Aufgabe 1

(a) $A + B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 1 \\ 4 & 0 & 10 \end{pmatrix}$

(b) $B + A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 1 \\ 4 & 0 & 10 \end{pmatrix}$

(c) $5A = \begin{pmatrix} 10 & 20 & 0 \\ 40 & 10 & 30 \end{pmatrix}$

(d) $3A - 2B = \begin{pmatrix} -1 & -4 & -2 \\ 12 & 5 & -5 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2

(a) $A^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

(b) $B^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3

(a) (3×3)-Einheitsmatrix

(b) (2×3)-Nullmatrix

(c) symmetrische (3×3)-Matrix

Aufgabe 4

Aufgabe 5

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 2 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 & 58 \\ 29 & 63 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 6

$$\begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 7 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 9 \\ 1 & 5 & 9 \\ 0 & 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 45 & 57 \\ 0 & 30 & 18 \\ 7 & 50 & 72 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 7

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 5 & 8 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 8 & 6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 & 6 \\ 102 & 60 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 8

Das Produkt einer $n \times n$ mit einer $n \times n$-Matrix ergibt eine $n \times n$ Matrix. Somit müssen n^2 Elemente bestimmt werden.

Bei jeder dieser n^2 Berechnungen müssen die Elemente von n Zeilenvektoren und n Spaltenvektoren

- der Matrix entnommen $[O(2n) = O(n)]$,
- paarweise multipliziert $[O(2n) = O(n)]$ und die Produkte
- addiert $[O(n-1) = O(n)]$

werden. Dies ergibt einen Aufwand der Grösse $O(n)$.

Also beträgt die gesamte Laufzeitkomplexität $O(n^2 \cdot n) = O(n^3)$.

Aufgabe 9

Zwei $(m \times n)$-Matrizen werden elementweise subtrahiert.

- Es werden $m \cdot n$ Elemente aus A und B gelesen, $[2 \cdot c_1 \cdot mn]$
- Die $m \cdot n$ Elementpaare werden subtrahiert, $[c_2 \cdot mn]$
- und in eine Liste von Listen mit m Zeilen und n Spalten gespeichert. $[c_3 \cdot mn]$

Insgesamt: $T(m, n) = (2c_1 + c_2 + c_3) \cdot mn$

Laufzeitkomplexität: $\mathcal{O}(mn)$

Aufgabe 10

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 11

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 12

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Bemerkung: Die Matrix muss aus naheliegenden Gründen *symmetrisch* sein; d.h. es gilt $A_{ij} = A_{ji}$ für alle $i, j = 1, 2, 3, 4, 5$.