

**Aufgabe 6.1**

Welche der folgenden Matrizen sind Elementarmatrizen?

$$\begin{array}{lll}
 \text{(a)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} & \text{(b)} \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} & \text{(c)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \\
 \text{(d)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{(e)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \text{(f)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

**Aufgabe 6.2**

Man bestimme eine Zeilenoperation, welche die gegebene Elementarmatrix in eine Einheitsmatrix umwandelt.

$$\text{(a)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{(b)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{(c)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 6.3**

Bestimme zu

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & -7 & -1 \\ 8 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 5 \\ 2 & -7 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & -7 & -1 \\ 2 & -7 & 3 \end{pmatrix}$$

Elementarmatrizen  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  und  $E_4$  mit

$$\text{(a)} E_1 A = B \quad \text{(b)} E_2 B = A \quad \text{(c)} E_3 A = C \quad \text{(d)} E_4 C = A$$

**Aufgabe 6.4**

Berechne mit dem Verfahren aus der Theorie die Inverse der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

oder zeige, dass  $A$  nicht invertierbar ist.

**Aufgabe 6.5**

Berechne mit dem Verfahren aus der Theorie die Inverse der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 4 \\ 2 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

oder zeige, dass  $A$  nicht invertierbar ist.

### Aufgabe 6.6

Berechne mit dem Verfahren aus der Theorie die Inverse der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 2 & 4 & -3 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

oder zeige, dass  $A$  nicht invertierbar ist. Verwende

### Aufgabe 6.7

Gegeben ist

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$$

- (a) Bestimme Elementarmatrizen  $E_1, E_2, \dots$  so dass  $\dots E_2 E_1 A = I$ .
- (b) Stelle  $A^{-1}$  als Produkt von Elementarmatrizen dar.
- (c) Stelle  $A$  als Produkt von Elementarmatrizen dar.

### Aufgabe 6.8

Zeige, dass die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & e & 0 \\ 0 & 0 & f & 0 & g \\ 0 & 0 & 0 & h & 0 \end{pmatrix}$$

nicht invertierbar ist.