

Aufgabe 1

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$\begin{aligned}\Sigma^2 \cup \Sigma^3 &= \{00, 01, 10, 11\} \cup \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\} \\ &= \{00, 01, 10, 11, 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}\end{aligned}$$

Aufgabe 2

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

An jeder der 5 Positionen kann jeweils eines von 2 Symbolen stehen:

$$|\Sigma|^5 = 2^5 = 32 \text{ Wörter}$$

Aufgabe 3

$$\Sigma = \{a, b\}; x = aaba, y = bab$$

(a) $xyx = aabababaaba$

(b) $y^2 = babbab$

(c) $x\varepsilon = aaba$

(d) $|x^8y^7| = |x^8| + |y^7| = 8|x| + 7|y| = 8 \cdot 4 + 7 \cdot 3 = 32 + 21 = 53$

(e) $|x^3y^3|_b = 3|x|_b + 3|y|_b = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9$

(f) $|x^3y^3|_a = 3|x|_a + 3|y|_a = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 12$

Aufgabe 4

Gegeben: $w = 20112$ mit $\Sigma = \{0, 1, 2\}$

(a) Infixe von w : (der Länge nach geordnet)

$$\varepsilon, 2, 0, 1, 20, 01, 11, 12, 201, 011, 112, 2011, 0112, 20112$$

(b) Präfixe von w :

$$\varepsilon, 2, 20, 201, 2011, 20112$$

(c) Suffixe von w :

$$\varepsilon, 2, 12, 112, 0112, 20112$$

Aufgabe 5

$$L_1 = \{1\}, L_2 = \{\varepsilon, 2\}, L_3 = \{1, 2, 3\},$$

(a) $L_1 \cup L_2 = \{\varepsilon, 1, 2\}$

(b) $L_1 \circ L_2 = \{1, 12\}$

(c) $L_2 \circ L_1 = \{1, 21\}$

(d) $L_1^4 = L_1 \circ L_1 \circ L_1 \circ L_1 = \{1111\}$

(e) $L_2^2 = L_2 \circ L_2 = \{\varepsilon, 2, 22\}$

(f) $L_1^* = L_1^0 \cup L_1^1 \cup L_1^2 \cup \dots = \{\varepsilon, 1, 11, 111, 1111, \dots\}$

(g) $L_3^* = \{\varepsilon, 1, 2, 3, 11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33, \dots\}$