

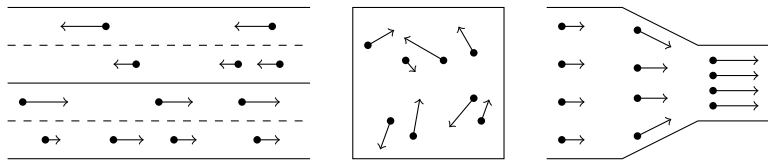
# Das Nagel-Schreckenberg-Modell

## 1 Verkehrsflussmodelle

### Worum geht es?

Bei Verkehrsflussmodellen versucht man mit mathematischen Methoden die Prinzipien von Verkehrsflüssen zu beschreiben.

Da sich auf Strassen und Autobahnen sowie in Fussgängerzonen in der Regel viele sich bewegende Objekte befinden, haben wir es mit Situationen zu tun, die teilweise mit denen in der kinetische Gastheorie oder in der Strömungslehre vergleichbar sind.



### Modellklassen

- *Makroskopische Modelle* erfassen die Verkehrsflüsse mittels makroskopisch messbarer Werte wie die Verkehrsdichte, den Verkehrsfluss oder die mittlere Geschwindigkeit.
- *Mikroskopische Modelle* erfassen die Verkehrsflüsse mit Hilfe von Einzelfahrzeugdaten (Ort, Zeit, Geschwindigkeit).

Beschaffung der Daten via:

- *Querschnittsmessungen* (Induktionsschleifen)
- *Video-Aufzeichnungen* (Luftaufnahmen)
- *Floating Cars*

### Aggregierte Grössen

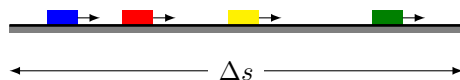
Mit  $n$ : Anzahl der Autos (Fahrzeuge)  
 $\Delta s$ : Wegstrecke  
 $\Delta t$ : Zeitspanne  
 $v_i$ : Geschwindigkeit des  $i$ -ten Autos

lassen sich folgende Grössen der Verkehrsmessung definieren:

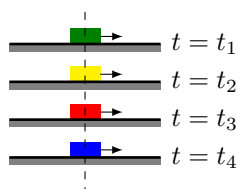
- Verkehrsdichte:  $\rho = \frac{n}{\Delta s}$
- Verkehrsfluss:  $J = \frac{n}{\Delta t}$
- Verkehrsgeschwindigkeit:  $v = \frac{1}{n} \sum_{i=1} v_i$  (räumlich)

## Räumliche und zeitlicher Verkehrsgeschwindigkeit

*räumliche Verkehrsgeschwindigkeit:* Durchschnittsgeschwindigkeit aller Fahrzeuge, die sich zum Zeitpunkt  $t = t_0$  auf einem Streckenabschnitt der Länge  $\Delta s$  befinden.



*zeitlichen Verkehrsgeschwindigkeit:* Durchschnittsgeschwindigkeit aller Fahrzeuge, die innerhalb eines Zeitintervalls  $\Delta t$  einen bestimmten Ort  $s = s_0$  passieren.



### Frage 1

Auf dem rechten Fahrstreifen einer Autobahn befinden sich auf einem Streckenabschnitt von einem Kilometer Länge durchschnittlich 5 Fahrzeuge mit einer konstanten Geschwindigkeit von  $100 \text{ km h}^{-1}$ .

Auf dem linken Fahrstreifen (Überholspur) befinden sich auf dem gleichen Streckenabschnitt im Mittel 4 Fahrzeuge mit einer konstanten Geschwindigkeit von  $120 \text{ km h}^{-1}$ .

Berechne die räumliche und zeitliche Verkehrsgeschwindigkeit, wenn keine Überholmanöver stattfinden.

räumliche Verkehrsgeschwindigkeit:

$$\bar{v}_1 = \frac{5 \cdot 100 \text{ km h}^{-1} + 4 \cdot 120 \text{ km h}^{-1}}{9} = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

zeitliche Verkehrsgeschwindigkeit: (Fahrzeuge/h)

$$100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 5 \frac{\text{Autos}}{\text{km}} = 500 \frac{\text{Autos}}{\text{h}} \quad \text{mit } v = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$120 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 4 \frac{\text{Autos}}{\text{km}} = 480 \frac{\text{Autos}}{\text{h}} \quad \text{mit } v = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\bar{v}_2 = \frac{500 \cdot 100 \text{ km h}^{-1} + 480 \cdot 120 \text{ km h}^{-1}}{980} = 109.8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$\bar{v}_2$  ist systematisch höher als  $\bar{v}_1$ .

