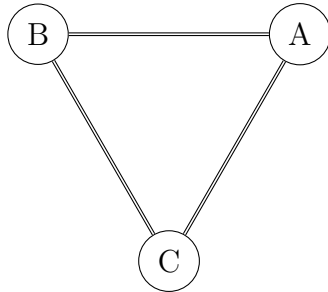


Aufgabe 4.1

Ein Hamster lagert Vorräte (Körner) in verschiedenen Kammern, die durch Gänge verbunden sind.



Jeden Tag verschiebt der Hamster Teile der Vorräte zwischen den Kammern. Und zwar nach folgendem gleichbleibenden Muster:

- Aus Kammer A werden 50% in Kammer B und 30% in Kammer C verfrachtet.
- Aus Kammer B werden 10% in Kammer A und 40% in Kammer C gebracht.
- Aus Kammer C werden 20% in Kammer A und 20% in Kammer B verfrachtet.

Wie viele Gramm Körner befinden sich nach 50 Tagen in jeder Kammer, wenn wir von der (unrealistischen) Annahme ausgehen, dass der Hamster keine der transportierten Körner isst und dass sich anfänglich in jeder Kammer 200 Gramm Körner befinden.

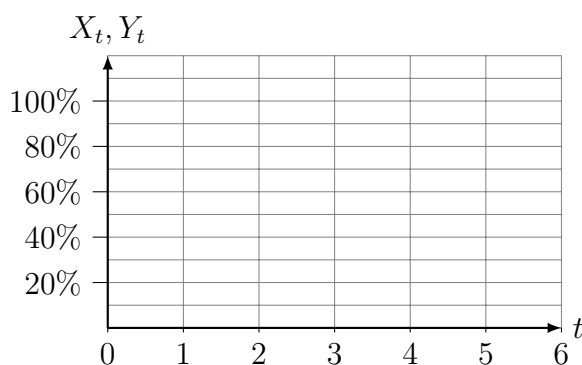
Aufgabe 4.2

Bei einer (gedachten) chemischen Reaktion zwischen Molekülen X und Molekülen Y reagieren pro Zeiteinheit

- 20% der Moleküle X zu Molekülen Y ,
- 30% der Moleküle Y zu Molekülen X

Die Anfangskonzentrationen betragen $X_0 = 100\%$ und $Y_0 = 0\%$.

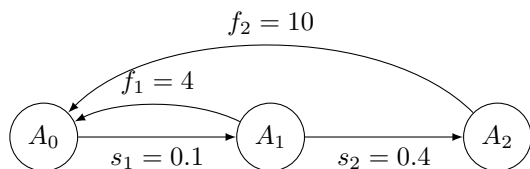
- (a) Beschreibe diese chemische Reaktion quantitativ in Form eines Gleichungssystems und gib die zugehörige Übergangsmatrix an.
- (b) Stelle die Konzentrationen nach 1, 2, 3, 4 und 5 Zeiteinheiten im folgenden Koordinatensystem dar.



- (b) Bei welchen Konzentrationen stellt sich ein dynamisches Gleichgewicht ein?

Aufgabe 4.3

Eine Population entwickelt sich in mehreren Altersstufen A_0, A_1, \dots, A_n , wobei die Wahrscheinlichkeit, dass ein Individuum die nächste Altersstufe i erreicht mit s_i (*survival rate*) bezeichnet wird ($1 \leq i \leq n$). Darüber hinaus bringt jede Altersgruppe A_i ($i > 0$) einen Anteil neuer Individuen hervor, der mit f_i (*fertility rate*) bezeichnet wird. (Populationsmodell von Lewis und Leslie)



- (a) Stelle die Übergangsmatrix für Populationsentwicklung dar.
- (b) Wie entwickelt sich eine Anfangsverteilung $(x_0, x_1, x_2)^T$ auf lange Sicht?
- (c) Wie gross müsste die Fertilitätsrate f_1 sein, damit die Populationsentwicklung langfristig stabil bleibt?