

**Aufgabe 6.1**

Handelt es sich bei der gegebenen Matrix um eine Elementarmatrix? Wenn ja, welche Zeilenoperation stellt sie dar?

(a) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(b) 
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(c) 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 6.2**

Bestimme mit elementaren Zeilenumformungen die Inverse  $A^{-1}$  der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -3 & 4 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

oder stelle fest, dass  $A$  nicht invertierbar ist.

**Aufgabe 6.3**

Bestimme mit elementaren Zeilenumformungen die Inverse  $A^{-1}$  der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -3 \\ -1 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 4 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

oder stelle fest, dass  $A$  nicht invertierbar ist.

**Aufgabe 7.1**

Gib die Matrix der Abbildung an, die einen Punkt  $P(x, y) \dots$

- (a) an der Geraden  $y = x$  spiegelt,
- (b) um  $90^\circ$  um den Ursprung dreht,
- (c) senkrecht auf die  $x$ -Achse projiziert,
- (d) um den Vektor  $\vec{v} = (3, -2)^\top$  verschiebt.

Verwende, falls nötig, Matrizen für homogene Koordinaten.

**Aufgabe 7.2**

Gib die Matrix der Abbildung an, die einen Punkt  $P$  in der Ebene an der Geraden  $y = 3$  spiegelt. Verwende, falls nötig, Matrizen für homogene Koordinaten.

### Aufgabe 7.3

Gib die Matrix der Abbildung an, die einen Punkt  $P$  mit dem Faktor  $k = 3$  am Zentrum  $Z(-2, 5)$  streckt. Verwende, falls nötig, Matrizen für homogene Koordinaten.

### Aufgabe 8.1

Bestimme die Determinante der Matrix durch „Hinsehen“.

$$(a) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & -2 \\ 2 & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 8.2

Berechne die Determinante der Matrix  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 \\ -3 & 2 & 0 & 4 \\ -2 & 5 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$  mittels elementarer Zeilenumformungen.

### Aufgabe 8.3

Bestimme die Determinante der Matrix  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ .

### Aufgabe 8.4

Für zwei invertierbare  $4 \times 4$ -Matrizen  $A$  und  $B$  gilt  $\det A = -2$  und  $\det B = 3$ . Bestimme

$$(a) \det A^T$$

$$(c) \det A^{-1}$$

$$(b) \det 3A$$

$$(d) \det AB$$

### Aufgabe 8.5

Berechne und vereinfache die Determinante von  $A = \begin{pmatrix} a & b & 1 \\ b & 0 & a \\ 1 & a & b \end{pmatrix}$ .

### Aufgabe 8.6

Berechne die Determinante von

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & b & 0 \\ 0 & b & 0 & a \\ b & a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & b & 1 \end{pmatrix}$$

mit der Kofaktorregel und vereinfache das Resultat.

### Aufgabe 8.7

Bestimme den Wert des Parameters  $t$  so, dass die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & t & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ t & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

regulär ist.