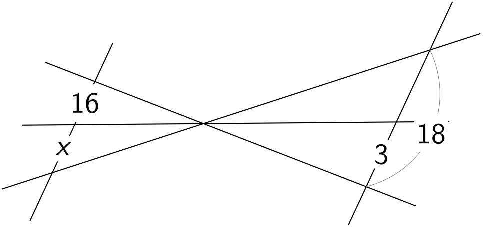


$9 : x = 5 : 13 \quad$ (3. Strahlensatz)

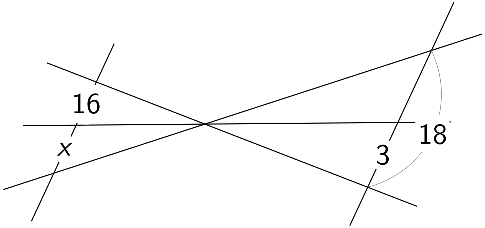
$$5x = 117$$

$$x = \frac{117}{5}$$

Aufgabe 2.21

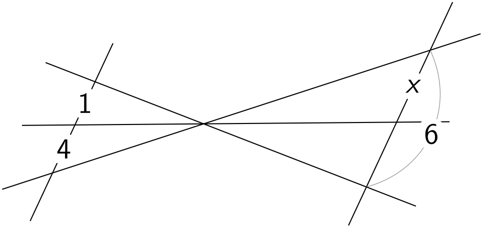


Aufgabe 2.21

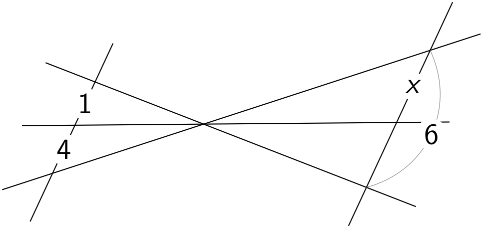


$$x : 16 = (18 - 3) : 3 \quad \text{(3. Strahlensatz)}$$
$$3x = 240$$
$$x = 80$$

Aufgabe 2.22

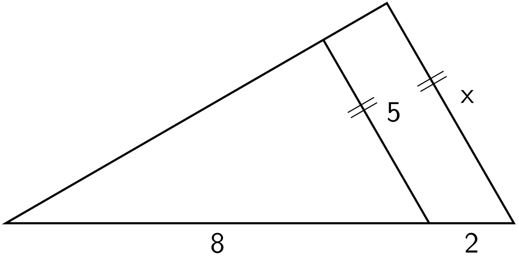


Aufgabe 2.22



$$4 : (4 + 1) = x : 6 \quad \text{(3. Strahlensatz)}$$
$$5x = 24$$
$$x = \frac{24}{5}$$

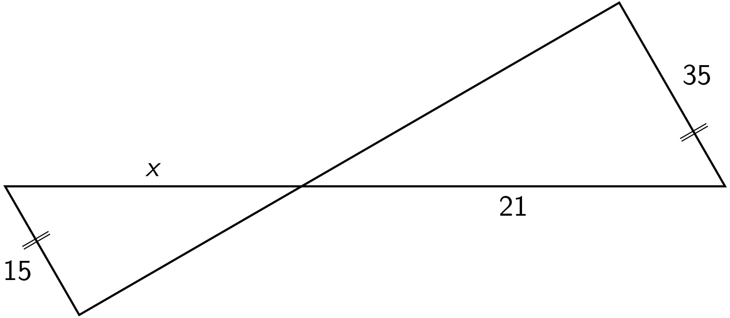
Aufgabe 2.23



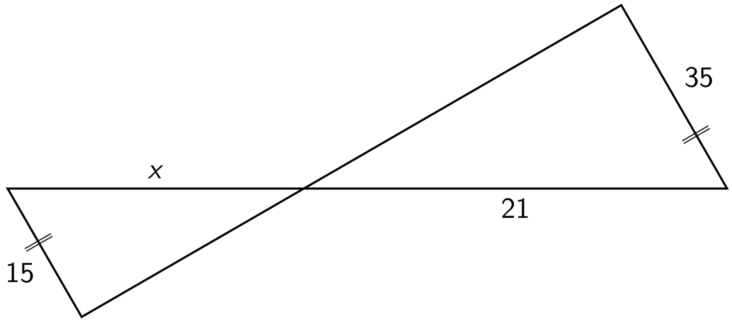
Aufgabe 2.23

$$\begin{aligned}
8 : 5 &= (8+2) : x \\
8x &= 5 \cdot 10 \\
x &= 25/4 = 6.25
\end{aligned}$$

Aufgabe 2.24

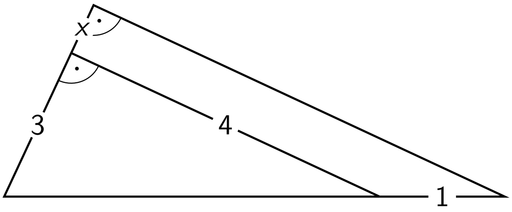


Aufgabe 2.24

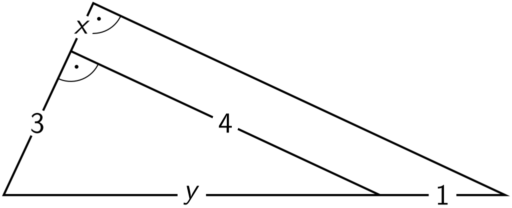


$$x : 21 = 15 : 35$$
$$35x = 21 \cdot 15$$
$$x = 9$$

Aufgabe 2.25

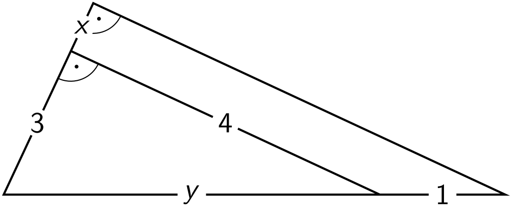


Aufgabe 2.25



Abschnitt y auf der Hypothenuse (Pythagoras):

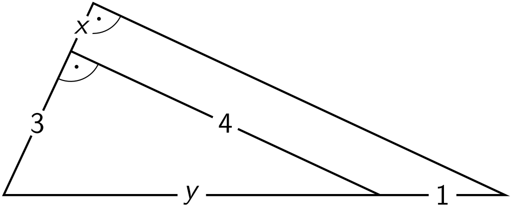
Aufgabe 2.25



Abschnitt y auf der Hypothenuse (Pythagoras):

$$y = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

Aufgabe 2.25

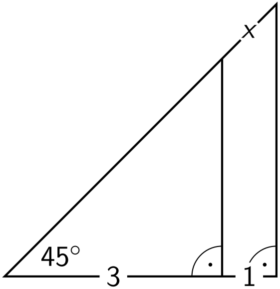


Abschnitt y auf der Hypothenuse (Pythagoras):

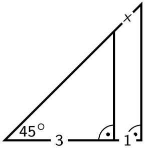
$$y = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

1. Strahlensatz:
$$\begin{aligned} 5 : 1 &= 3 : x \\ 5x &= 3 \\ x &= \tfrac{3}{5} = 0.6 \end{aligned}$$

Aufgabe 2.26

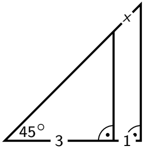


Aufgabe 2.26



Das kleinere „innere“ Dreieck ist gleichschenklig mit den Katheten $a = b = 3$. Also gilt nach dem Satz von Pythagoras:

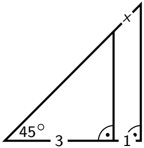
Aufgabe 2.26



Das kleinere „innere“ Dreieck ist gleichschenklig mit den Katheten $a = b = 3$. Also gilt nach dem Satz von Pythagoras:

$$y = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Aufgabe 2.26



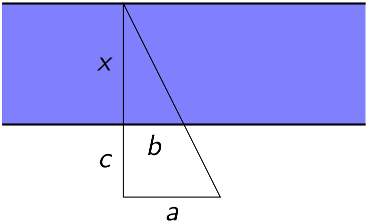
Das kleinere „innere“ Dreieck ist gleichschenklig mit den Katheten $a = b = 3$. Also gilt nach dem Satz von Pythagoras:

$$y = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

1. Strahlensatz:
$$3 : 1 = 3\sqrt{2} : x$$
$$3x = 3\sqrt{2}$$
$$x = \sqrt{2}$$

Aufgabe 2.27

Gesucht ist die Breite x eines Flusses mit folgenden Werten aus der Vermessung: $a = 30\text{m}$, $b = 20\text{m}$, $c = 9\text{m}$.



Aufgabe 2.27

Da die Abschnittslängen auf den Parallenen *und* einer Geraden gegeben sind, benötigt man den zweiten Strahlensatz:

$$
\begin{aligned}
x : b &= (x + c) : a \\
x : 20 &= (x + 9) : 30 \\
30x &= 20x + 180 \\
10x &= 180 \\
x &= 18\,\text{m}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 2.28

Der Schatten einer 1.75 m grossen Person ist 2.80 m lang. Wie hoch ist ein Haus, das zur gleichen Zeit einen Schatten von 20 m wirft?

Aufgabe 2.28

$$\begin{aligned} 1.75 : 2.80 &= h : 20 \\ 2.8h &= 20 \cdot 1.75 \\ h &= 12.5 \end{aligned}$$

Das Haus ist 12.5 Meter hoch.

Aufgabe 2.29

Hält man eine Erbse von 6 mm Durchmesser 70 cm vom Auge entfernt, so verdeckt sie gerade den Vollmond mit dem Durchmesser von 3 476 km. Wie weit ist der Mond zur Zeit der Messung von der Erde entfernt?

Aufgabe 2.29

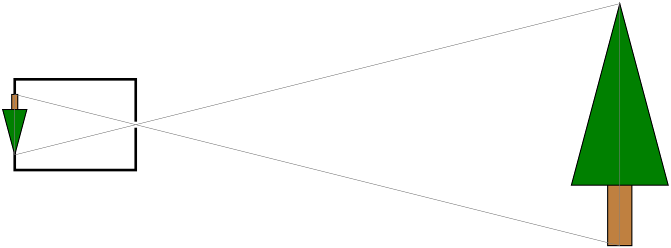
Zuerst jeweils alle Grössen auf einer Seite der Proportion in eine gemeinsame Masseinheit verwandeln.

$$
\begin{aligned}
6\,\text{mm} : 700\,\text{mm} &= 3476\,\text{km} : x\,\text{km} \\
6x &= 2\,433\,200 \\
x &= 405\,533
\end{aligned}
$$

Der Mond ist dann 405 533 km von der Erde entfernt.

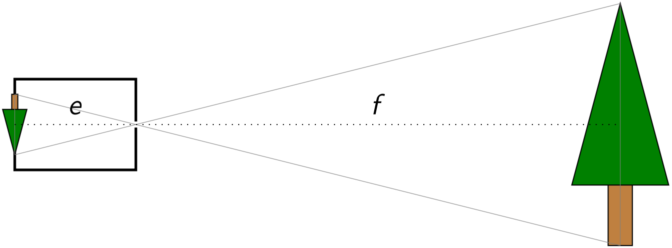
Aufgabe 2.30

Bei einer Lochkamera wirft ein 15 m hoher Baum ein 6 cm hohes Bild auf einen Film, der sich 15 cm von der Öffnung entfernt befindet. Wie weit ist der Baum von der Öffnung der Kamera entfernt?



Aufgabe 2.30

Eine Umwandlung von m in cm ist unnötig, da auf beiden Seiten der Propotion jeweils dieselben Masseinheiten stehen.



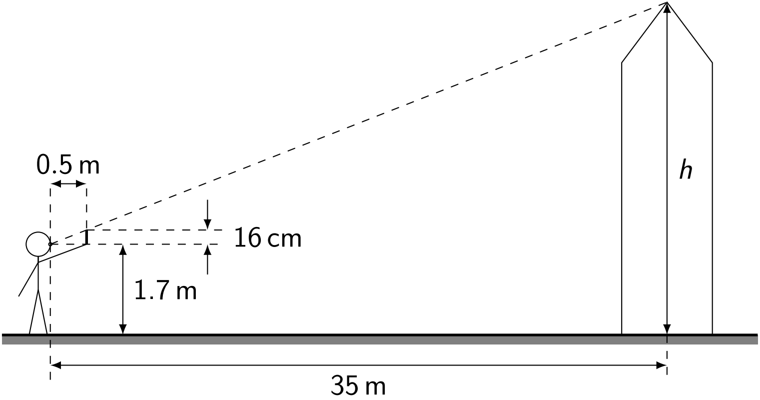
Zweiter Strahlensatz: $f : 15 = 15 : 6$

$$6f = 15 \cdot 15$$
$$f = 37.5$$

Der Baum ist 37.5 m von der Öffnung der Kamera entfernt

Aufgabe 2.31

Berechne die Höhe *h* des Turms.



Aufgabe 2.31

Alle Masseinheiten z. B. in Meter umwandeln.

2. Strahlensatz:

$$\begin{aligned} 0.5 : 0.16 &= 35 : (h - 1.7) \\ 0.5(h - 1.7) &= 0.16 \cdot 35 \\ h - 1.7 &= 0.16 \cdot 70 = 11.2 \\ h &= 12.9 \end{aligned}$$

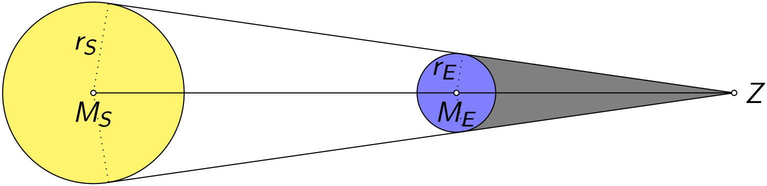
Der Turm ist 12.9 m hoch.

Aufgabe 2.32

Bestimme die Distanz vom Erdmittelpunkt bis zum äussersten Punkt des Erdschattens, der durch die Sonne verursacht wird.

(Erdradius $r_E \approx 6370\,\text{km}$, Sonnenradius $r_S \approx 700\,000\,\text{km}$, Abstand Erde–Sonne $|M_E M_S| \approx 1.5 \cdot 10^8\,\text{km}$)

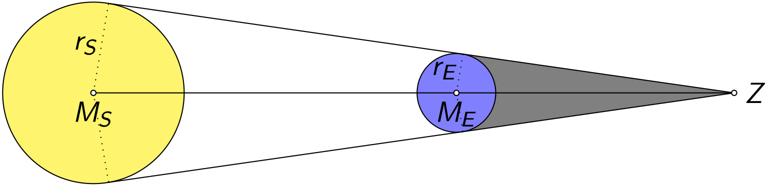
Aufgabe 2.32



2. Strahlensatz: $(x = |ZM_E|)$

$$
\begin{aligned}
x : 3670 &= \left(x + 1.5 \cdot 10^8\right) : 7 \cdot 10^5 \\
7 \cdot 10^5 x &= 6370x + 9.555 \cdot 10^{11} \\
693\,630x &= 9.555 \cdot 10^{11} \\
x &\approx 1\,377\,500
\end{aligned}
$$

Aufgabe 2.32



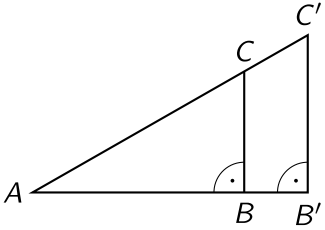
2. Strahlensatz: $(x = |ZM_E|)$

$$
\begin{aligned}
x : 3670 &= \left(x + 1.5 \cdot 10^8\right) : 7 \cdot 10^5 \\
7 \cdot 10^5 x &= 6370x + 9.555 \cdot 10^{11} \\
693\,630x &= 9.555 \cdot 10^{11} \\
x &\approx 1\,377\,500
\end{aligned}
$$

Der Schatten ist 1 377 500 km lang.

Aufgabe 2.33

Es sind $\overline{BC} = 4.8\,\text{cm}$ und $\overline{B'C'} = 7.2\,\text{cm}$. Wie verhalten sich die Flächeninhalte der Dreiecke $AB'C'$ und ABC zueinander?



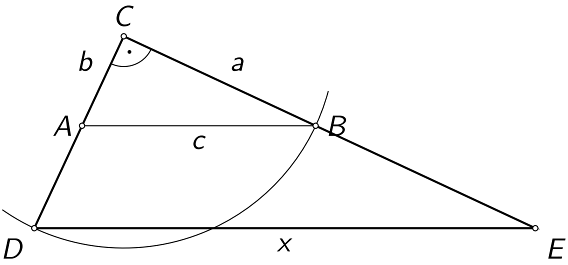
Aufgabe 2.33

2. Strahlensatz: $7.2 : 4.8 = 3 : 2$.

Also verhalten sich die Flächeninhalte wie $9 : 4$.

Aufgabe 2.34

Wie lang ist die zur Hypotenuse c parallele Strecke x, wenn die Kathete $a = 4\,\text{cm}$, die Kathete $b = 3\,\text{cm}$ misst die Strecken CD und CB gleich lang sind?



Aufgabe 2.34

Pythagoras: $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{25} = 5\text{cm}$

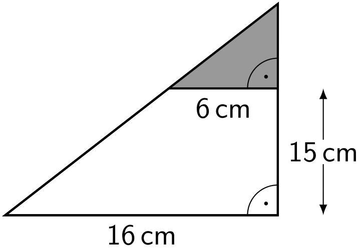
Zweiter Strahlensatz: $b : a = c : x$

$$3 : 4 = 5 : x$$
$$3x = 20$$
$$x = \frac{20}{3}$$

Die Strecke x ist $\frac{20}{3}$ cm lang.

Aufgabe 2.35

Berechne den Inhalt der grau markierten Fläche.



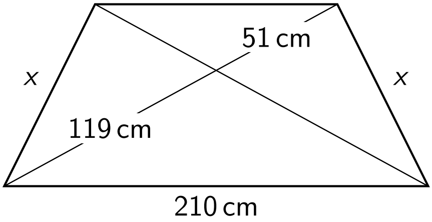
Aufgabe 2.35

$$\begin{aligned} x : (x+15) &= 6 : 16 \\ 16x &= 6(x+15) \\ 16x &= 6x + 90 \\ 10x &= 90 \\ x &= 9\,\text{cm} \end{aligned}$$

$$F = 6 \cdot 9/2 = 27\,\text{cm}^2$$

Aufgabe 2.36

$x = ?$



Aufgabe 2.36

obere Parallele: c

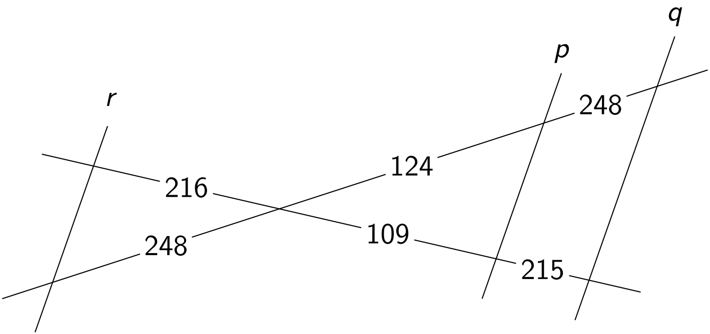
$$
\begin{aligned}
119 : 51 &= 210 : c \\
119 \cdot c &= 210 \cdot 51 \\
c &= 90\,\mathrm{cm}
\end{aligned}
$$

$$h = \sqrt{(119 + 51)^2 - 150^2} = 80\,\mathrm{cm}$$

$$x = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100\,\mathrm{cm}$$

Aufgabe 2.37

Untersuche mit Hilfe der Umkehrung des ersten Strahlensatzes, welche der Geraden p, q und r parallel zueinander sind und welche nicht.



Aufgabe 2.37

- $p \parallel q$?:

Aufgabe 2.37

- $p \parallel q$?:

  $$124 : 248 = 109 : 215 \quad \Rightarrow \quad 26\,660 = 27\,032 \quad \Rightarrow \quad \text{nein}$$

Aufgabe 2.37

- $p \parallel q$?:

  $$124 : 248 = 109 : 215 \quad \Rightarrow \quad 26\,660 = 27\,032 \quad \Rightarrow \quad \text{nein}$$

- $p \parallel r$?:

Aufgabe 2.37

- $p \parallel q$?:

  $$124 : 248 = 109 : 215 \quad \Rightarrow \quad 26\,660 = 27\,032 \quad \Rightarrow \quad \text{nein}$$

- $p \parallel r$?:

  $$124 : 248 = 109 : 216 \quad \Rightarrow \quad 26\,784 = 27\,032 \quad \Rightarrow \quad \text{nein}$$

Aufgabe 2.37

- $p \parallel q$?:

  $124 : 248 = 109 : 215 \quad \Rightarrow \quad 26\,660 = 27\,032 \quad \Rightarrow \quad$ nein

- $p \parallel r$?:

  $124 : 248 = 109 : 216 \quad \Rightarrow \quad 26\,784 = 27\,032 \quad \Rightarrow \quad$ nein

- $q \parallel r$?:

Aufgabe 2.37

- $p \parallel q$?:

  $$124 : 248 = 109 : 215 \quad \Rightarrow \quad 26\,660 = 27\,032 \quad \Rightarrow \quad \text{nein}$$

- $p \parallel r$?:

  $$124 : 248 = 109 : 216 \quad \Rightarrow \quad 26\,784 = 27\,032 \quad \Rightarrow \quad \text{nein}$$

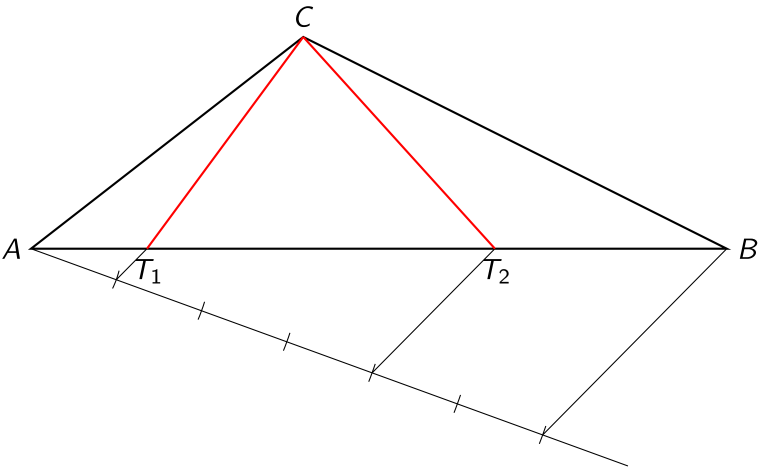
- $q \parallel r$?:

  $$216 : 324 = 248 : 372 \quad \Rightarrow \quad 80\,352 = 80\,352 \quad \Rightarrow \quad \text{ja}$$

Aufgabe 2.38

Das Dreieck ABC soll durch Geraden von C aus in drei Teile zerlegt werden, deren Flächeininhalte sich verhalten wie $1 : 3 : 2$.

Aufgabe 2.38

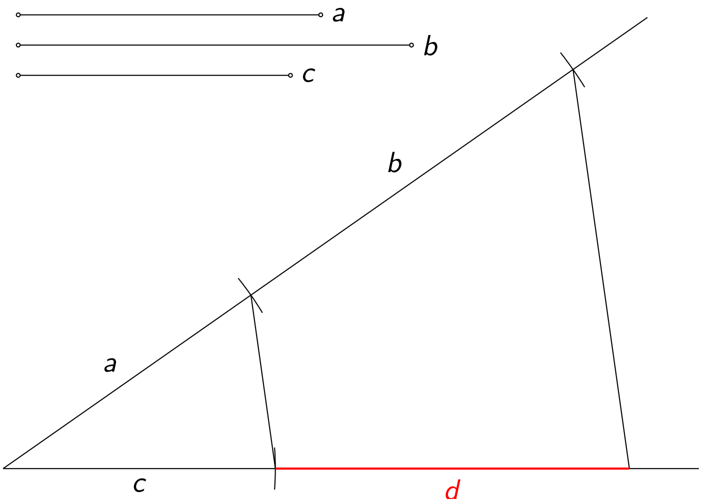


Aufgabe 2.39

Vierte Proportionale: Sind drei Strecken a, b und c gegeben, so lässt sich mit Hilfe der Strahlensätze eine vierte Strecke x so bestimmen, dass die Proportion $a : b = c : x$ gültig ist. x heisst die *vierte Proportionale* der Strecken a, b und c.

Konstruiere die vierte Proportionale der gegebenen Strecken a, b und c.

Aufgabe 2.39



Aufgabe 3.1

Welche der folgenden geometrischen Eigenschaften bleiben durch die jeweilige Kongruenz- bzw. Ähnlichkeitsabbildung erhalten?

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität				
Orientierung				
Längen				
Winkel				

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität				
Orientierung				
Längen				
Winkel				

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja			
Orientierung				
Längen				
Winkel				

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja	ja		
Orientierung				
Längen				
Winkel				

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja	ja	ja	
Orientierung				
Längen				
Winkel				

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja	ja	ja	ja
Orientierung				
Längen				
Winkel				

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja	ja	ja	ja
Orientierung	ja			
Längen				
Winkel				

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja	ja	ja	ja
Orientierung	ja	nein		
Längen				
Winkel				

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja	ja	ja	ja
Orientierung	ja	nein	ja	
Längen				
Winkel				

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja	ja	ja	ja
Orientierung	ja	nein	ja	ja
Längen				
Winkel				

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja	ja	ja	ja
Orientierung	ja	nein	ja	ja
Längen	ja			
Winkel				

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja	ja	ja	ja
Orientierung	ja	nein	ja	ja
Längen	ja	ja		
Winkel				

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja	ja	ja	ja
Orientierung	ja	nein	ja	ja
Längen	ja	ja	ja	
Winkel				

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja	ja	ja	ja
Orientierung	ja	nein	ja	ja
Längen	ja	ja	ja	nein
Winkel				

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja	ja	ja	ja
Orientierung	ja	nein	ja	ja
Längen	ja	ja	ja	nein
Winkel	ja			

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja	ja	ja	ja
Orientierung	ja	nein	ja	ja
Längen	ja	ja	ja	nein
Winkel	ja	ja		

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja	ja	ja	ja
Orientierung	ja	nein	ja	ja
Längen	ja	ja	ja	nein
Winkel	ja	ja	ja	

Aufgabe 3.1

	$T_{\vec{v}}$	A_g	$R_{Z,\varphi}$	$S_{Z,k}$
Parallelität	ja	ja	ja	ja
Orientierung	ja	nein	ja	ja
Längen	ja	ja	ja	nein
Winkel	ja	ja	ja	ja

Aufgabe 3.2

Die Seiten eines Vierecks $ABCD$ messen $a = 3\,\text{cm}$, $b = 5\,\text{cm}$, $c = 6\,\text{cm}$ und $d = 8\,\text{cm}$. Der Umfang eines ähnlichen Vierecks beträgt $33\,\text{cm}$. Wie lang sind die Seiten des ähnlichen Vierecks?

Aufgabe 3.2

$$u = a + b + c + d = 3 + 5 + 6 + 8 = 22\,\text{cm}$$

$$u' = 33\,\text{cm}$$

Streckungsfaktor: $k \cdot u = u' \quad \Rightarrow \quad k = u'/u = 33/22 = 3/2$

$$a' = \tfrac{3}{2} \cdot 3\,\text{cm} = 4.5\,\text{cm}$$

$$b' = \tfrac{3}{2} \cdot 5\,\text{cm} = 7.5\,\text{cm}$$

$$c' = \tfrac{3}{2} \cdot 6\,\text{cm} = 9\,\text{cm}$$

$$d' = \tfrac{3}{2} \cdot 8\,\text{cm} = 12\,\text{cm}$$

Aufgabe 3.3

Sind die Dreiecke ABC und $A'B'C'$ ähnlich?

(a) $a = 15\,\text{cm},\ b = 18\,\text{cm},\ c = 12\,\text{cm}$
$a' = 20\,\text{cm},\ b' = 24\,\text{cm},\ c' = 16\,\text{cm}$

(b) $\alpha = 57°,\ \beta = 42°$
$\beta' = 42°,\ \gamma' = 81°$

(c) $b = 12\,\text{m},\ \alpha = 30°,\ c = 10\,\text{m}$
$b' = 10\,\text{m},\ \alpha' = 30°,\ c' = 8\,\text{m}$

(d) $b = 10\,\text{cm},\ \gamma = 40°,\ c = 8\,\text{cm}$
$b' = 12\,\text{cm},\ \gamma' = 40°,\ c' = 9.6\,\text{cm}$

(e) $b = 10\,\text{cm},\ \beta = 50°,\ c = 8\,\text{cm}$
$b' = 12\,\text{cm},\ \beta' = 50°,\ c' = 9.6\,\text{cm}$

Aufgabe 3.3

(a) $a = 15\,\text{cm},\ b = 18\,\text{cm},\ c = 12\,\text{cm}$
$a' = 20\,\text{cm},\ b' = 24\,\text{cm},\ c' = 16\,\text{cm}$

Aufgabe 3.3

(a) $a = 15\,\text{cm},\ b = 18\,\text{cm},\ c = 12\,\text{cm}$
$a' = 20\,\text{cm},\ b' = 24\,\text{cm},\ c' = 16\,\text{cm}$

Ja, das Verhältnis entsprechender Seiten beträgt immer $\frac{4}{3}$.

Aufgabe 3.3

(a) $a = 15\,\text{cm},\ b = 18\,\text{cm},\ c = 12\,\text{cm}$
$a' = 20\,\text{cm},\ b' = 24\,\text{cm},\ c' = 16\,\text{cm}$

Ja, das Verhältnis entsprechender Seiten beträgt immer $\frac{4}{3}$.

(b) $\alpha = 57^\circ$, $\beta = 42^\circ$
$\beta' = 42^\circ$, $\gamma' = 81^\circ$

Aufgabe 3.3

(a) $a = 15\,\text{cm},\ b = 18\,\text{cm},\ c = 12\,\text{cm}$
$a' = 20\,\text{cm},\ b' = 24\,\text{cm},\ c' = 16\,\text{cm}$

Ja, das Verhältnis entsprechender Seiten beträgt immer $\frac{4}{3}$.

(b) $\alpha = 57^\circ$, $\beta = 42^\circ$
$\beta' = 42^\circ$, $\gamma' = 81^\circ$

Ja, denn die Dreiecke stimmen in zwei Winkeln überein.

Aufgabe 3.3

(a) $a = 15\,\text{cm},\ b = 18\,\text{cm},\ c = 12\,\text{cm}$
$a' = 20\,\text{cm},\ b' = 24\,\text{cm},\ c' = 16\,\text{cm}$

Ja, das Verhältnis entsprechender Seiten beträgt immer $\frac{4}{3}$.

(b) $\alpha = 57^\circ$, $\beta = 42^\circ$
$\beta' = 42^\circ$, $\gamma' = 81^\circ$

Ja, denn die Dreiecke stimmen in zwei Winkeln überein.

(c) $b = 12\,\text{m},\ \alpha = 30^\circ,\ c = 10\,\text{m}$
$b' = 10\,\text{m},\ \alpha' = 30^\circ,\ c' = 8\,\text{m}$

Aufgabe 3.3

(a) $a = 15\,\text{cm},\ b = 18\,\text{cm},\ c = 12\,\text{cm}$
$a' = 20\,\text{cm},\ b' = 24\,\text{cm},\ c' = 16\,\text{cm}$

Ja, das Verhältnis entsprechender Seiten beträgt immer $\frac{4}{3}$.

(b) $\alpha = 57°,\ \beta = 42°$
$\beta' = 42°,\ \gamma' = 81°$

Ja, denn die Dreiecke stimmen in zwei Winkeln überein.

(c) $b = 12\,\text{m},\ \alpha = 30°,\ c = 10\,\text{m}$
$b' = 10\,\text{m},\ \alpha' = 30°,\ c' = 8\,\text{m}$

Nein, denn die Dreiecke stimmen nicht im Verhältnis entsprechender Seiten überein.

(d) $b = 10\,\mathrm{cm},\ \gamma = 40^\circ,\ c = 8\,\mathrm{cm}$
$b' = 12\,\mathrm{cm},\ \gamma' = 40^\circ,\ c' = 9.6\,\mathrm{cm}$

(d) $b = 10\,\text{cm},\ \gamma = 40^\circ,\ c = 8\,\text{cm}$
$b' = 12\,\text{cm},\ \gamma' = 40^\circ,\ c' = 9.6\,\text{cm}$

Nein, denn obwohl die Dreiecke im Verhältnis entsprechender Seiten übereinstimmen, ist der der kürzeren Seite (c) gegenüberliegende Winkel γ gegeben. Das ähnliche Dreieck ist daher nicht eindeutig bestimmt.

(d) $b = 10\,\text{cm},\ \gamma = 40^\circ,\ c = 8\,\text{cm}$
$b' = 12\,\text{cm},\ \gamma' = 40^\circ,\ c' = 9.6\,\text{cm}$

Nein, denn obwohl die Dreiecke im Verhältnis entsprechender Seiten übereinstimmen, ist der der kürzeren Seite (c) gegenüberliegende Winkel γ gegeben. Das ähnliche Dreieck ist daher nicht eindeutig bestimmt.

(e) $b = 10\,\text{cm},\ \beta = 50^\circ,\ c = 8\,\text{cm}$
$b' = 12\,\text{cm},\ \beta' = 50^\circ,\ c' = 9.6\,\text{cm}$

(d) $b = 10\,\text{cm},\ \gamma = 40^\circ,\ c = 8\,\text{cm}$
$b' = 12\,\text{cm},\ \gamma' = 40^\circ,\ c' = 9.6\,\text{cm}$

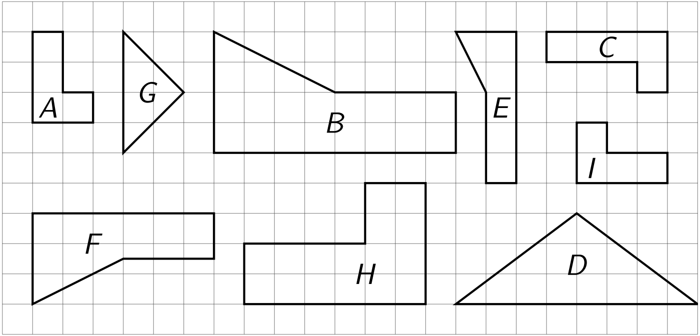
Nein, denn obwohl die Dreiecke im Verhältnis entsprechender Seiten übereinstimmen, ist der der kürzeren Seite (c) gegenüberliegende Winkel γ gegeben. Das ähnliche Dreieck ist daher nicht eindeutig bestimmt.

(e) $b = 10\,\text{cm},\ \beta = 50^\circ,\ c = 8\,\text{cm}$
$b' = 12\,\text{cm},\ \beta' = 50^\circ,\ c' = 9.6\,\text{cm}$

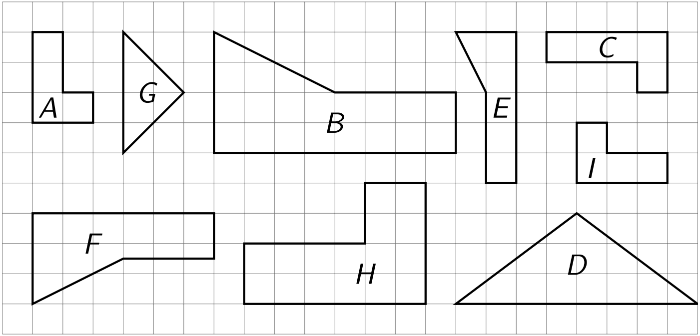
Ja, denn die Dreiecke stimmen im Verhältnis entsprechender Seiten überein *und* der der längeren Seite (b) gegenüberliegende Winkel β ist gegeben.

Aufgabe 3.4

Welche Figuren sind ähnlich?



Aufgabe 3.4



$A \cong I \sim H$ sowie $B \sim F$

Aufgabe 3.5

In einem rechtwinkligen Dreieck misst die Höhe $h = 24\,\mathrm{cm}$, und der Hypotenusenabschnitt $q = 40\,\mathrm{cm}$. Wie lang ist die Hypotenuse c?

Aufgabe 3.5

Höhensatz: $h^2 = p \cdot q$

Aufgabe 3.5

$$\begin{aligned} \text{Höhensatz:} \quad h^2 &= p \cdot q \\ 24^2 &= p \cdot 40 \end{aligned}$$

Aufgabe 3.5

Höhensatz:
$$\begin{aligned} h^2 &= p \cdot q \\ 24^2 &= p \cdot 40 \\ 576 &= 40p \end{aligned}$$

Aufgabe 3.5

Höhensatz:
$$\begin{aligned} h^2 &= p \cdot q \\ 24^2 &= p \cdot 40 \\ 576 &= 40p \\ p &= 14.4\,\text{cm} \end{aligned}$$

Aufgabe 3.5

$$\begin{aligned}\text{Höhensatz:}\quad h^2 &= p \cdot q\\ 24^2 &= p \cdot 40\\ 576 &= 40p\\ p &= 14.4\,\text{cm}\end{aligned}$$

$$c = q + p = 54.4\,\text{cm}$$

Aufgabe 3.6

Die Kathete b eines rechtwinkligen Dreiecks misst 65 cm, der Hypotenusenabschnitt $q = 25\,\text{cm}$. Berechne die Länge der Kathete a.

Aufgabe 3.6

Satz des Euklid:

$$\begin{aligned} b^2 &= c \cdot q \\ 65 \cdot 65 &= c \cdot 25 = c \cdot 5 \cdot 5 \\ 13 \cdot 13 &= c \\ c &= 169\,\text{cm} \end{aligned}$$

Aufgabe 3.6

Satz des Euklid:

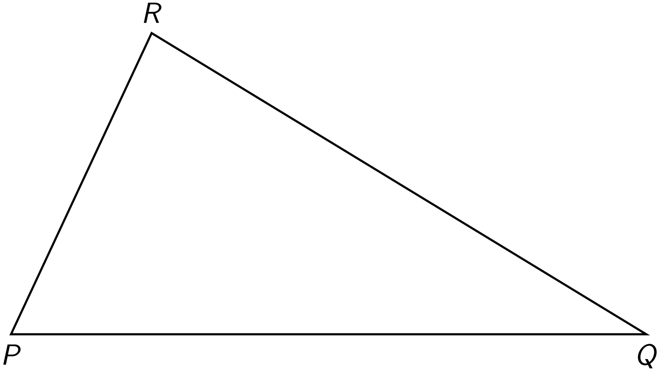
$$\begin{aligned} b^2 &= c \cdot q \\ 65 \cdot 65 &= c \cdot 25 = c \cdot 5 \cdot 5 \\ 13 \cdot 13 &= c \\ c &= 169\,\mathrm{cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{169^2 - 65^2} = \sqrt{169 \cdot 169 - 169 \cdot 25} \\ &= \sqrt{169(169 - 25)} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{144} = 13 \cdot 12 = 156\,\mathrm{cm} \end{aligned}$$

Aufgabe 3.7

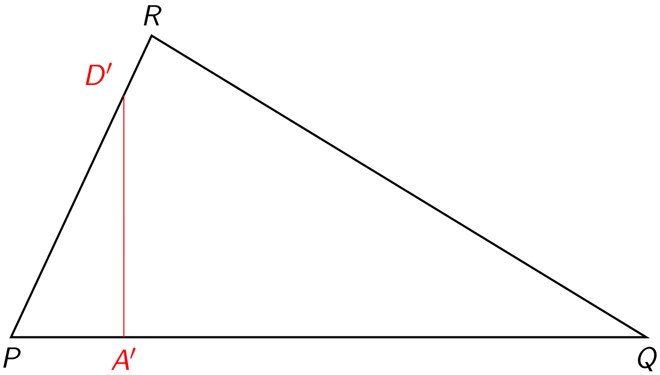
Schreibe in das Dreieck PQR ein Rechteck $ABCD$ ein, das doppelt so lang wie breit ist und von dem zwei Ecken auf PQ liegen.

Aufgabe 3.7



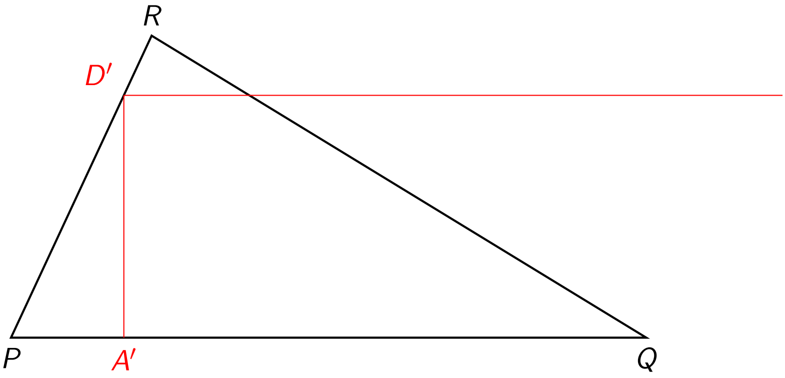
Es gibt eine zweite Lösung: Das Rechteck könnte doppelt so hoch wie breit sein anstatt doppelt so breit wie hoch sein.

Aufgabe 3.7



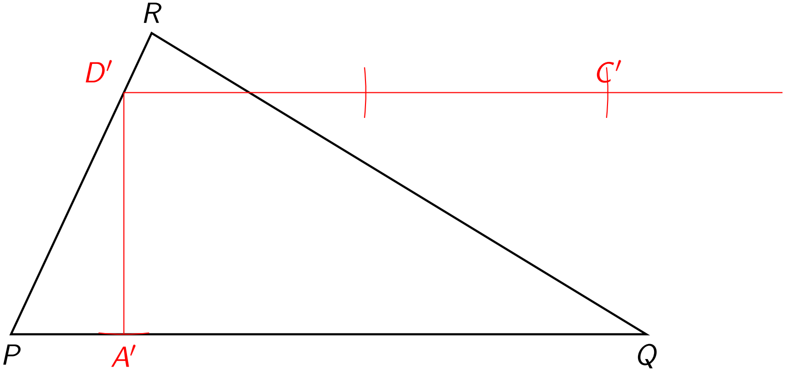
Es gibt eine zweite Lösung: Das Rechteck könnte doppelt so hoch wie breit sein anstatt doppelt so breit wie hoch sein.

Aufgabe 3.7



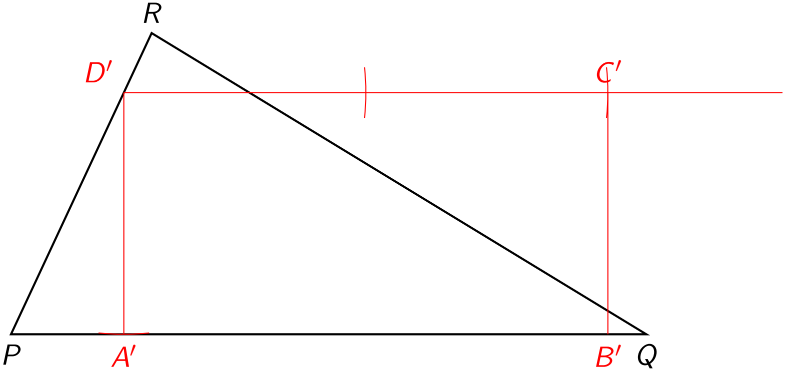
Es gibt eine zweite Lösung: Das Rechteck könnte doppelt so hoch wie breit sein anstatt doppelt so breit wie hoch sein.

