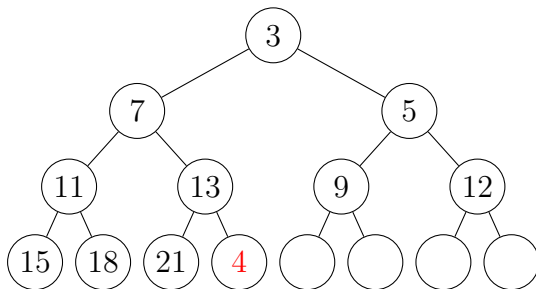


## Aufgabe 1

- als Vorrangwarteschlange (priority queue)
- als Datenstruktur für Heapsort

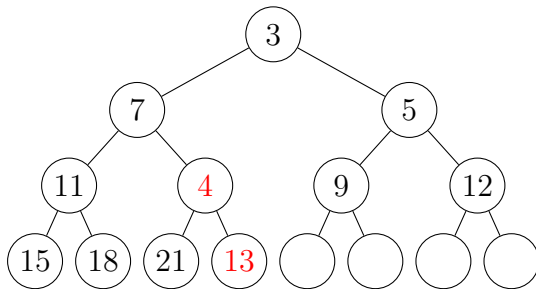
## Aufgabe 2

Den neuen Wert 4 am Ende des Heaps einfügen.



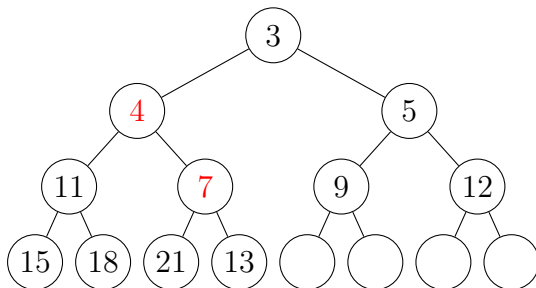
Der Knoten mit dem Wert 4 verletzt die Min-Heap-Eigenschaft.

Eine `swim()`-Operation mit 4 ausführen.



Der Knoten mit dem Wert 4 verletzt die Min-Heap-Eigenschaft.

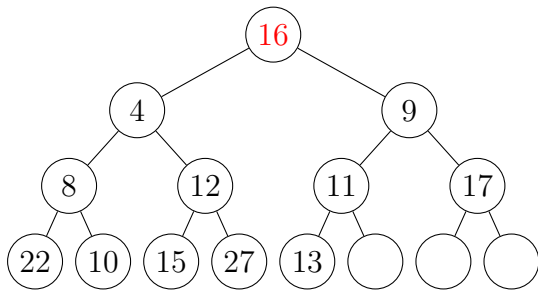
Eine weitere `swim()`-Operation mit 4 ausführen.



Die Min-Heap-Eigenschaft ist wieder hergestellt.

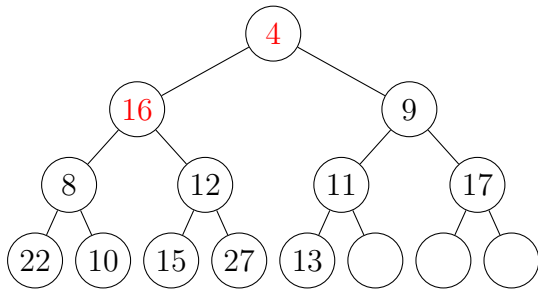
### Aufgabe 3

Den letzten Wert (16) in den Wurzelknoten verschieben.



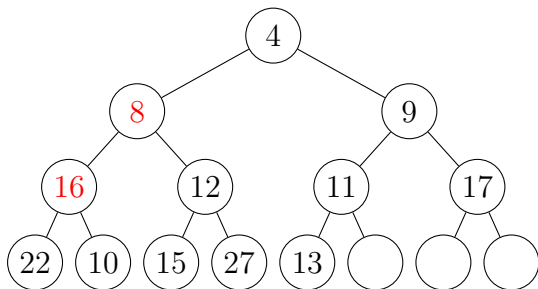
Der Knoten mit dem Wert 16 verletzt die Min-Heap-Eigenschaft.

Mit dem Wert 16 eine `sink()`-Operation durchführen.



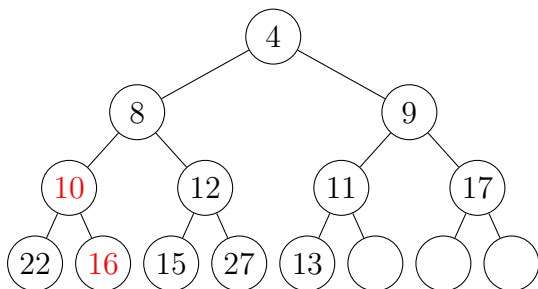
Der Knoten mit dem Wert 16 verletzt die Min-Heap-Eigenschaft.

Mit dem Wert 16 eine weitere `sink()`-Operation durchführen.



Der Knoten mit dem Wert 16 verletzt die Min-Heap-Eigenschaft.

Mit dem Wert 16 eine weitere `sink()`-Operation durchführen.



Die Min-Heap-Eigenschaft ist wieder hergestellt.

#### Aufgabe 4

Füge die  $n$  Elemente in einen Min-Heap ein:

Eine einzelne Einfügeoperation mit `swim()` hat den Aufwand  $O(\log_2 n)$ ; insgesamt also  $O(n \log_2 n)$

Entferne fortlaufend die Elemente mit `delMin()` und füge sie in eine Liste ein. Mit einer analogen Argumentation wie oben erhält man  $O(n \log_2 n)$ .

Insgesamt:  $O(2n \log_2 n) = O(n \log_2 n)$

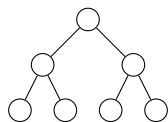
#### Aufgabe 5

Ein Heap besteht aus 68 Knoten.

- (a) Bestimme die Höhe  $h$  des Heaps.

Ein perfekter Baum der Höhe  $h$  hat  $2^{h+1} - 1$  Knoten.

*Beispiel:*  $h = 2$ ,  $n = 2^3 - 1 = 7$  Knoten



Somit suchen wir  $\min \{h \mid 68 \leq 2^{h+1} - 1\} \Rightarrow h = 6$

- (b) Ein Knoten hat den Listenindex 25. Welchen Index hat sein Elternknoten?

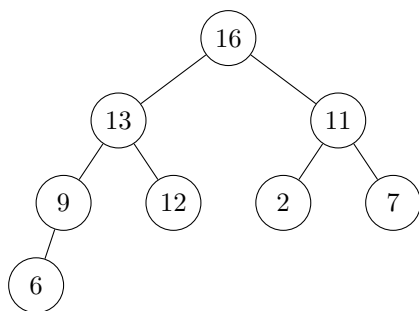
$$\lfloor 25/2 \rfloor = 12$$

- (c) Ein Knoten hat den Listenindex 34. Welchen Index hat sein rechtes Kind?

$$2 \cdot 34 + 1 = 69 \text{ [existiert nicht in einem Heap mit 68 Knoten]}$$

#### Aufgabe 6

- (a)  $H = [\text{None}, 16, 13, 11, 9, 12, 2, 7, 6]$



- (b) Ja, da jeder Elternknoten mindestens so gross ist, wie alle seine direkten Kinder.