

Wenn nichts anderes vermerkt, liegen die Hyperbelachsen auf den Koordinatenachsen.

Aufgabe 1

Bestimme die Gleichungen der Hyperbeln und ihrer Asymptoten:

- (a) $a = 3, b = 2$
- (b) $b = 3, c = 4$
- (c) $P(4, 0)$ und $Q(5, 3)$ liegen auf der Hyperbel.
- (d) Brennpunkt $F_1(8, 0)$, grosse Halbachse $a = 6$

Aufgabe 2

In welchen Punkten schneiden sich die Hyperbeln mit den Gleichungen

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{64} = 1 \quad \text{und} \quad x^2 - \frac{y^2}{4} = 1?$$

Aufgabe 3

Die Zahl $\varepsilon = c/a$ mit $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ nennt man die *numerische Exzentrizität* der Hyperbel mit den Halbachsenlängen a und b . Zeige, dass für jede Hyperbel gilt: $\varepsilon > 1$.

Aufgabe 4

In welchen Punkten hat die Tangente an die Hyperbel $25x^2 - 9y^2 = 225$ die Steigung $m = 1$?

Aufgabe 5

Die Gerade $t: y = \frac{4}{3}x - \frac{7}{3}$ berührt eine Hyperbel im Punkt $B(4, 3)$. Bestimme die Gleichung der Hyperbel.

Aufgabe 6

Gegeben sei die Hyperbel mit der Gleichung

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1.$$

- (a) Für welche Werte $q \in \mathbb{R}$ schneidet die Gerade mit der Gleichung $y = 2x + q$ die Hyperbel?
- (b) Wann liegt eine Tangente vor?

Aufgabe 1

(a) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1, y = \pm \frac{2}{3}x$

(b) $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{9} = 1, y = \pm \frac{3\sqrt{7}}{7}x$

(c) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} = 1, y = \pm x$

(d) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{28} = 1, y = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}x$

Aufgabe 2

$$H_1 \cap H_2 = \{(\sqrt{5}, 4), (\sqrt{5}, -4), (-\sqrt{5}, 4), (-\sqrt{5}, -4)\}$$

Aufgabe 3

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$ in den Ausdruck $\varepsilon = \frac{c}{a}$ einsetzen, den Nenner in die Wurzel ziehen, vereinfachen und abschätzen.

Aufgabe 4

Es gibt keine Punkte mit der geforderten Steigung.

Aufgabe 5

$$\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{7} = 1$$

Aufgabe 6

(a) für $|q| > 4\sqrt{2}$

(b) für $|q| = 4\sqrt{2}$