Aufgabe 1.1

(a) $A(t_1) = \dfrac{G}{1 + aG\mathrm{e}^{-cGt_1}} = A_1$

$G = 20\,\mathrm{cm}^2,\ c = 0.02,\ t_1 = 10\,\mathrm{h},\ A_1 = 8\,\mathrm{cm}^2;\ a = ?$

$$G = A_1 + A_1 aG\mathrm{e}^{-cGt}$$

$$\frac{G - A_1}{GA_1} = a\mathrm{e}^{-cGt}$$

$$a = \frac{G - A_1}{GA_1} \cdot \mathrm{e}^{cGt}$$

$$a \approx 4.095$$

$$A(t) = \frac{20}{1 + 81.897 \cdot \mathrm{e}^{-0.4t}}$$

(b) $A(t_2) = \dfrac{G}{1 + aG\mathrm{e}^{-cGt_2}} = A_2$

$G = 20\,\mathrm{cm}^2,\ c = 0.02,\ a = 4.095,\ A_2 = 0.1\,\mathrm{cm}^2;\ t_2 = ?$

$$A_2 + A_2 \cdot aG\mathrm{e}^{-cGt} = G$$

$$\mathrm{e}^{-cGt} = \frac{G - A_2}{A_2 \cdot aG}$$

$$-cGt = \ln \frac{G - A_2}{A_2 \cdot aG}$$

$$cGt = \ln \frac{A_2 \cdot aG}{G - A_2}$$

$$t = \frac{1}{cG} \cdot \ln \frac{A_2 \cdot aG}{G - A_2}$$

$$t \approx -2.22\,\mathrm{h}$$

Aufgabe 1.2

(a)
- Die Existenz einer Sättigungsgrenze: Mehr Menschen als in einer Population bzw. auf der Welt können nicht angesteckt werden.
- Ein selbsthemmender Effekt: Die Zunahme der an Grippe Erkrankten bewirkt früher oder später eine Abnahme der Anzahl der Neuifizierten.

(b) $y(0) = \dfrac{G}{1 + aG} = y_0$

$G = 100\,000\,\text{Einwohner},\ y_0 = 100\,\text{Einwohner};\ a = ?$

$$G = y_0 + y_0 aG$$

$$a = \frac{G - y_0}{y_0 G}$$

$$a = 0.0099$$

$$y(t_1) = \frac{G}{1 + aG\mathrm{e}^{-cGt_1}} = y_1$$

$G = 10^5\,\text{EW},\ a = 0.00999,\ t_1 = 1\,\text{Woche},\ y_1 = 250\,\text{EW};\ c = ?$

$$G = y_1 + y_1 aG\mathrm{e}^{-cGt_1}$$

$$\frac{G - y_1}{y_1 aG} = \mathrm{e}^{-cGt_1}$$

$$\ln\frac{G - y_1}{y_1 aG} = -cGt_1$$

$$\ln\frac{y_1 aG}{G - y_1} = cGt_1$$

$$c = \frac{1}{Gt_1}\ln\frac{y_1 aG}{G - y_1}$$

$$c \approx 9.178 \cdot 10^{-6}$$

$$y(5) = \frac{10^5}{1 + 0.00999 \cdot 10^5\mathrm{e}^{-9.178\cdot 10^{-6}\cdot 10^5\cdot 5}}$$

$$= \frac{10^5}{1 + 999\mathrm{e}^{-4.589}} \approx 8966\,\text{Personen}$$