

**Aufgabe 2.1**

(a) 
$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2xy^3 - \frac{1}{y} + y \cos(xy)$$

(b) 
$$\frac{\partial f}{\partial y} = 3x^2y^2 + \frac{x}{y^2} + x \cos(xy)$$

(c) 
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2y^3 - y^2 \sin(xy)$$

(d) 
$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 6x^2y - \frac{2x}{y^3} - x^2 \sin(xy)$$

(e) 
$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 6xy^2 + \frac{1}{y^2} + \cos(xy) - xy \sin(xy)$$

(f) 
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 6xy^2 + \frac{1}{y^2} + \cos(xy) - xy \sin(xy)$$

**Aufgabe 2.2**

Die Steigungen in  $x$ - und in  $y$ -Richtung müssen Null sein.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y - 5 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -x + 4y + 6 = 0 \quad (2)$$

Das Gleichungssystem aus (1) und (2) hat die Lösung  $(2, -1)$ .

**Aufgabe 2.3**

Die Steigungen in  $x$ - und in  $y$ -Richtung müssen Null sein.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 - 12 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -3y^2 + 3 = 0 \quad (2)$$

Das Gleichungssystem aus (1) und (2) hat die Lösungen  $(2, 1)$ ,  $(-2, 1)$ ,  $(2, -1)$ ,  $(-2, -1)$

**Aufgabe 2.4**

$$y'' + x^2 + xy = 0$$

gewöhnliche, lineare, inhomogene DGL 2. Ordnung

### Aufgabe 2.5

$$y^{(5)} = y$$

gewöhnliche lineare homogene DGL 5. Ordnung mit konstanten Koeffizienten in expliziter Form

### Aufgabe 2.6

$$x^2 y' + xy = 0$$

gewöhnliche lineare homogene DGL 1. Ordnung

### Aufgabe 2.7

$$(y'')^2 - 5x + \frac{1}{y} = 0$$

gewöhnliche nichtlineare DGL 2. Ordnung

### Aufgabe 2.8

$$y^{(4)} = 5y^{(3)} - 4xy'' + y - 1$$

gewöhnliche, explizite, lineare und inhomogene DGL 4. Ordnung

### Aufgabe 2.9

- (a)  $y(x) = \frac{1}{2}x^2 + \sin x + C$  und  
 $y'(x) = x + \cos x$  in die DGL einsetzen:  
 $x + \cos x = x + \cos x$  für alle  $x \in \mathbb{R}$

- (b)  $y(x) = Ce^{x^2}$   
 $y'(x) = 2xCe^{x^2}$  in die DGL einsetzen:  
 $2xCe^{x^2} = 2xCe^{x^2}$  für alle  $x \in \mathbb{R}$

- (c)  $y(x) = C_1x + C_2x^2$   
 $y'(x) = C_1 + 2xC_2$   
 $y''(x) = 2C_2$  in die DGL einsetzen:  
 $x^2 \cdot 2C_2 - 2x(C_1 + 2xC_2) + 2(C_1x + C_2x^2)$   
 $= 2C_2x^2 - 2C_1x - 4C_2x^2 + 2C_1x + 2C_2x^2 = 0$

### Aufgabe 2.10

- (a) Ansatz:  $y = e^{rx}$   
 $y' = r e^{rx}$

in die DGL einsetzen: