

Aufgabe 1.1

$$\begin{array}{rcll} 171 & : & 2 & = & 85 & \text{R} & 1 \\ 85 & : & 2 & = & 42 & \text{R} & 1 \\ 42 & : & 2 & = & 21 & \text{R} & 0 \\ 21 & : & 2 & = & 10 & \text{R} & 1 \\ 10 & : & 2 & = & 5 & \text{R} & 0 \\ 5 & : & 2 & = & 2 & \text{R} & 1 \\ 2 & : & 2 & = & 1 & \text{R} & 0 \\ 1 & : & 2 & = & 0 & \text{R} & 1 \end{array}$$

$$171_{10} = 10101011_2$$

Aufgabe 1.2

$$\begin{array}{rcll} 73 & : & 2 & = & 36 & \text{R} & 1 \\ 36 & : & 2 & = & 18 & \text{R} & 0 \\ 18 & : & 2 & = & 9 & \text{R} & 0 \\ 9 & : & 2 & = & 4 & \text{R} & 1 \\ 4 & : & 2 & = & 2 & \text{R} & 0 \\ 2 & : & 2 & = & 1 & \text{R} & 0 \\ 1 & : & 2 & = & 0 & \text{R} & 1 \end{array}$$

$$73_{10} = 1001001_2$$

Aufgabe 1.3

$$\begin{array}{rcll} 198 & : & 16 & = & 12 & \text{R} & 6 \\ 12 & : & 16 & = & 0 & \text{R} & 12 \end{array}$$

$$198_{10} = C6_{16}$$

Aufgabe 1.4

$$\begin{array}{rcll} 55 & : & 16 & = & 3 & \text{R} & 7 \\ 3 & : & 16 & = & 0 & \text{R} & 3 \end{array}$$

$$55_{10} = 37_{16}$$

Aufgabe 1.5

$$\begin{array}{rcll} 165 & : & 8 & = & 20 & \text{R} & 5 \\ 20 & : & 8 & = & 2 & \text{R} & 4 \\ 2 & : & 8 & = & 0 & \text{R} & 2 \end{array}$$

$$165_{10} = 245_8$$

Aufgabe 1.6

$$1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 200_{10}$$

Aufgabe 1.7

$$10 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 = 171_{10}$$

Aufgabe 1.8

0 0 0 1	1 0 1 0	0 1 0 0	1 1 0 1
1	A	4	D

$$1101001001101_2 = 1A4D_{16}$$

Aufgabe 1.9

0 1 1	0 1 0	1 1 0	1 1 1
3	2	6	7

$$11010110111_2 = 3267_8$$

Aufgabe 1.10

3	A	7	E
0 0 1 1	1 0 1 0	0 1 1 1	1 1 1 0
3	5	1	7
			6

$$3A7E_{16} = 11101001111110_2 = 35176_8$$

Aufgabe 2.1

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1 \\ +\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1 \end{array}$$

Aufgabe 2.2

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ +\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1 \end{array}$$

Aufgabe 2.3

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \bar{x} \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{x} + 1 \end{array}$$

Aufgabe 2.4

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & x \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \bar{x} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & \bar{x} + 1 \end{array}$$

Aufgabe 2.5

$$67_{10} = 01000011_2$$

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & x \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \bar{x} \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & \bar{x} + 1 \end{array}$$

Aufgabe 2.6

$$82_{10} = 01010010_2$$

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & x \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & \bar{x} \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & \bar{x} + 1 \end{array}$$

Aufgabe 2.7

$$\text{kleinste Zahl: } -2^6 = -64$$

$$\text{grösste Zahl: } 2^6 - 1 = 63$$

Aufgabe 2.8

$$\text{kleinste Zahl: } -2^{31} = -2147483648$$

$$\text{grösste Zahl: } 2^{31} - 1 = 2147483647$$

Aufgabe 2.9

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & A \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{A} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \bar{A} + 1 \end{array}$$

$$10001_2 = 17_{10} \Rightarrow 11101111_2 = -17_{10}$$

Aufgabe 2.10

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & A \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \overline{A} \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \overline{A} + 1 \end{array}$$

$$1110000_2 = 2^6 + 2^5 + 2^4 = 112_{10} \Rightarrow 10010000_2 = -112_{10}$$

Aufgabe 2.11

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 44_{10} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 17_{10} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & -17_{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 44_{10} \\ + & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & -17_{10} \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 27_{10} \end{array}$$

Aufgabe 2.12

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 77_{10} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 102_{10} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & -102_{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 77_{10} \\ + & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & -102_{10} \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -25_{10} \end{array}$$

Aufgabe 2.13

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 63_{10} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -63_{10} \\ \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 48_{10} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -48_{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -63_{10} \\ + & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -48_{10} \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -111_{10} \end{array}$$

Aufgabe 2.14

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 128_{10} \\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -128_{10} \\ \\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 64_{10} \\ \\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -128_{10} \\ +\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 64_{10} \\ \hline 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -64_{10} \end{array}$$

Aufgabe 2.15

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ \times \\ \hline 1\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0 \\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1 \end{array}$$

Aufgabe 2.16

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 1\ \times \\ \hline 1\ 0\ 1\ 0\ 1 \\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0 \\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0 \\ \hline 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1 \end{array}$$

Aufgabe 2.17

$$4_{10} \times 1011_2 = 100_2 \times 1011_2 = 101100_2$$

Aufgabe 1.18

$$16_{10} \times 1101_2 = 10000_2 \times 1101_2 = 11010000_2$$

Aufgabe 3.1

- Vorzeichenbit: $S = 1$
- Die Zahl 9 binär darstellen und normalisieren:
 $9 = 1001_2 = 1.001_2 \cdot 2^3$
Mantisse: $M = 001$; Exponent: $e = 3$
- Den um $B = 127$ vergrößerten Exponenten binär darstellen:
 $E = e + B = 3 + 127 = 130 = 128 + 2 = 10000010_2$
- $-9 = 1|10000010|00100000000000000000000_2$

Aufgabe 3.2

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- Die Zahl 0.15625 binär darstellen und normalisieren:

$$\begin{array}{rcll} 0.15625 & \cdot & 2 & = & 0 & \ddot{U} & 0.3125 \\ 0.3125 & \cdot & 2 & = & 0 & \ddot{U} & 0.625 \\ 0.625 & \cdot & 2 & = & 1 & \ddot{U} & 0.25 \\ 0.25 & \cdot & 2 & = & 0 & \ddot{U} & 0.5 \\ 0.5 & \cdot & 2 & = & 1 & \ddot{U} & 0 \end{array}$$

$$0.15625 = 0.00101_2 = 1.01_2 \cdot 2^{-3}$$

$$\text{Mantisse: } M = (1.)01_2;$$

- $E = e + B = -3 + 127 = 124 = 127 - 2 - 1 = 01111100_2$
- $0.15625 = 0|01111100|0100000000000000000000_2$

Aufgabe 3.3

- Vorzeichenbit: $S = 0$
- 3.8 binär darstellen und normalisieren:

$$\text{ganzzahliger Anteil: } 3 = 11_2$$

$$\begin{array}{rcll} \text{gebrochener Anteil: } 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \ddot{U} & 0.6 \\ & & 0.6 & \cdot & 2 & = & 1 & \ddot{U} & 0.2 \\ & & 0.2 & \cdot & 2 & = & 0 & \ddot{U} & 0.4 \\ & & 0.4 & \cdot & 2 & = & 0 & \ddot{U} & 0.8 \\ & & 0.8 & \cdot & 2 & = & 1 & \ddot{U} & 0.6 \\ & & \dots & & & & & & \end{array}$$

$$3.8 = 11.\overline{1100}_2 = 1.\overline{11100}_2 \cdot 2^1$$

$$M \approx 11100110011001100110011_2$$

- $E = e + B = 1 + 127 = 128 = 10000000_2$
- $3.8 \approx 0|10000000|11100110011001100110011_2$

Aufgabe 3.4

- Vorzeichen: $S = 1$ (negative Zahl)
- Exponent: $E = 10000001_2 = 129$
 $e = E - B = 129 - 127 = 2$
- Mantisse $M = (1.)1001_2$
 $1.1001_2 \cdot 2^2 = 110.01_2 = 4 + 2 + 0.25 = 6.25$
- $1|10000001|1001000000000000000000_2 = -6.25$

Aufgabe 3.5

- Vorzeichen: -1
- Exponent:
 $e = E - B = 10000110_2 - 127 = 128 + 4 + 2 - 127 = 7$
- $(1.)11010101 \cdot 2^7 = 11101010.1$
 $= 128 + 64 + 32 + 8 + 2 + 0.5 = 234.5$
- $v = -234.5$

Aufgabe 3.6

- Vorzeichen: $S = 0$ (positiv)
- Exponent:
 $e = E - B = 01111010_2 - 127$
 $= 64 + 32 + 16 + 8 + 2 - 127 = 122 - 127 = -5$
- $(1.)10011001100110011001101 \cdot 2^{-5}$
 $= 0.00\overline{0011} = \left(\frac{1}{32} + \frac{1}{64}\right) \cdot \frac{1}{1 - 1/16}$
 $= \frac{3}{64} \cdot \frac{16}{15} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20} = 0.05$

Aufgabe 3.7

1|11111111|000000000000000000000000

Aufgabe 3.8

Bei einer subnormale Zahl sind alle Exponentenbits 0 und für die Mantisse stehen 23 Bits zur Verfügung, was 2^{23} Möglichkeiten ergibt.

Davon müssen wir noch die Null abzählen und das Ergebnis verdoppeln, weil es nochmal so viele negative subnormale Zahlen gibt. Also sind es $2 \cdot (2^{23} - 1)$ subnormale Zahlen.

Aufgabe 3.9

0|10000010|111000000000000000000000

Durch Multiplikation mit 2 wird der Exponent um 1 erhöht:

0|10000011|111000000000000000000000

Aufgabe 3.10

Es handelt sich um eine NaN (not a number), da alle Exponentenbits 1 sind und die Mantisse nicht null ist.

Aufgabe 3.11

Bias: $B = 2^{2-1} - 1 = 1$

0|00|0: +0

0|00|1: $1 \cdot 2^{-1} = +0.5$ (subnormal)

0|01|0: $1.0_2 \cdot 2^{1-1} = 1_2 = +1$

0|01|1: $1.1_2 \cdot 2^{1-1} = 1.1_2 = +1.5$

0|10|0: $1.0_2 \cdot 2^{2-1} = 10_2 = +2$

0|10|1: $1.1_2 \cdot 2^{2-1} = 11_2 = +3$

0|11|0: +Inf

0|11|1: +NaN

analog bestimmt man die 8 negativen Werte.