Die Konstruktion der Collatz-Folge

(1) Wähle eine natürliche Zahl $n > 0$.

(2) Berechne aus n die nächste Zahl:

  (a) Ist n gerade: $n/2 \to n$.

  (b) Ist n ungerade: $3n + 1 \to n$.

(3) Wiederhole (2) mit der neuen Zahl.

Beispiel 1

Startwert: $n = 5$, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...

Beispiel 2

Startwert: $n = 3$, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

Beispiel 3

Startwert: $n = 7$, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

Die Collatz-Vermutung

Für jedes $n \in \mathbb{N}$ endet die Collatz-Folge im Zyklus 4, 2, 1.

Sie wurde als erstes von Lothar Collatz (1910–1990) formuliert.

Der Status der Collatz-Vermutung

Bis heute (6. März 2020) konnte sie weder bewiesen noch wiederlegt werden.

Die Modulo-Funktion

Für $x \in \mathbb{R}$ definieren wir

$$\lfloor x \rfloor := \max\{k \in \mathbb{Z} \colon k \leq x\} \quad \text{(Abrundungsfunktion)}$$

und für $n \in \mathbb{N}_0$ und $m \in \mathbb{N}$:

$$\operatorname{mod}(n, m) := n - \left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor \cdot m \quad \text{(Divisionsrest, Modulus)}$$

Beispiel 4

(a) $\lfloor 2.7 \rfloor = 2$

(b) $\lfloor 19 \rfloor = 19$

(c) $\lfloor -4.3 \rfloor = -5$

(d) $\lfloor -26 \rfloor = -26$

Beispiel 5

(a) $\text{mod}(17, 3) = 2$

(b) $\text{mod}(8, 5) = 3$

(c) $\text{mod}(4, 7) = 4$

(d) $\text{mod}(12, 2) = 0$

(e) $\text{mod}(11, 2) = 1$

(f) $\text{mod}(0, 2) = 0$

(g) $\text{mod}(1234, 10) = 4$

Ein Programm für den TI-84+

```
PROGRAM:COLLATZ
:Prompt N
:While N≠1
:If remainder(N,2)=0
:Then
:N/2→N
:Else
:3*N+1→N
:End
:Disp N
:End
```

```
Prompt      prgm/IO/2:Prompt
While       prgm/CTL/5:While
If          prgm/CTL/1:If
remainder(  math/NUM/0:remainder(
Then        prgm/CTL/2:Then
Else        prgm/CTL/3:Else
End         prgm/CTL/7:End
Disp        prgm/IO/3:Disp
```