Aufgabe 3.7



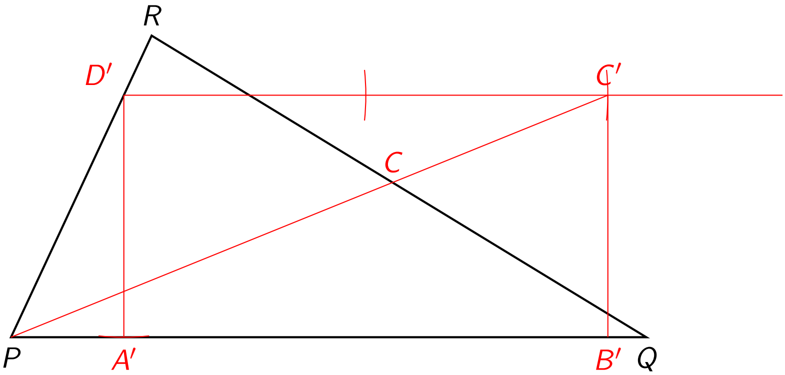
Es gibt eine zweite Lösung: Das Rechteck könnte doppelt so hoch wie breit sein anstatt doppelt so breit wie hoch sein.

Aufgabe 3.7



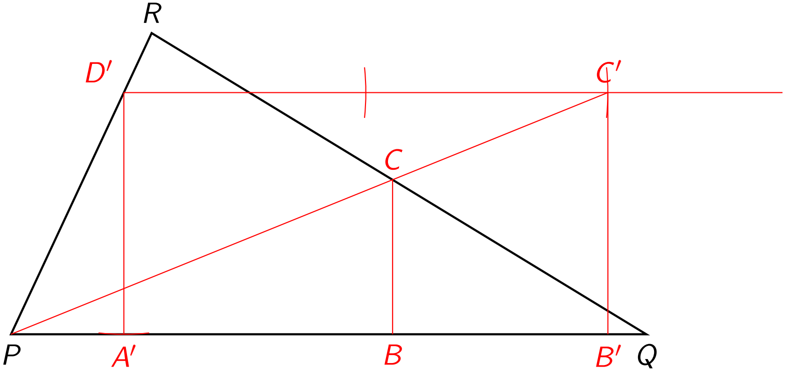
Es gibt eine zweite Lösung: Das Rechteck könnte doppelt so hoch wie breit sein anstatt doppelt so breit wie hoch sein.

Aufgabe 3.7



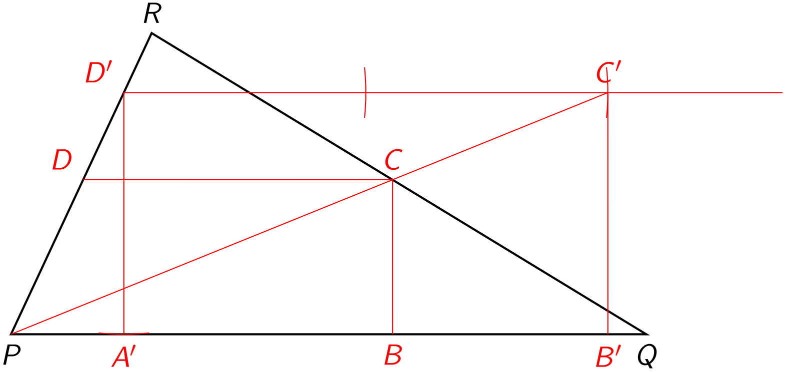
Es gibt eine zweite Lösung: Das Rechteck könnte doppelt so hoch wie breit sein anstatt doppelt so breit wie hoch sein.

Aufgabe 3.7



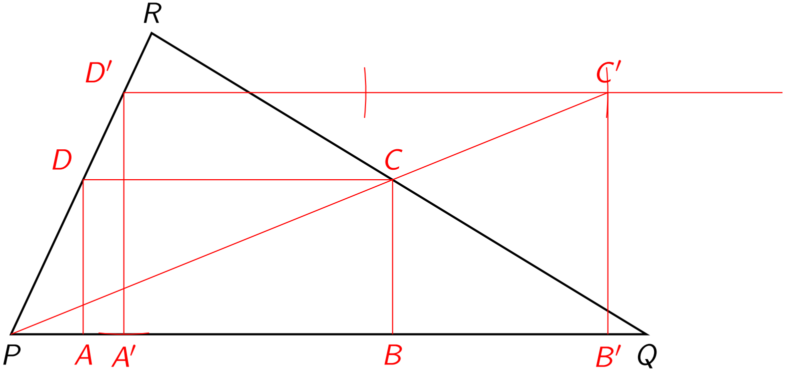
Es gibt eine zweite Lösung: Das Rechteck könnte doppelt so hoch wie breit sein anstatt doppelt so breit wie hoch sein.

Aufgabe 3.7



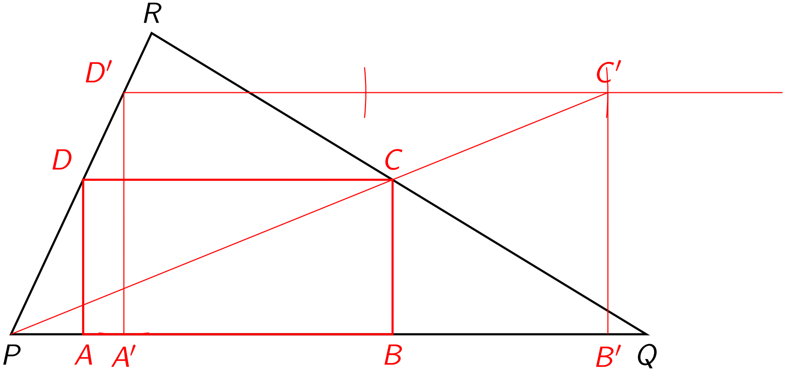
Es gibt eine zweite Lösung: Das Rechteck könnte doppelt so hoch wie breit sein anstatt doppelt so breit wie hoch sein.

Aufgabe 3.7



Es gibt eine zweite Lösung: Das Rechteck könnte doppelt so hoch wie breit sein anstatt doppelt so breit wie hoch sein.

Aufgabe 3.7

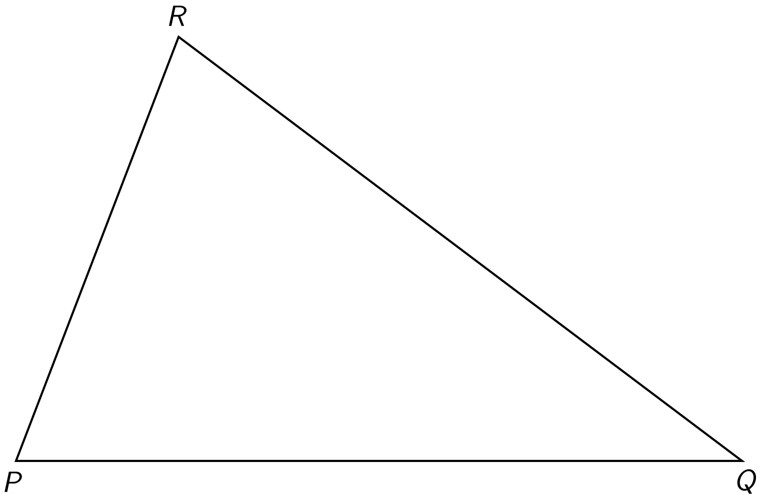


Es gibt eine zweite Lösung: Das Rechteck könnte doppelt so hoch wie breit sein anstatt doppelt so breit wie hoch sein.

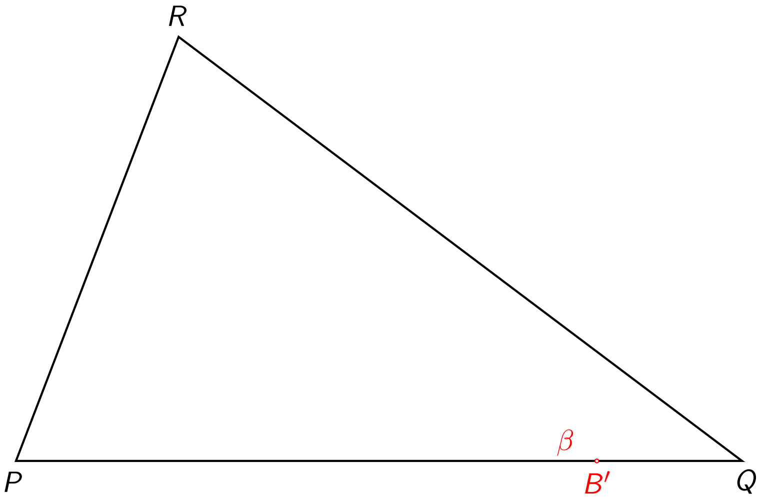
Aufgabe 3.8

Schreibe in das Dreieck PQR einen Rhombus $ABCD$ mit $\beta = 60^\circ$ ein, so dass zwei Ecken auf der Seite PQ liegen.

