

Stable Marriage Problem

Prüfungsvorbereitung

Aufgabe 1

Welche Voraussetzungen müssen beim *Stable Marriage Problem* erfüllt sein?

Aufgabe 1

- ▶ Zwei gleich grosse Gruppen von Frauen und Männern
- ▶ Jede Person muss jeder Personen des anderen Geschlechts einen eindeutigen Rang zuordnen (Prioritätenliste).

Aufgabe 2

Was ist ein *Matching* im *Stable Marriage Problem*?

Aufgabe 2

Eine Abbildung, die jeder Person des einen Geschlechts bijektiv (umkehrbar eindeutig) eine Person des anderen Geschlechts zuordnet.

Aufgabe 3

Wie viele Matchings sind beim *Stable Marriage Problem* mit 5 Frauen und 5 Männern grundsätzlich möglich?

Aufgabe 3

$$5! = 120$$

Aufgabe 4

Beschreibe, wann ein Matching im *Stable Marriage Problem* nicht stabil ist.

Aufgabe 4

Wenn es eine Frau f gibt, die ihren derzeitigen Partner m für einen anderen Mann m' verlassen würde, der wiederum bereit ist, seine derzeitige Partnerin f' für f zu verlassen.

(Aus Symmetriegründen kann der Sachverhalt auch aus der Sicht des Mannes m' beschrieben werden.)

Aufgabe 5

Ist die Paarung

$$P = \{(Alex, Ann), (Ben, Daisy), (Carl, Cora), (Dan, Betsy)\}$$

bezüglich der folgenden Prioritäten stabil? Begründe die Antwort.

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Alex	Cora	Daisy	Betsy	Ann
Ben	Daisy	Cora	Ann	Betsy
Carl	Cora	Daisy	Ann	Betsy
Dan	Cora	Ann	Daisy	Betsy

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Ann	Ben	Alex	Carl	Dan
Betsy	Ben	Dan	Alex	Carl
Cora	Dan	Carl	Alex	Ben
Daisy	Dan	Alex	Ben	Carl

Aufgabe 5

Prüfe Alex:

Aufgabe 5

Prüfe Alex:

- ▶ Alex würde sich für Daisy von Ann trennen und Daisy würde sich für Alex von Ben trennen.

Aufgabe 5

Prüfe Alex:

- ▶ Alex würde sich für Daisy von Ann trennen und Daisy würde sich für Alex von Ben trennen.

Prüfe Ben:

Aufgabe 5

Prüfe Alex:

- ▶ Alex würde sich für Daisy von Ann trennen und Daisy würde sich für Alex von Ben trennen.

Prüfe Ben:

- ▶ Ben möchte sich nicht trennen.

Aufgabe 5

Prüfe Alex:

- ▶ Alex würde sich für Daisy von Ann trennen und Daisy würde sich für Alex von Ben trennen.

Prüfe Ben:

- ▶ Ben möchte sich nicht trennen.

Prüfe Carl:

Aufgabe 5

Prüfe Alex:

- ▶ Alex würde sich für Daisy von Ann trennen und Daisy würde sich für Alex von Ben trennen.

Prüfe Ben:

- ▶ Ben möchte sich nicht trennen.

Prüfe Carl:

- ▶ Carl möchte sich nicht trennen.

Aufgabe 5

Prüfe Alex:

- ▶ Alex würde sich für Daisy von Ann trennen und Daisy würde sich für Alex von Ben trennen.

Prüfe Ben:

- ▶ Ben möchte sich nicht trennen.

Prüfe Carl:

- ▶ Carl möchte sich nicht trennen.

Prüfe Dan:

Aufgabe 5

Prüfe Alex:

- ▶ Alex würde sich für Daisy von Ann trennen und Daisy würde sich für Alex von Ben trennen.

Prüfe Ben:

- ▶ Ben möchte sich nicht trennen.

Prüfe Carl:

- ▶ Carl möchte sich nicht trennen.

Prüfe Dan:

- ▶ Dan würde sich für Cora von Betsy trennen und Cora würde sich für Dan von Carl trennen.

Aufgabe 5

Prüfe Alex:

- ▶ Alex würde sich für Daisy von Ann trennen und Daisy würde sich für Alex von Ben trennen.

Prüfe Ben:

- ▶ Ben möchte sich nicht trennen.

Prüfe Carl:

- ▶ Carl möchte sich nicht trennen.

Prüfe Dan:

- ▶ Dan würde sich für Cora von Betsy trennen und Cora würde sich für Dan von Carl trennen.
- ▶ Dan würde sich für Daisy von Betsy trennen und Daisy würde sich für Dan von Ben trennen.

Aufgabe 5

Prüfe Alex:

- ▶ Alex würde sich für Daisy von Ann trennen und Daisy würde sich für Alex von Ben trennen.

Prüfe Ben:

- ▶ Ben möchte sich nicht trennen.

Prüfe Carl:

- ▶ Carl möchte sich nicht trennen.

Prüfe Dan:

- ▶ Dan würde sich für Cora von Betsy trennen und Cora würde sich für Dan von Carl trennen.
- ▶ Dan würde sich für Daisy von Betsy trennen und Daisy würde sich für Dan von Ben trennen.

Da es mindestens ein instabiles Paar gibt, ist die Paarung instabil.

Aufgabe 6

Finde eine stabiles Matching mit dem Verfahren von Gale-Shaply, wenn die Anträge von den Männern ausgehen.

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Alex	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Ben	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Carl	Ann	Daisy	Betsy	Cora
Dan	Betsy	Cora	Ann	Daisy

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Ann	Ben	Carl	Dan	Alex
Betsy	Carl	Dan	Alex	Ben
Cora	Carl	Alex	Ben	Dan
Daisy	Alex	Dan	Ben	Carl

Aufgabe 6

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Alex	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Ben	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Carl	Ann	Daisy	Betsy	Cora
Dan	Betsy	Cora	Ann	Daisy

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Ann	Ben	Carl	Dan	Alex
Betsy	Carl	Dan	Alex	Ben
Cora	Carl	Alex	Ben	Dan
Daisy	Alex	Dan	Ben	Carl

Queue: Alex Ben Carl Dan

Aufgabe 6

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Alex	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Ben	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Carl	Ann	Daisy	Betsy	Cora
Dan	Betsy	Cora	Ann	Daisy

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Ann	Ben	Carl	Dan	Alex
Betsy	Carl	Dan	Alex	Ben
Cora	Carl	Alex	Ben	Dan
Daisy	Alex	Dan	Ben	Carl

Queue: Alex Ben Carl Dan

Alex + Betsy

Aufgabe 6

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Alex	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Ben	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Carl	Ann	Daisy	Betsy	Cora
Dan	Betsy	Cora	Ann	Daisy

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Ann	Ben	Carl	Dan	Alex
Betsy	Carl	Dan	Alex	Ben
Cora	Carl	Alex	Ben	Dan
Daisy	Alex	Dan	Ben	Carl

Queue: Alex Ben Carl Dan

Alex + Betsy

Aufgabe 6

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Alex	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Ben	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Carl	Ann	Daisy	Betsy	Cora
Dan	Betsy	Cora	Ann	Daisy

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Ann	Ben	Carl	Dan	Alex
Betsy	Carl	Dan	Alex	Ben
Cora	Carl	Alex	Ben	Dan
Daisy	Alex	Dan	Ben	Carl

Queue: Alex Ben Carl Dan

Alex + Betsy

Ben + Daisy

Aufgabe 6

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Alex	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Ben	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Carl	Ann	Daisy	Betsy	Cora
Dan	Betsy	Cora	Ann	Daisy

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Ann	Ben	Carl	Dan	Alex
Betsy	Carl	Dan	Alex	Ben
Cora	Carl	Alex	Ben	Dan
Daisy	Alex	Dan	Ben	Carl

Queue: Alex Ben Carl Dan

Alex + Betsy

Ben + Daisy

Carl + Ann

Aufgabe 6

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Alex	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Ben	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Carl	Ann	Daisy	Betsy	Cora
Dan	Betsy	Cora	Ann	Daisy

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Ann	Ben	Carl	Dan	Alex
Betsy	Carl	Dan	Alex	Ben
Cora	Carl	Alex	Ben	Dan
Daisy	Alex	Dan	Ben	Carl

Queue: Alex Ben Carl Dan Alex

~~Alex~~ ~~Ben~~ ~~Carl~~ ~~Dan~~ ~~Alex~~

Ben + Daisy

Carl + Ann

Dan + Betsy

Aufgabe 6

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Alex	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Ben	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Carl	Ann	Daisy	Betsy	Cora
Dan	Betsy	Cora	Ann	Daisy