## Die „hydrodynamische“ Formel

Ein Auto, das mit der konstanten Geschwindigkeit  $v$  fährt, legt in der Zeitspanne  $\Delta t$  folgende Wegstrecke zurück:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t$$

In einem Strassenabschnitt dieser Länge, befinden sich entsprechend dem Ausdruck für die Verkehrsdichte:

$$n = \varrho \cdot \Delta t = \varrho \cdot v \cdot \Delta t$$

Damit können wir den Verkehrsfluss anders darstellen:

$$J = \frac{n}{\Delta t} = \frac{\varrho \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t} = v \cdot \varrho$$

## Aufgabe 2

An einen Kontrollpunkt eines Autobahnabschnitts kommt im Durchschnitt alle 5 Sekunden ein Auto mit einer mittleren Geschwindigkeit von 108 km/h vorbei. Schätze Verkehrsfluss und Verkehrsdichte.

$$\text{Verkehrsfluss: } J = \frac{1}{5 \text{ s}} = 0.2 \text{ s}^{-1}$$

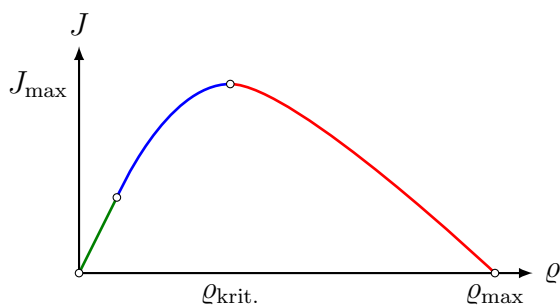
$$v = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 108 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$J = v \cdot \varrho \quad \Rightarrow \quad \varrho = \frac{J}{v}$$

$$\text{Verkehrsdichte: } \varrho = \frac{0.2 \text{ s}^{-1}}{30 \text{ m s}^{-1}} = 0.00667 \frac{1}{\text{m}}$$

## Das Fundamentaldiagramm des Verkehrsflusses

Die folgende Form des Fundamentaldiagramms beschreibt den Verkehrsfluss  $J$  in Abhängigkeit der Verkehrsdichte  $\varrho$ .



## Das Nagel-Schreckenberg-Model

Das Nagel-Schreckenberg-Modell ist ein mikroskopisches Modell auf der Basis zellulärer Automaten zur Simulation der Verkehrsdichte auf einspurigen Strassen ohne Unfälle.

Das Modell wurde von den Festkörperphysikern Kai Nagel und Michael Schreckenberg im Jahr 1992 formuliert.

Kai Nagel, Michael Schreckenberg. A cellular automaton model for freeway traffic. Journal de Physique I, EDP Sciences, 1992, 2 (12), pp. 2221–2229.

### Das Modell

Eine Strasse besteht aus einer Folge von Zellen, die entweder ein Fahrzeug enthalten oder nicht. Jedes Fahrzeuge hat eine ganzzahlige Geschwindigkeit  $v$  mit  $0 \leq v \leq v_{\max}$ .



Folgende Schritte werden parallel für jedes Fahrzeug ausgeführt:

- *Beschleunigen:* Ein Fahrzeug erhöht es seine Geschwindigkeit  $v$  um 1, falls es  $v_{\max}$  noch nicht erreicht hat.
- *Abbremsen:* Ein Fahrzeug mit dem Abstand  $d$  zum Vorgänger verringert seine Geschwindigkeit  $v$  auf  $d - 1$ , falls  $v \geq d$ .
- *Trödeln:* Ein (fahrendes) Fahrzeug reduziert mit der Wahrscheinlichkeit  $p$  seine Geschwindigkeit um 1.
- *Bewegen:* Jedes Fahrzeug rückt um  $v$  Zellen vor.

Im Originalartikel werden folgenden Annahmen gemacht:

- Länge einer Zelle: 7.5 m
- $v_{\max} = 5$  Zellen/s
- Dauer eines Schritts: 1 s

### Aufgabe 3

Leite die reale Maximalgeschwindigkeit in km/h aus den obigen Modellparametern ab.

$$v_{\max} = 5 \cdot 7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 37.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 37.5 \cdot 3.6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 135 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

## Beispiel

Rundkurs mit  $v_{\max} = 5$  und Trödelwahrscheinlichkeit  $p = 0.35$ :

3				1	2				5						4
---	--	--	--	---	---	--	--	--	---	--	--	--	--	--	---

Beschleunigen:

4				2	3				5						5
---	--	--	--	---	---	--	--	--	---	--	--	--	--	--	---

Abbremsen:

3				1	3				5						2
---	--	--	--	---	---	--	--	--	---	--	--	--	--	--	---

Trödeln: (Zufallszahlen: 0.42, 0.13, 0.09, 0.73, 0.36, ...)

3				0	2				5						2
---	--	--	--	---	---	--	--	--	---	--	--	--	--	--	---

Bewegen:

2				3	0				2						5
---	--	--	--	---	---	--	--	--	---	--	--	--	--	--	---