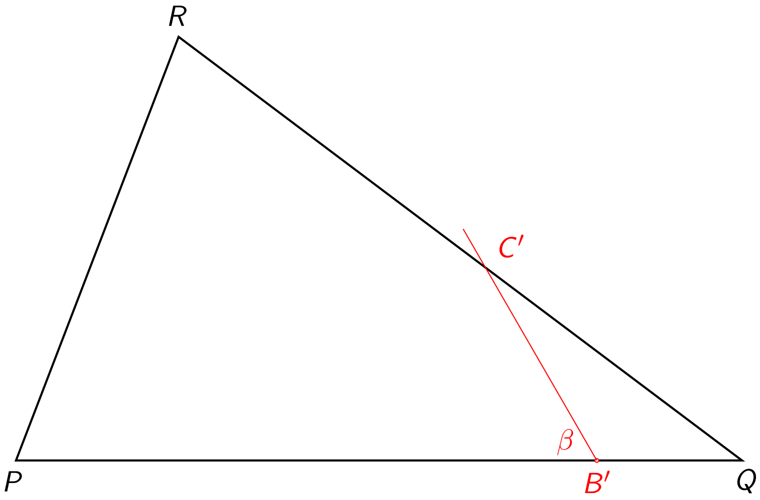
Aufgabe 3.8



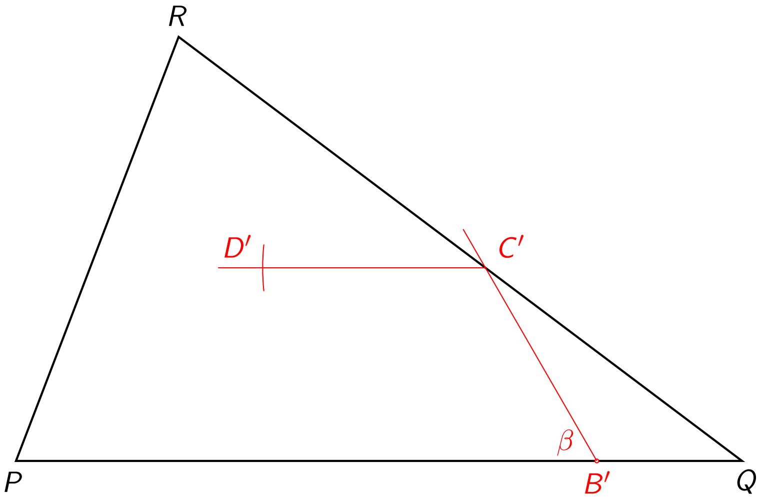
Aufgabe 3.8



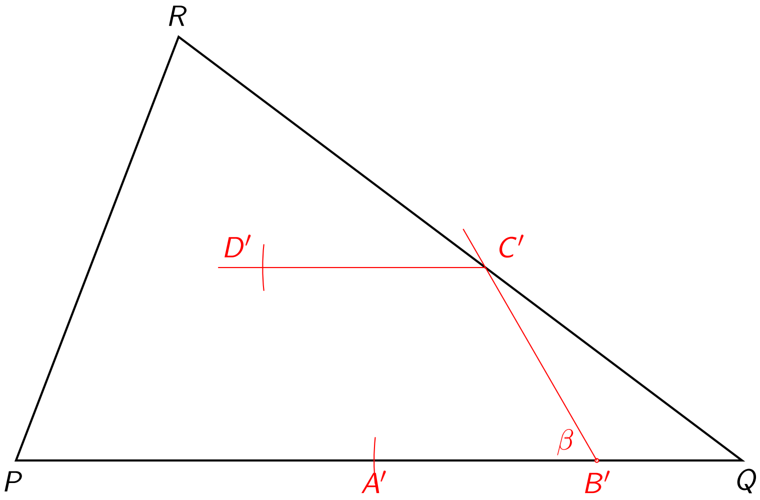
Aufgabe 3.8



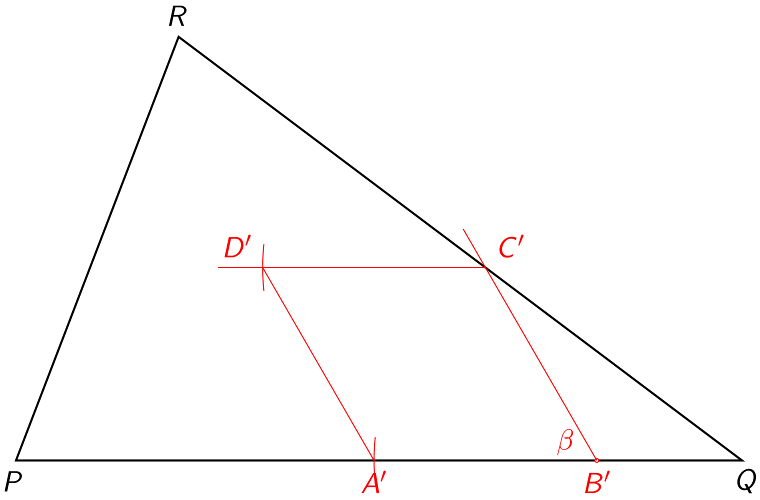
Aufgabe 3.8



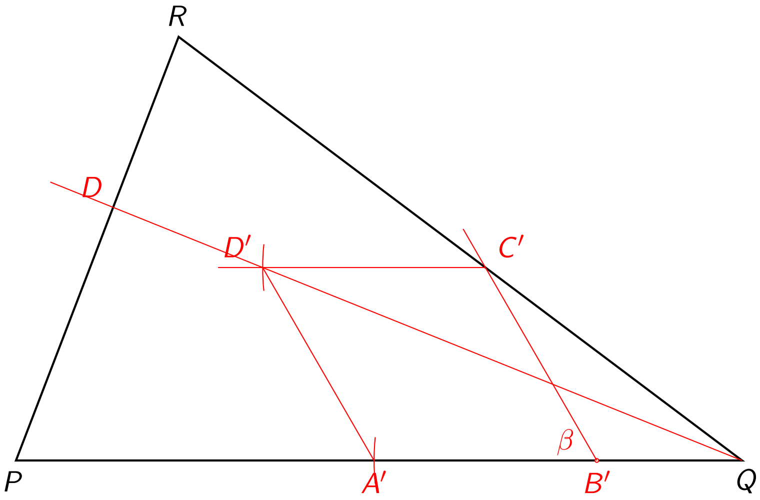
Aufgabe 3.8



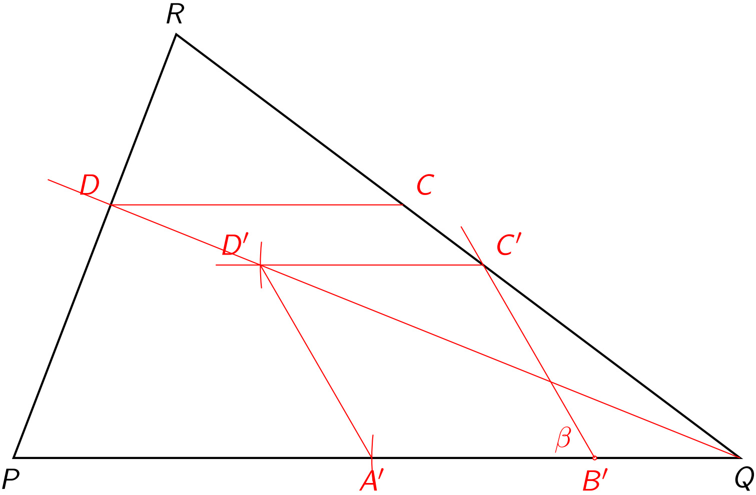
Aufgabe 3.8



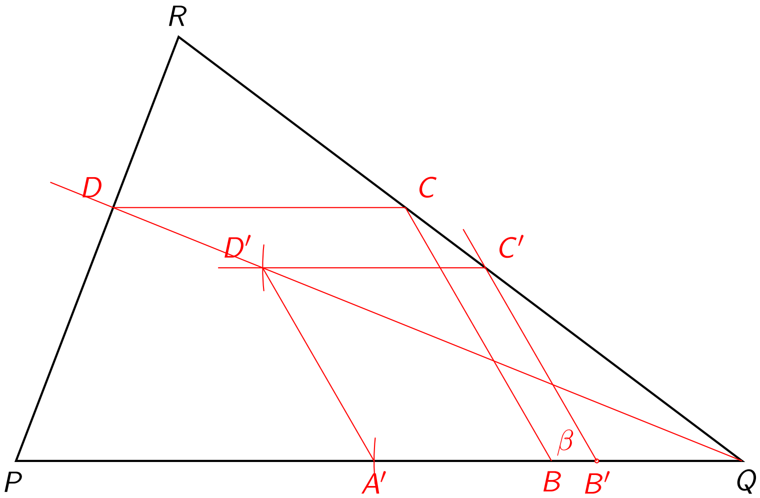
Aufgabe 3.8



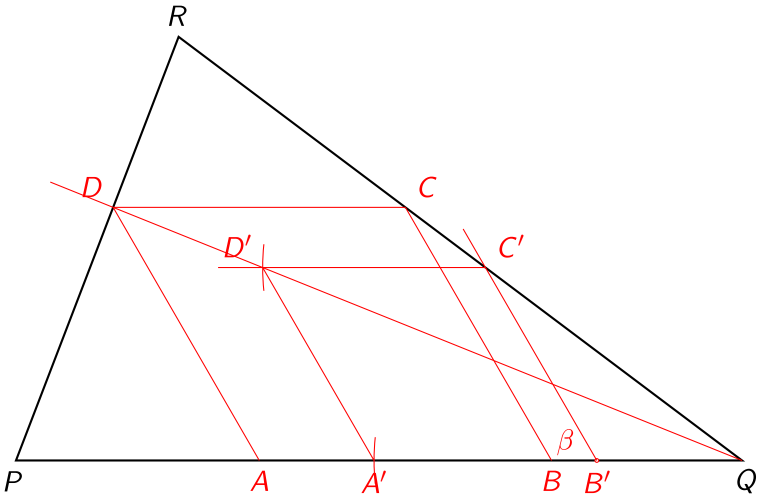
Aufgabe 3.8



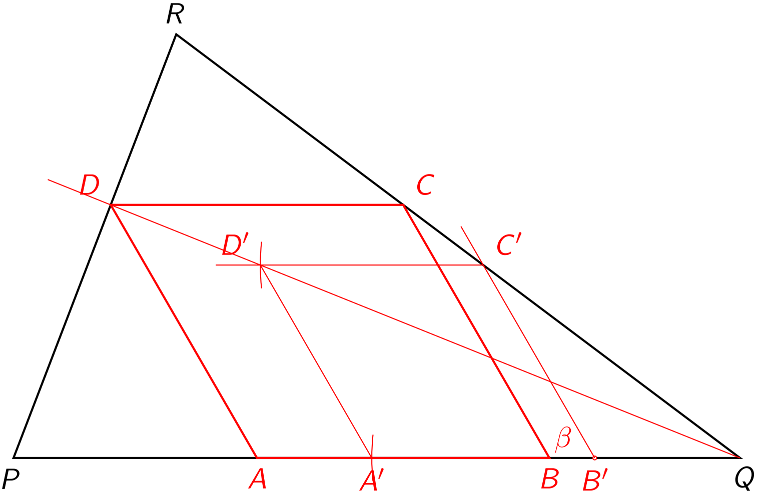
Aufgabe 3.8



Aufgabe 3.8



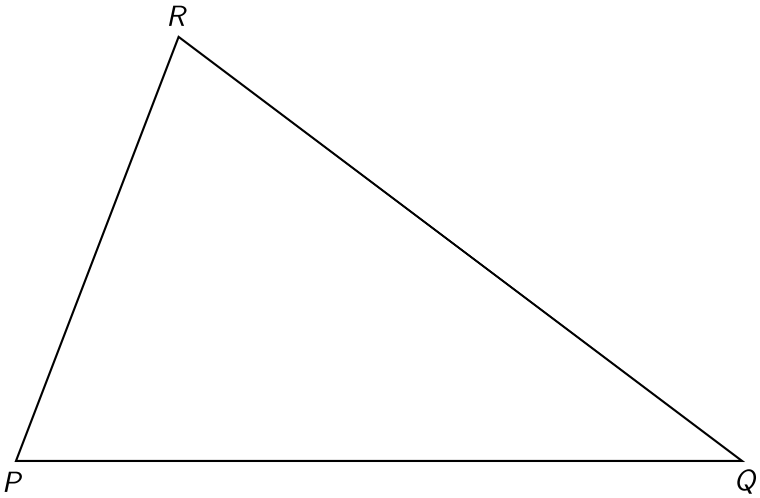
Aufgabe 3.8



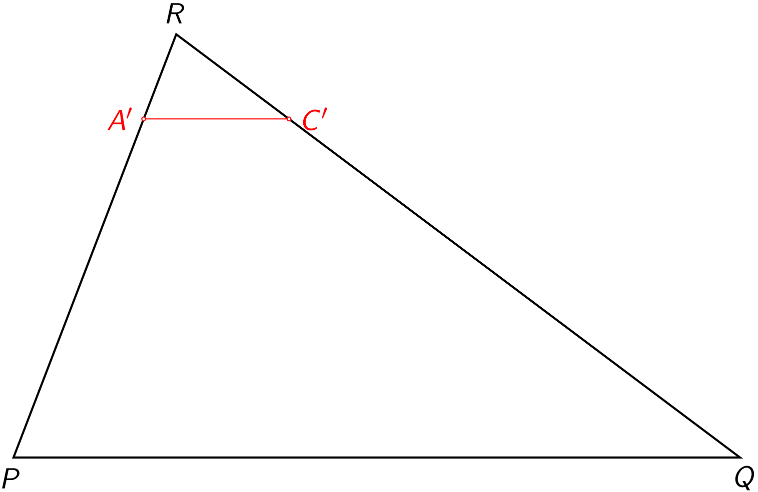
Aufgabe 3.9

Schreibe dem Dreieck PQR ein gleichschenklig rechtwinkliges Dreieck so ein, dass eine seiner Katheten parallel zu PQ ist.