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Ann	Ben	Carl	Dan	Alex
Betsy	Carl	Dan	Alex	Ben
Cora	Carl	Alex	Ben	Dan
Daisy	Alex	Dan	Ben	Carl

Queue: ~~Alex~~ ~~Ben~~ ~~Carl~~ ~~Dan~~ Alex Ben

~~Alex~~ // ~~Betsy~~

~~Ben~~ // ~~Daisy~~

Carl + Ann

Dan + Betsy

Alex + Daisy

Aufgabe 6

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Alex	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Ben	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Carl	Ann	Daisy	Betsy	Cora
Dan	Betsy	Cora	Ann	Daisy

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Ann	Ben	Carl	Dan	Alex
Betsy	Carl	Dan	Alex	Ben
Cora	Carl	Alex	Ben	Dan
Daisy	Alex	Dan	Ben	Carl

Queue: Alex Ben Carl Dan Alex Ben Carl

~~Alex~~ // ~~Betsy~~

~~Ben~~ // ~~Daisy~~

~~Carl~~ // ~~Ann~~

Dan + Betsy

Alex + Daisy

Ben + Ann

Aufgabe 6

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Alex	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Ben	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Carl	Ann	Daisy	Betsy	Cora
Dan	Betsy	Cora	Ann	Daisy

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Ann	Ben	Carl	Dan	Alex
Betsy	Carl	Dan	Alex	Ben
Cora	Carl	Alex	Ben	Dan
Daisy	Alex	Dan	Ben	Carl

Queue: Alex Ben Carl Dan Alex Ben Carl

~~Alex~~ // ~~Betsy~~

~~Ben~~ // ~~Daisy~~

~~Carl~~ // ~~Ann~~

Dan + Betsy

Alex + Daisy

Ben + Ann

Aufgabe 6

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Alex	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Ben	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Carl	Ann	Daisy	Betsy	Cora
Dan	Betsy	Cora	Ann	Daisy

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Ann	Ben	Carl	Dan	Alex
Betsy	Carl	Dan	Alex	Ben
Cora	Carl	Alex	Ben	Dan
Daisy	Alex	Dan	Ben	Carl

Queue: Alex Ben Carl Dan Alex Ben Carl Dan

~~Alex~~ // ~~Betsy~~

~~Ben~~ // ~~Daisy~~

~~Carl~~ // ~~Ann~~

~~Dan~~ // ~~Betsy~~

Alex + Daisy

Ben + Ann

Carl + Betsy

Aufgabe 6

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Alex	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Ben	Betsy	Daisy	Ann	Cora
Carl	Ann	Daisy	Betsy	Cora
Dan	Betsy	Cora	Ann	Daisy

	1. Priorität	2. Priorität	3. Priorität	4. Priorität
Ann	Ben	Carl	Dan	Alex
Betsy	Carl	Dan	Alex	Ben
Cora	Carl	Alex	Ben	Dan
Daisy	Alex	Dan	Ben	Carl

Queue: Alex Ben Carl Dan Alex Ben Carl Dan

~~Alex~~ // ~~Betsy~~

~~Ben~~ // ~~Daisy~~

~~Carl~~ // ~~Ann~~

~~Dan~~ // ~~Betsy~~

Alex + Daisy

Ben + Ann

Carl + Betsy

Dan + Cora

Aufgabe 7

Lässt sich mit Hilfe des Algorithmus von Gale-Shapley immer ein stabiles Matching finden?

Aufgabe 7

Ja

Aufgabe 8

In welcher Hinsicht ist das stabile Matching, das mit dem Gale-Shapley-Algorithmus gefunden wird optimal?

Aufgabe 8

Das stabile Matching ist optimal aus der Sicht der Antragsteller.

Aufgabe 9

Nenne mindestens zwei weitere reale Anwendungen, die mit dem Stable Marriage Problem verwandt sind.

Aufgabe 9

- ▶ *National Resident Matching Program*: Zuordnung von Medizinstudenten auf Praktikumsplätze an Amerikanischen Universitätskliniken.
- ▶ *New York City's High School Application Process*: Matching zwischen Schulen und Schülern mit jeweiligen Prioritäten (Ortsnähe, Geschwister, Fächerprofil, ...).
- ▶ *Content delivery Networks*: Matching zwischen Webclients und Webservern, wobei das Prioritätskriterium aus kurzen Antwortzeiten besteht.