

Datenstrukturen (Kapitel 4) Lösungen+ Prüfungsvorbereitung DFS/BFS

Algorithmus, der mittels Tiefensuche alle Knoten eines Graphen G besucht, die von einem Knoten s aus erreichbar sind.

Input: Graph G, Startknoten s
Output: Liste der besuchten Knoten B

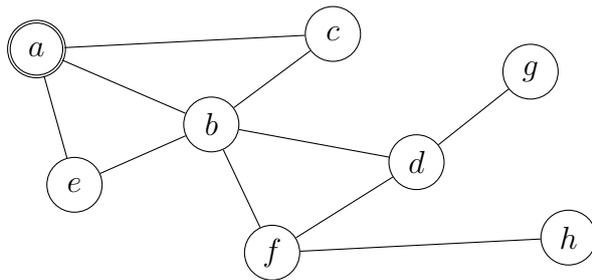
```
B = [] # Liste aller bereits besuchten Knoten
v = s # aktueller Knoten
Führe die folgende Funktion f(G, v) aus:
    Setze v ans das Ende von B # v wurde 'besucht'
    for w in Adj(v): # Adj(v) sind sortiert
        wenn w nicht in B liegt:
            rufe f(G, w) rekursiv auf
Gib B aus
```

Algorithmus, der mittels Breitensuche alle Knoten eines Graphen G besucht, die von einem Knoten s aus erreichbar sind.

Input: Graph G, Startknoten s
Output: Liste der besuchten Knoten B

```
B = [] # Liste der besuchten Knoten
Q = leere Warteschlange
B.append(s)
Q.enqueue(s)
while Q != leer:
    v = Q.dequeue()
    for w in Adj(v): # Adj(v) sind sortiert
        if w not in B:
            B.append(w)
            Q.enqueue(w)
Gib B aus
```

Aufgabe 1



$\Rightarrow a, b, c, d, f, h, g, e$

Aufgabe 2

Bestimme den Aufwand kumulativ aus den Teilen des Algorithmus:

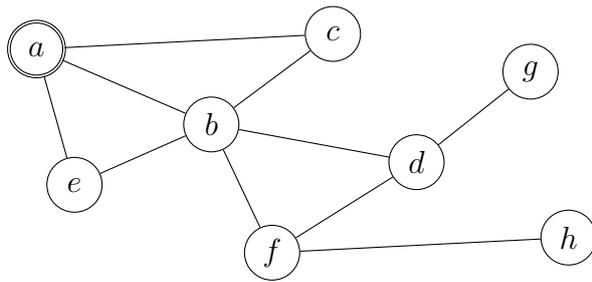
- Da der Graph zusammenhängend ist, wird jeder der $|V|$ Knoten genau einmal in die Liste der besuchten Knoten aufgenommen, was eine erneute Verarbeitung verhindert. Dabei wird pro Knoten ein konstanter Aufwand c_1 betrieben, weshalb der Aufwand $c_1 \cdot |V|$ beträgt.
- Da von jedem Knoten v aus $\deg(v)$ Nachbarn getestet werden, ergibt dies zusätzlich einen Aufwand proportional zu

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2 \cdot |E| \quad (\text{Satz über den Grad eines Graphen})$$

was insgesamt zu einem Aufwand von $2 \cdot c_2 \cdot |E|$ führt, wobei die Konstante c_2 summarisch für den Aufwand steht, den nächsten Knoten in der Adjazenzliste aufzurufen und seinen Verarbeitungsstatus zu testen.

Gesamtaufwand: $O(c_1|V| + c_2|E|) = O(|V| + |E|)$.

Aufgabe 3



Entferne den Knoten x aus der Warteschlange Q , füge ihn am Ende der Liste L der besuchten Knoten ein und füge alle seine noch nicht besuchten Nachbarn (sofern es solche gibt) *in alphabetischer Reihenfolge* in die Warteschlange Q ein.

(ein) Q (aus)	L
a	$\rightarrow a$
e, c, b	$\rightarrow b$
f, d, e, c	$\rightarrow c$
f, d, e	$\rightarrow e$
f, d	$\rightarrow d$
g, f	$\rightarrow f$
h, g	$\rightarrow g$
h	$\rightarrow h$
–	Q ist leer \rightarrow Ende

$L \Rightarrow a, b, c, e, d, f, g, h$

Aufgabe 4

Bestimme den Aufwand kumulativ aus den Teilen des Algorithmus.

(a) Da der Graph zusammenhängend ist, wird jeder Knoten, der sich noch nicht in der Liste L befindet, genau einmal

- der Liste L hinzugefügt
- ans Ende der Warteschlange Q gesetzt
- aus der Warteschlange Q entfernt

Der Aufwand dafür beträgt $c_1 \cdot |V|$.

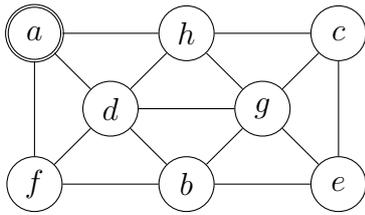
(b) Von jedem Knoten v müssen $\deg(v)$ Nachbarn getestet werden, ob sie bereits in L sind. Wegen

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2 \cdot |E|, \quad (\text{Satz über den Grad eines Graphen})$$

beträgt der Aufwand dafür $2 \cdot c_2 \cdot |E|$, wobei c_2 für den Aufwand steht, den nächsten Knoten in der Adjazenzliste aufzurufen und seinen Verarbeitungsstatus zu testen.

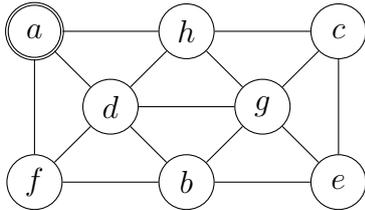
Gesamtaufwand: $O(c_1|V| + c_2|E|) = O(|V| + |E|)$.

Aufgabe 5



$\Rightarrow a, d, b, e, c, g, h, f$

Aufgabe 6



Entferne den Knoten x aus der Warteschlange Q , füge ihn am Ende der Liste L der besuchten Knoten ein und füge alle seine noch nicht besuchten Nachbarn (sofern es solche gibt) *in alphabetischer Reihenfolge* in die Warteschlange Q ein.

(ein) Q	(aus)	L
	a	$\rightarrow a$
	h, f, d	$\rightarrow d$
	g, b, h, f	$\rightarrow f$
	g, b, h	$\rightarrow h$
	c, g, b	$\rightarrow b$
	e, c, g	$\rightarrow g$
	e, c	$\rightarrow c$
	e	$\rightarrow e$
	-	Q ist leer \rightarrow Ende

$L \Rightarrow a, d, f, h, b, g, c, e$