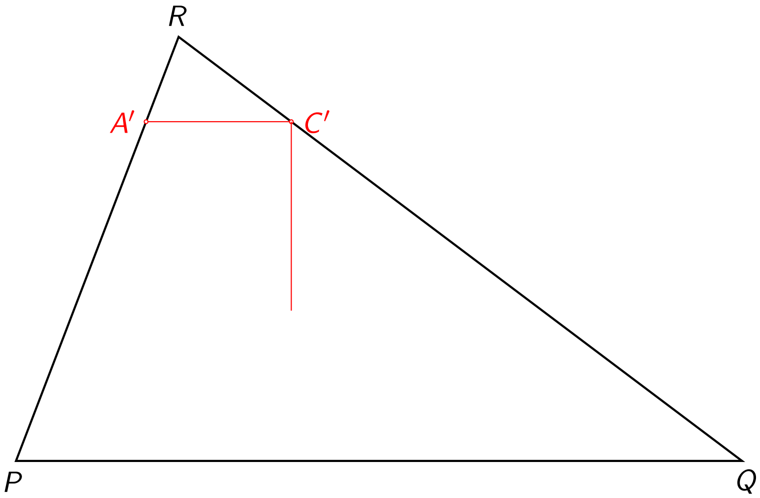
Aufgabe 3.9



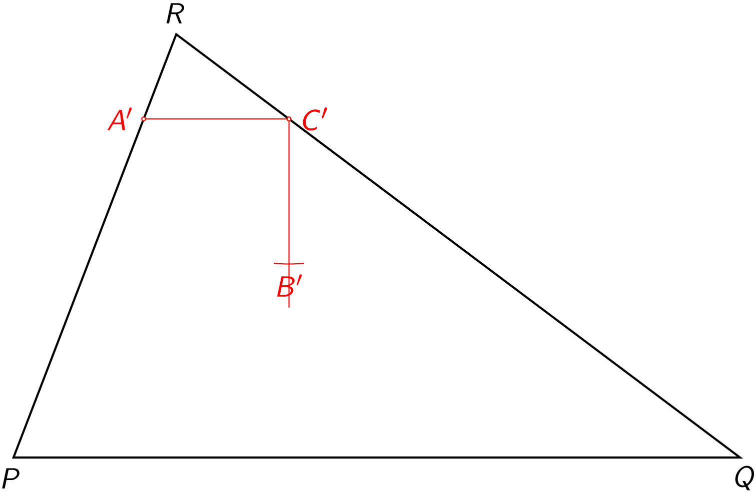
Aufgabe 3.9



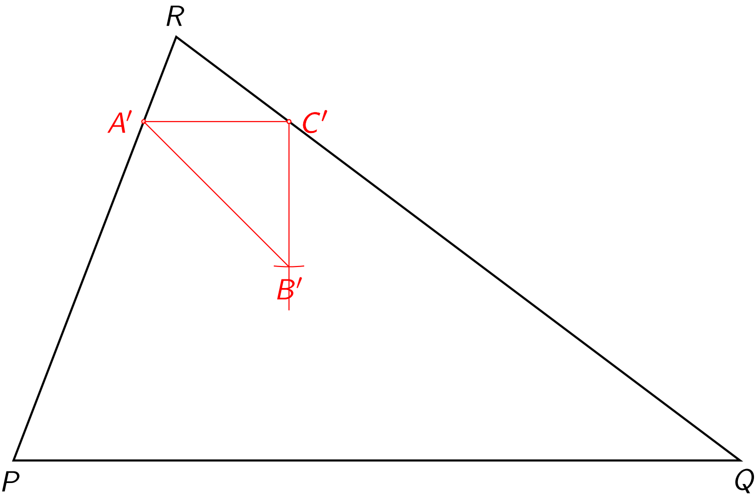
Aufgabe 3.9



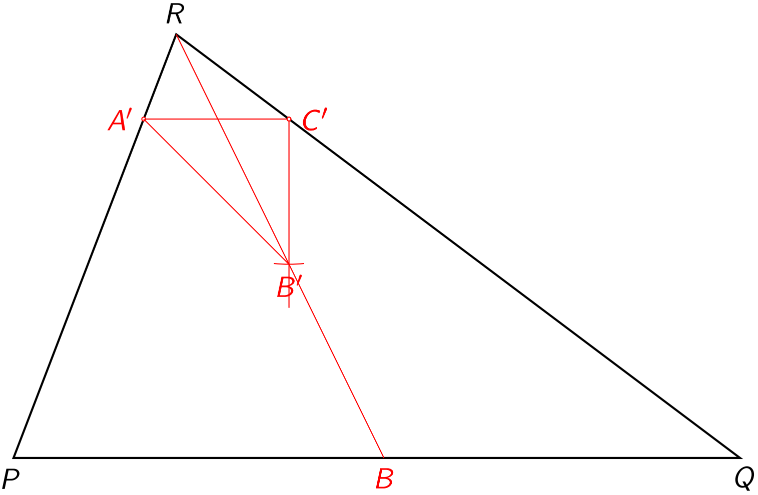
Aufgabe 3.9



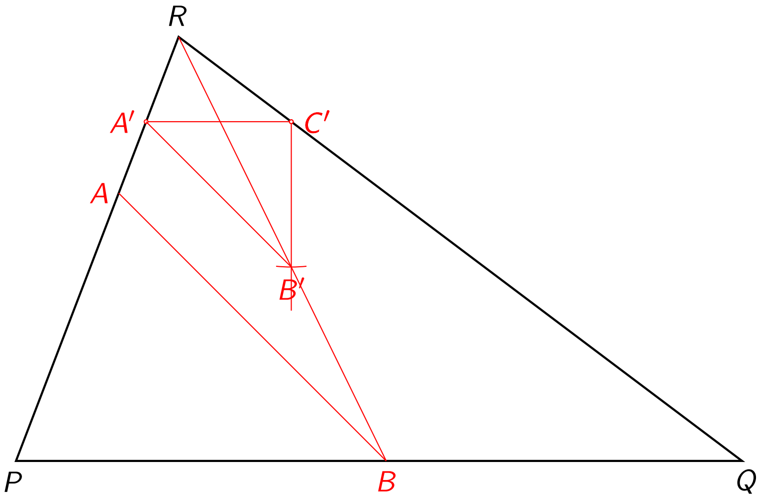
Aufgabe 3.9



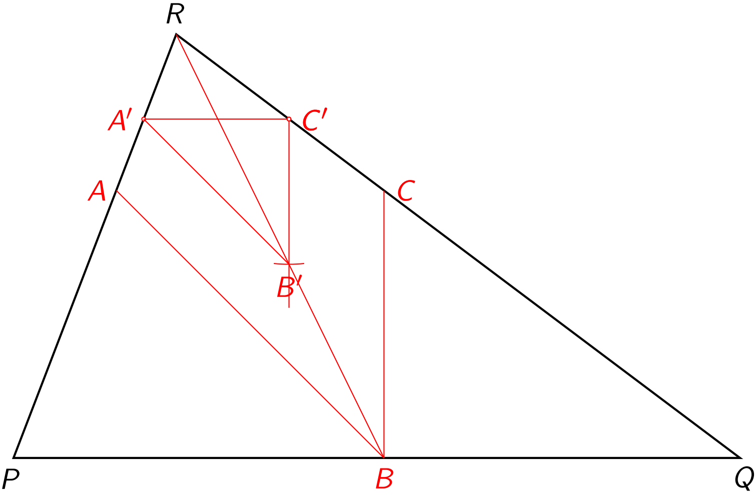
Aufgabe 3.9



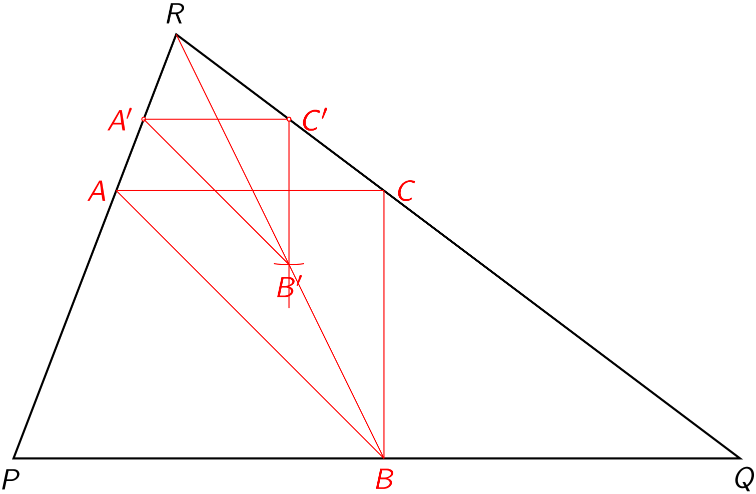
Aufgabe 3.9



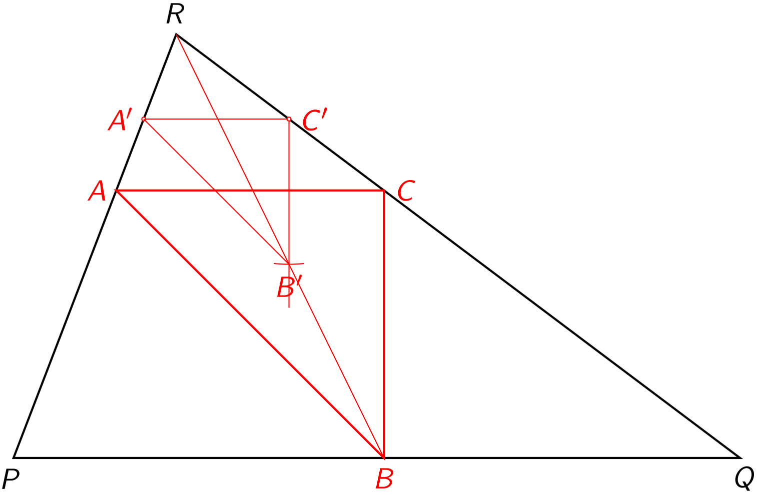
Aufgabe 3.9



Aufgabe 3.9



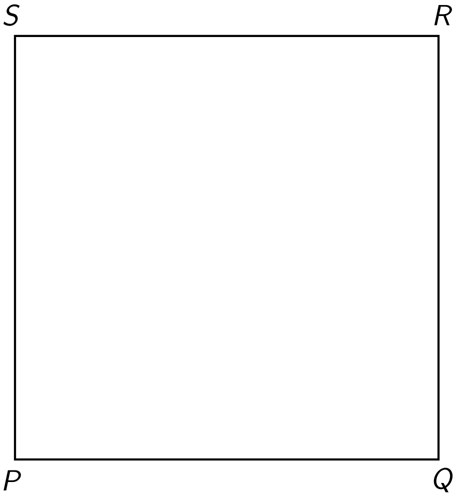
Aufgabe 3.9



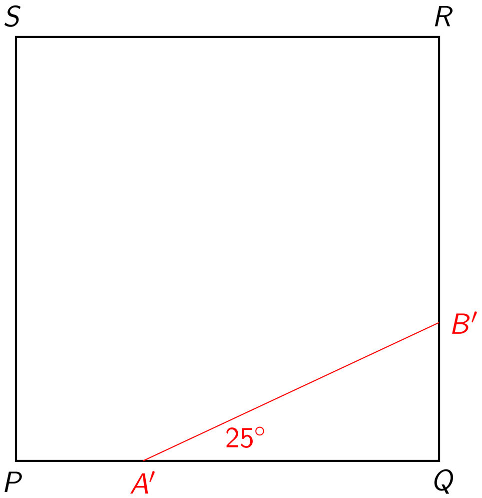
Aufgabe 3.10

Schreibe dem Quadrat $PQRS$ ein gleichseitiges Dreieck so ein, dass eine der Dreieckseiten mit einer Quadratseite den Winkel 25° einschliesst.

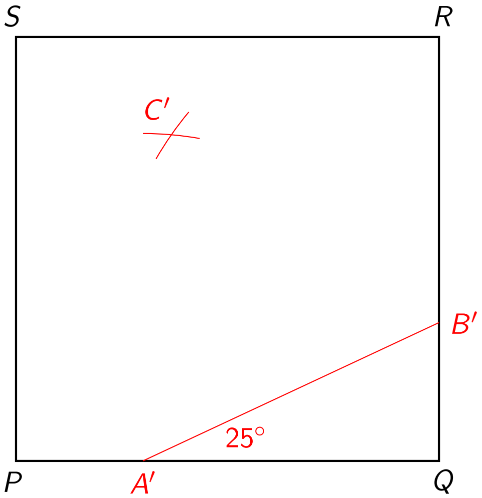
Aufgabe 3.10



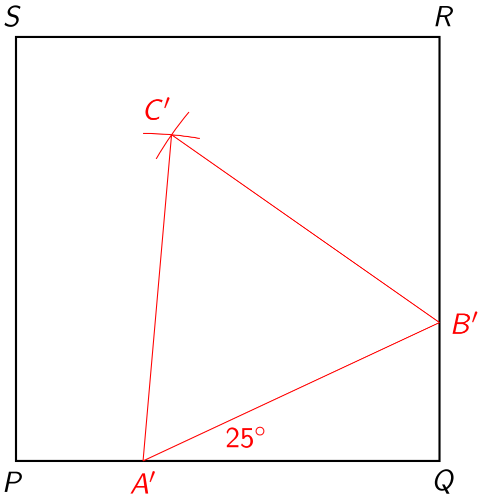
Aufgabe 3.10



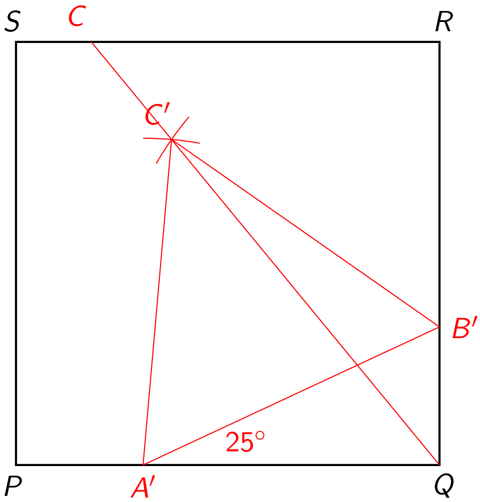
Aufgabe 3.10



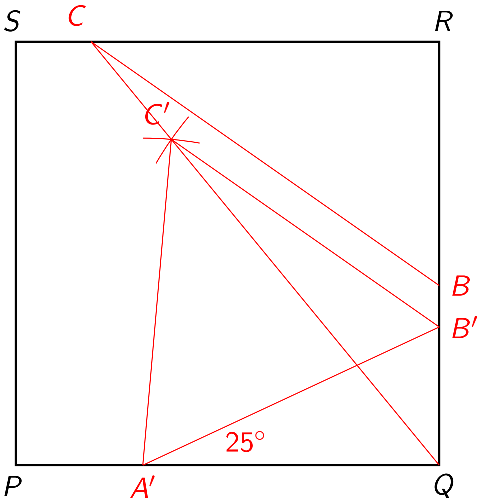
Aufgabe 3.10



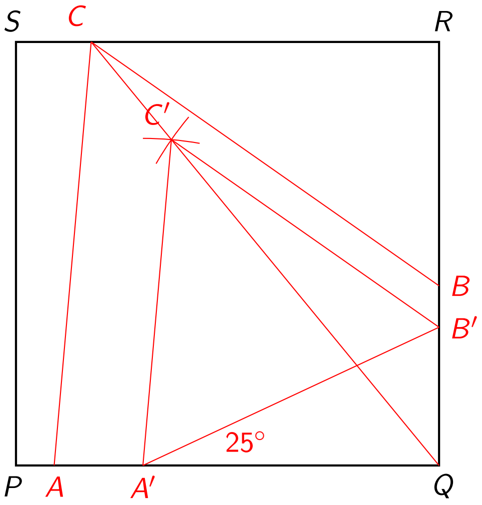
Aufgabe 3.10



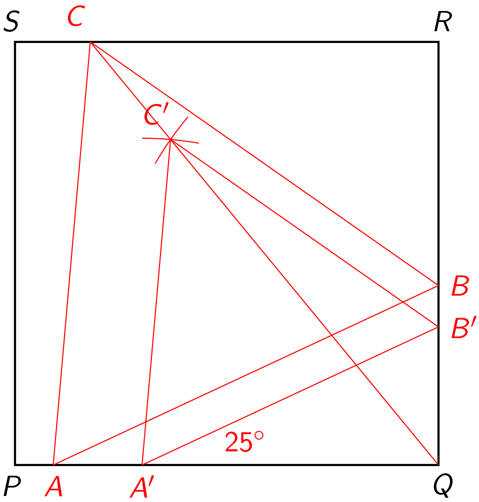
Aufgabe 3.10



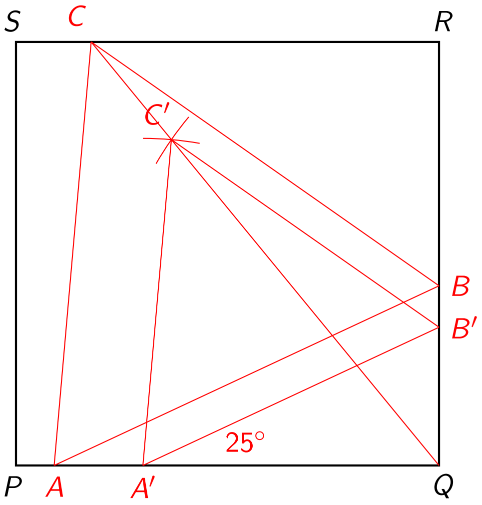
Aufgabe 3.10



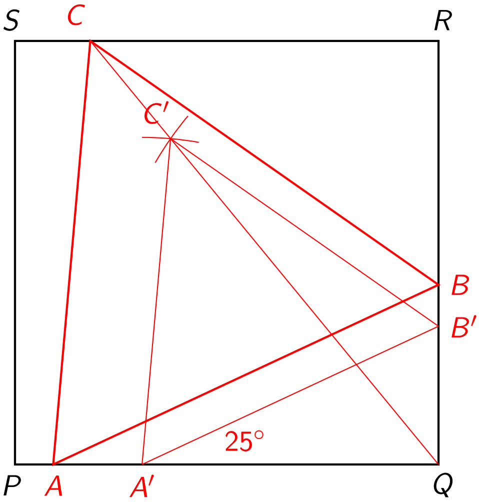
Aufgabe 3.10



Aufgabe 3.10



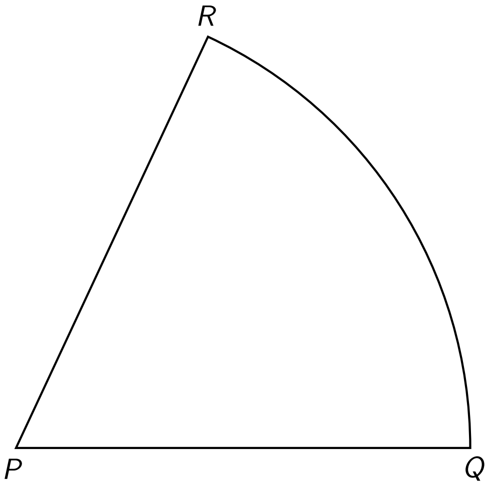
Aufgabe 3.10



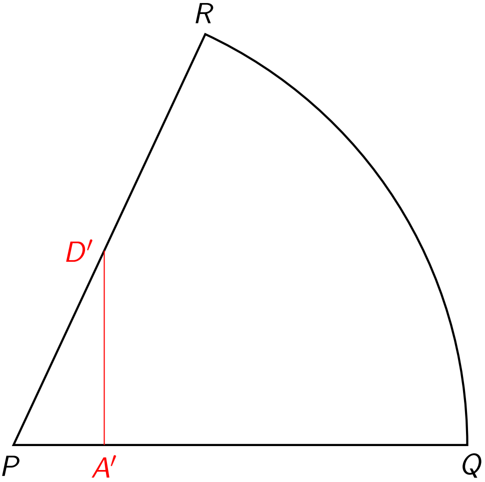
Aufgabe 3.11

Dem Kreissektor soll ein Quadrat einbeschrieben werden.
Konstruiere zwei verschiedene Lösungen.

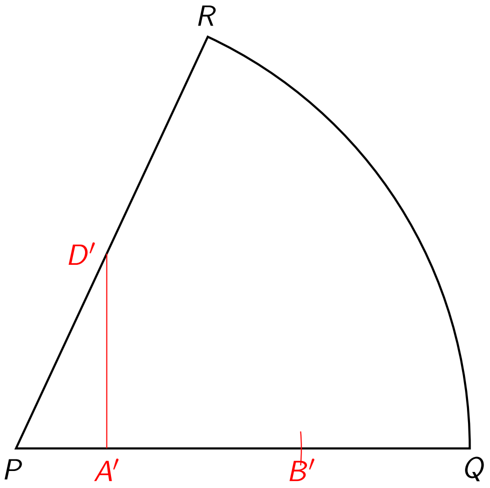
Aufgabe 3.11 (Lösung 1)



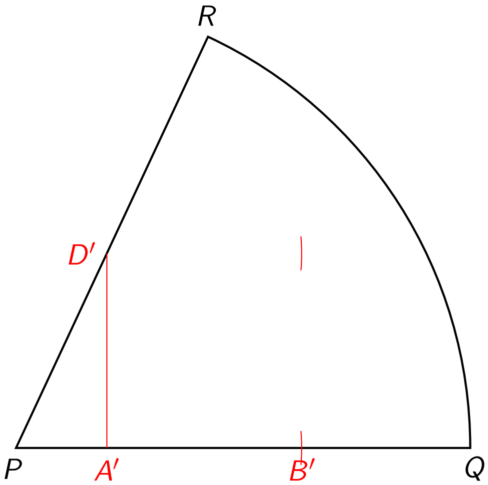
Aufgabe 3.11 (Lösung 1)



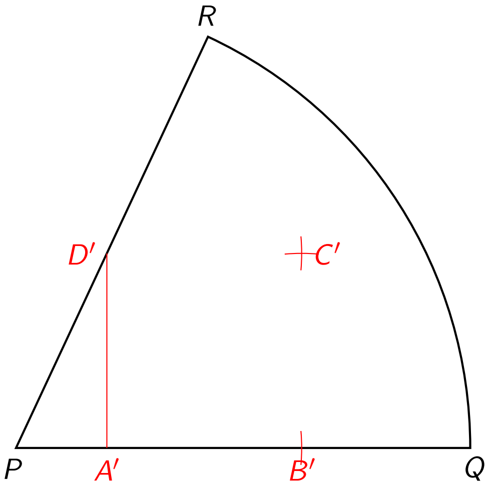
Aufgabe 3.11 (Lösung 1)



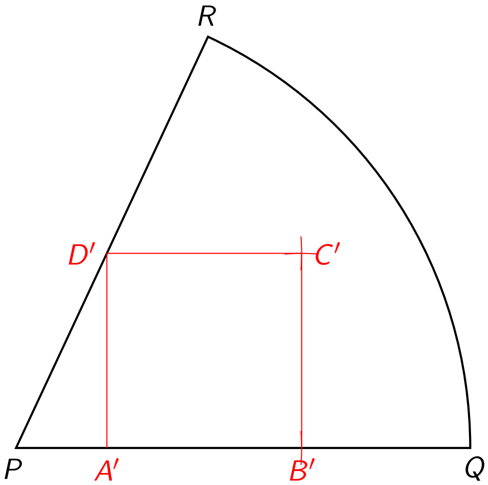
Aufgabe 3.11 (Lösung 1)



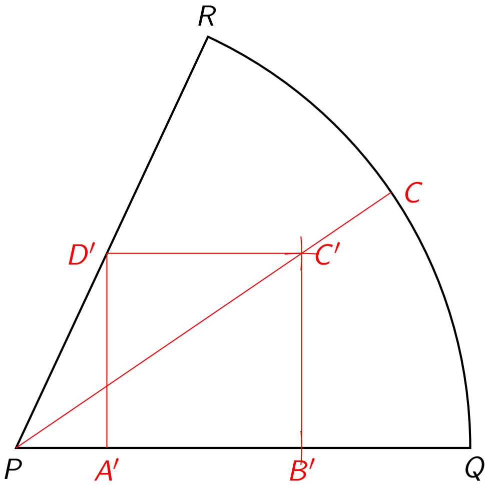
Aufgabe 3.11 (Lösung 1)



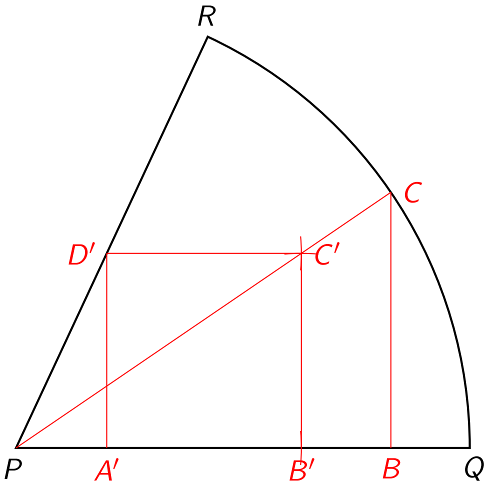
Aufgabe 3.11 (Lösung 1)



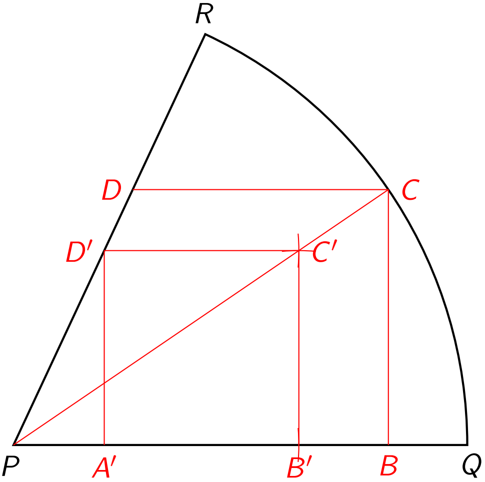
Aufgabe 3.11 (Lösung 1)



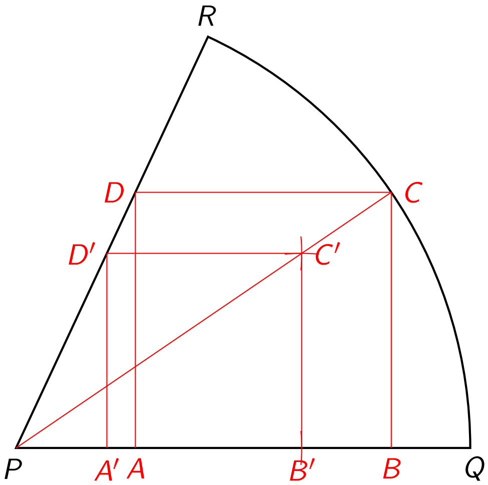
Aufgabe 3.11 (Lösung 1)



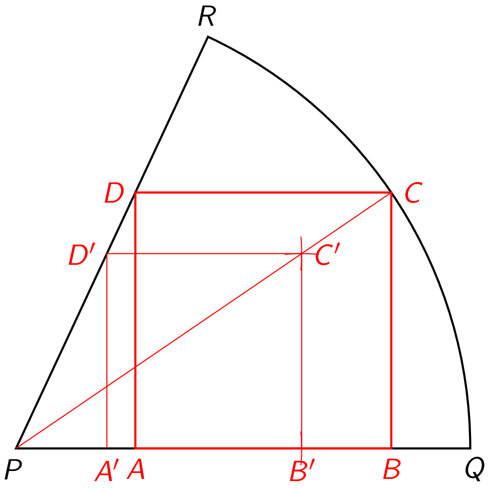
Aufgabe 3.11 (Lösung 1)



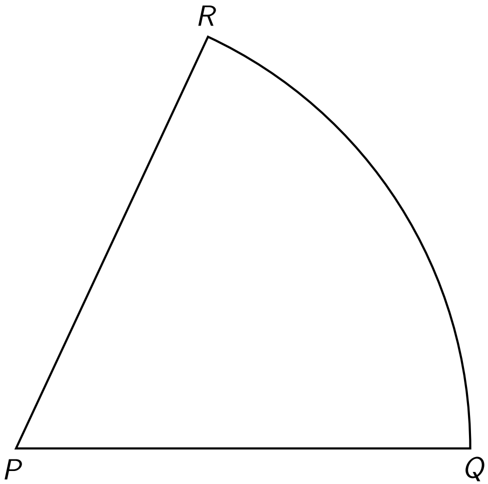
Aufgabe 3.11 (Lösung 1)



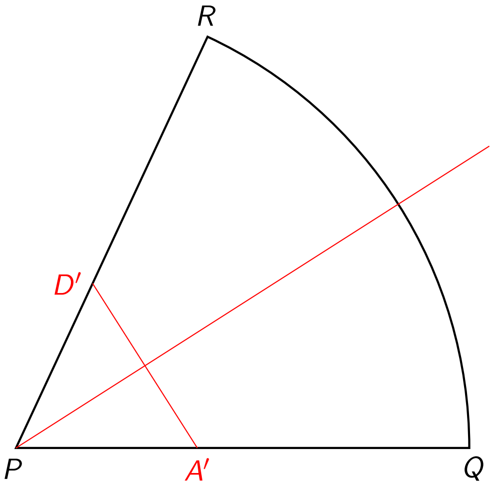
Aufgabe 3.11 (Lösung 1)



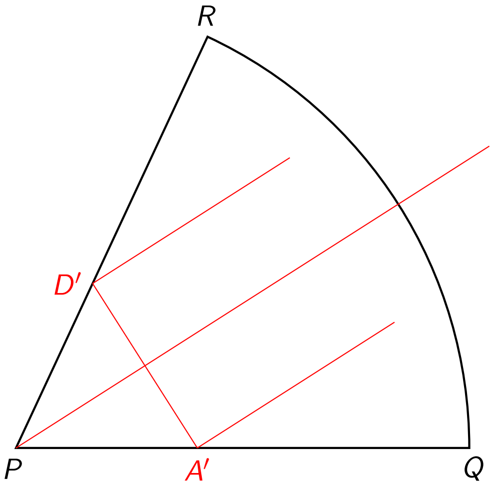
Aufgabe 3.11 (Lösung 2)



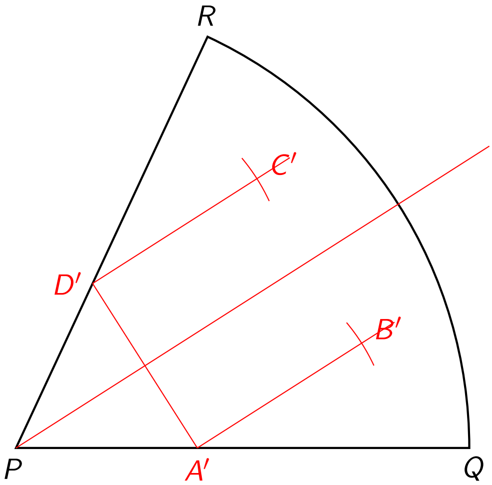
Aufgabe 3.11 (Lösung 2)



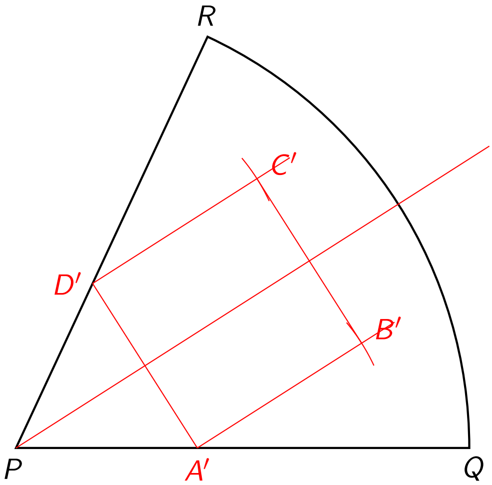
Aufgabe 3.11 (Lösung 2)



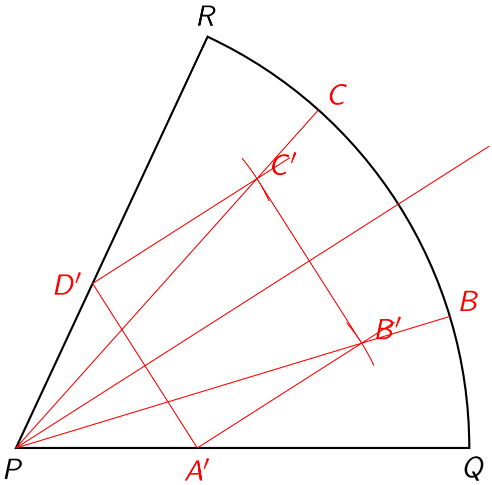
Aufgabe 3.11 (Lösung 2)



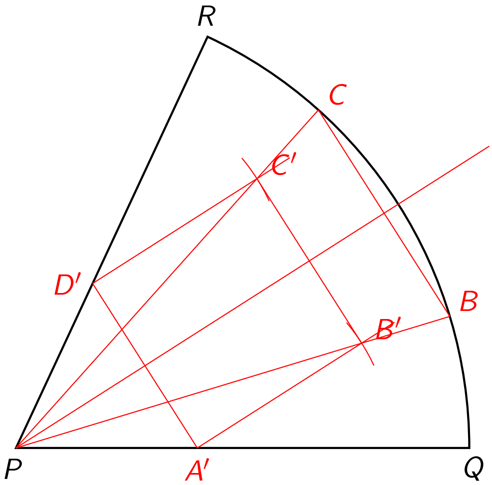
Aufgabe 3.11 (Lösung 2)



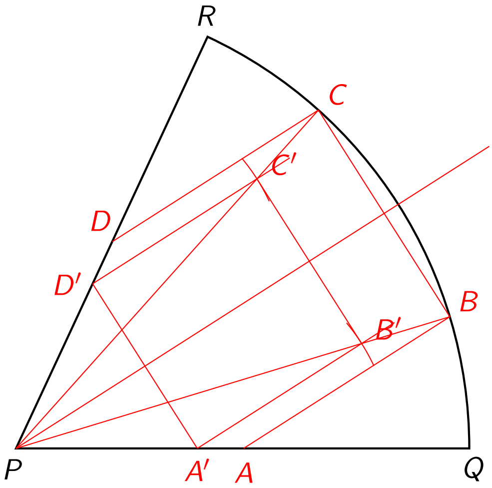
Aufgabe 3.11 (Lösung 2)



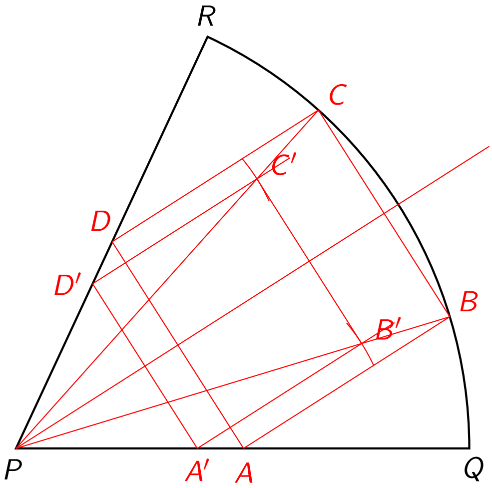
Aufgabe 3.11 (Lösung 2)



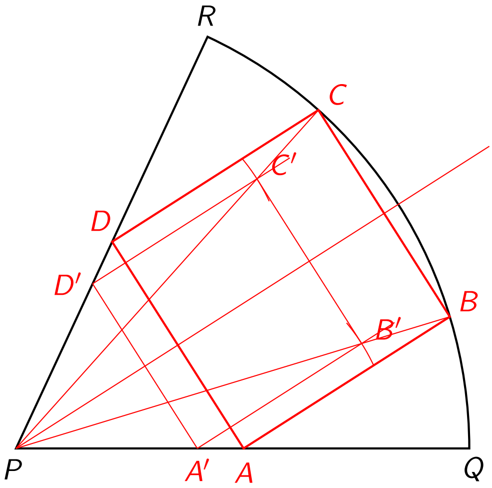
Aufgabe 3.11 (Lösung 2)



Aufgabe 3.11 (Lösung 2)

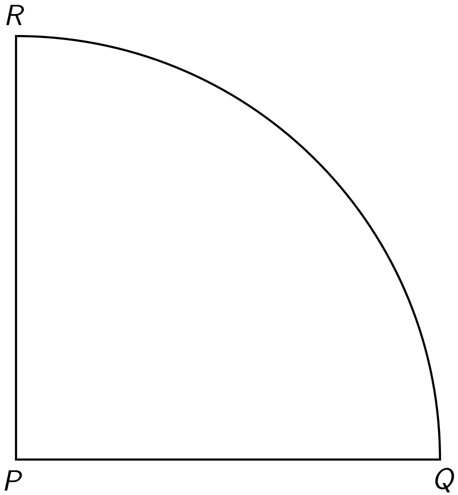


Aufgabe 3.11 (Lösung 2)

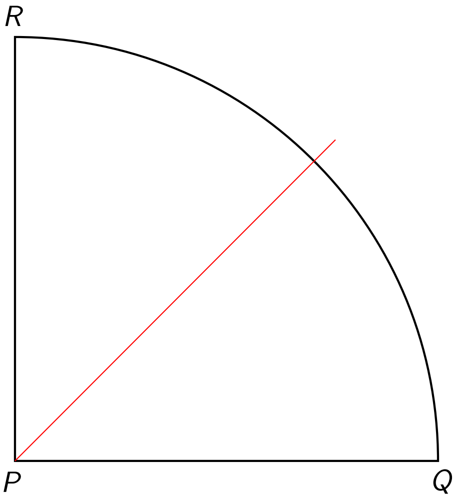


Aufgabe 3.12*

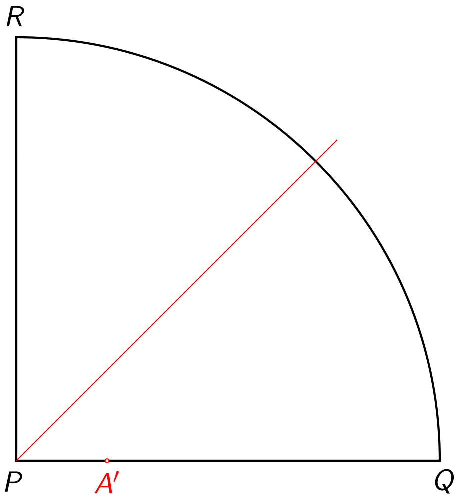
Dem Viertelkreis soll ein Kreis einbeschrieben werden.



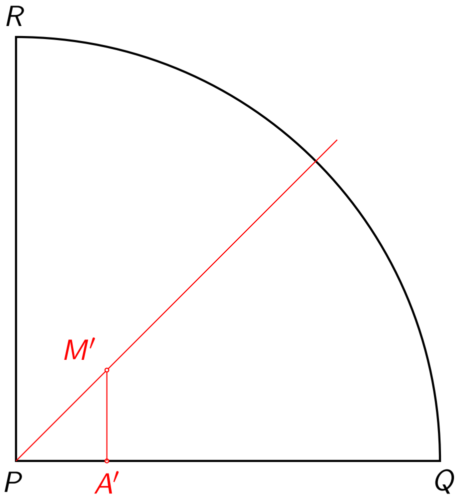
Aufgabe 3.12*



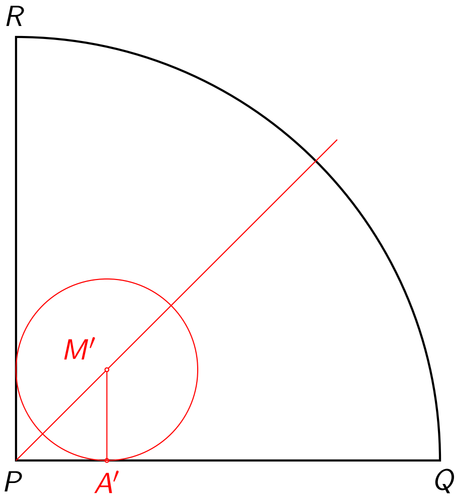
Aufgabe 3.12*



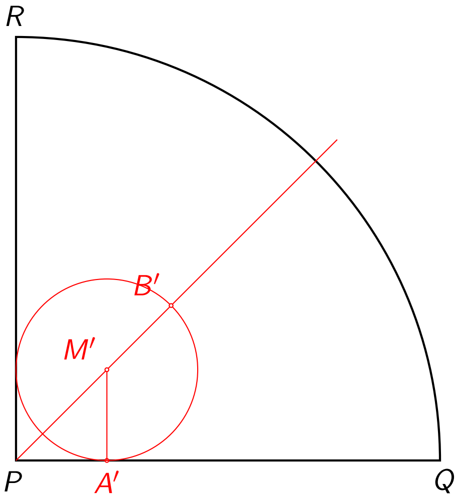
Aufgabe 3.12*



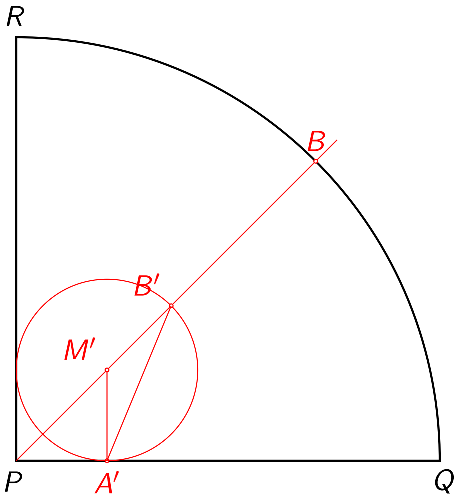
Aufgabe 3.12*



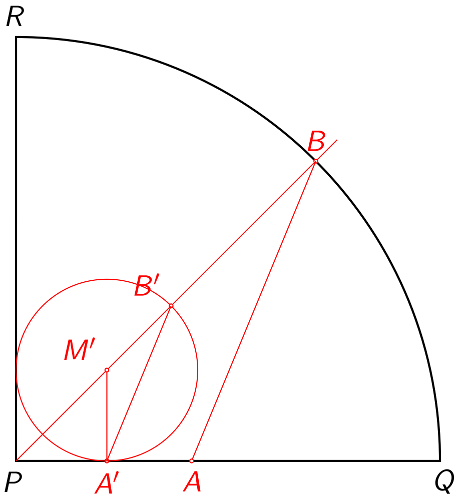
Aufgabe 3.12*



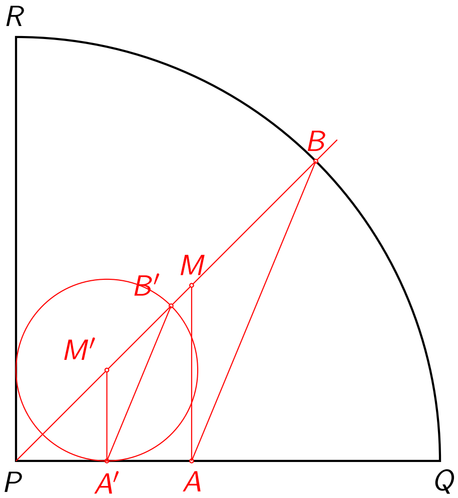
Aufgabe 3.12*



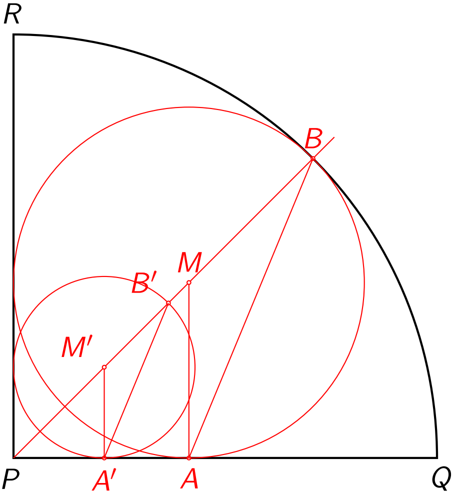
Aufgabe 3.12*



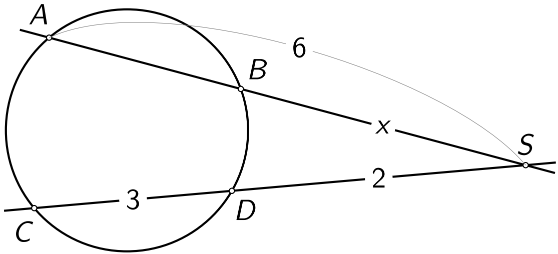
Aufgabe 3.12*



Aufgabe 3.12*



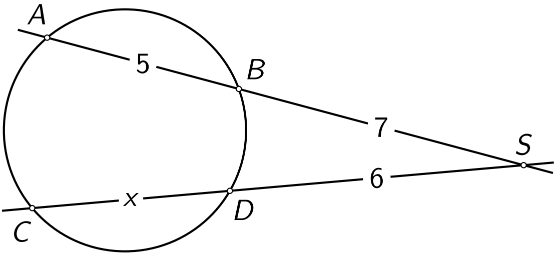
Aufgabe 3.13



Aufgabe 3.13

Sekantensatz:
$$\begin{aligned} x \cdot 6 &= 2 \cdot (2+3) \\ 6x &= 10 \\ x &= \tfrac{5}{3} \end{aligned}$$

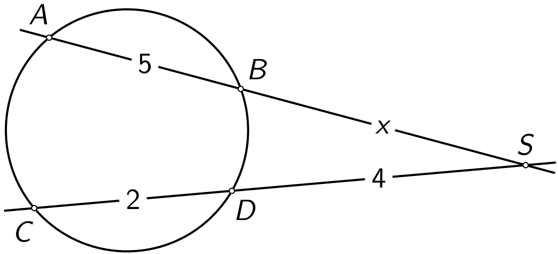
Aufgabe 3.14



Aufgabe 3.14

Sekantensatz: $$7 \cdot (7 + 5) = 6 \cdot (6 + x) \quad || : 6$$
$$14 = 6 + x$$
$$x = 8$$

Aufgabe 3.15*

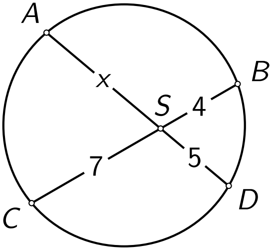


Aufgabe 3.15*

Sekantensatz:

$$\begin{aligned} x \cdot (x+5) &= 4 \cdot (4+2) \\ x^2 + 5x &= 24 \quad \text{(quadratische Gleichung)} \\ x^2 + 5x - 24 &= 0 \\ (x-3)(x+8) &= 0 \\ x_1 &= 3 \\ x_2 &= -8 \quad \text{nicht sinnvoll} \end{aligned}$$

Aufgabe 3.16

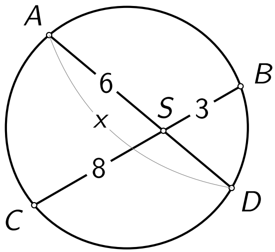


Aufgabe 3.16

Sehnensatz:

$$\begin{aligned} 5 \cdot x &= 4 \cdot 7 \\ 5x &= 28 \\ x &= 5.6 \end{aligned}$$

Aufgabe 3.17

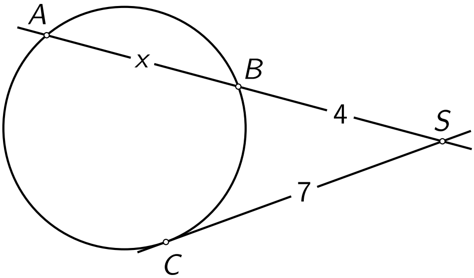


Aufgabe 3.17

Sehnensatz:

$$\begin{aligned} 6 \cdot (x-6) &= 8 \cdot 3 \\ 6x - 36 &= 24 \\ 6x &= 60 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

Aufgabe 3.18

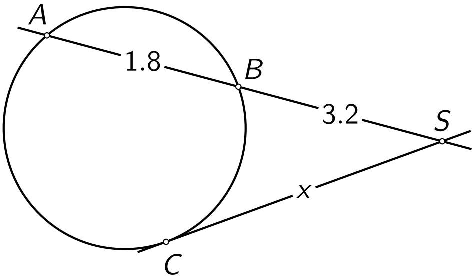


Aufgabe 3.18

Sehnen-Tangentensatz:

$$\begin{aligned} 4 \cdot (4 + x) &= 7 \cdot 7 \\ 16 + 4x &= 49 \\ 4x &= 33 \\ x &= 8.25 \end{aligned}$$

Aufgabe 3.19



Aufgabe 3.19

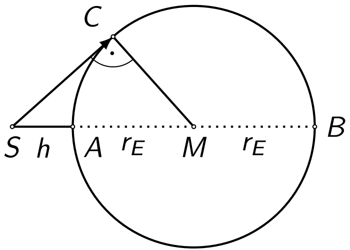
Sehnen-Tangentensatz:

$$\begin{aligned} x^2 &= 3.2 \cdot (3.2 + 1.8) \\ x^2 &= 3.2 \cdot 5 = 16 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Aufgabe 3.20

Ein Bergsteiger befindet sich auf dem Mount Everest (8848 m) Welche Distanz haben die entferntesten beobachtbaren Punkte der Erde von ihm.

Aufgabe 3.20



Sekanten-Tangentensatz:

$$|SA| \cdot |SB| = |SC|^2$$

$$8.85 \cdot (8.85 + 2 \cdot 6370) = |SC|^2$$

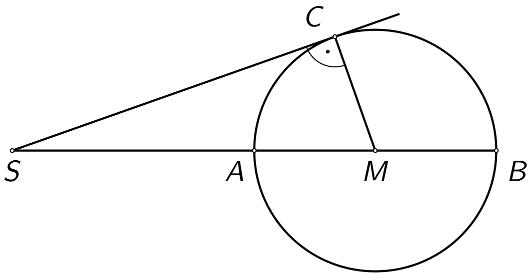
$$|SC|^2 = 112\,827$$

$$|SC| = 336\,\text{km}$$

Aufgabe 3.21

Von einem Punkt S aus wird die Zentrale durch einen Kreis mit Radius r gezeichnet. Der grössere Abschnitt der Zentralen hat eine Länge von 13 cm. Die von S ausgehenden Tangenten berühren den Kreis im Abstand von je 5 cm. Berechne den Kreisradius.

Aufgabe 3.21



Sekanten-Tangentensatz:

$$
\begin{aligned}
|SA| \cdot |SB| &= |SC|^2 \\
(13 - r)(13 + r) &= 5^2 \\
169 - r^2 &= 25 \\
r^2 &= 144 \\
r &= 12\,\text{cm}
\end{aligned}
$$