

Aufgabe 1

Setze die Reihe

$$\frac{8}{\pi} \cdot \left(\sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \dots \right)$$

um zwei Summanden fort und skizziere mit Hilfe des Taschenrechners den Graphen der Funktion, die durch diese Reihe dargestellt wird. ($0 \leq x \leq 4\pi$, $-4 \leq y \leq 4$)

Aufgabe 2

Gerade, ungerade, weder gerade noch ungerade, gerade und ungerade?

(a) $f(x) = \sin(4x)$

(f) $f(x) = 0$

(b) $f(x) = \sin(x^2)$

(g) $f(x) = \sin(3x) \cdot \sin(6x)$

(c) $f(x) = x^5 \cdot \sin x$

(h) $f(x) = \cos(7x)$

(d) $f(x) = 3$

(i) $f(x) = x^5 + 3x^2$

(e) $f(x) = \sin(4x) \cdot \cos(5x)$

(j) $f(x) = -\cos(2x)$

Aufgabe 3

Bestimme die Periode bzw. Schwingungsdauer T der folgenden Funktionen. (Winkel im Bogenmass)

(a) $f(x) = \sin x$

(b) $f(t) = \tan t$

(c) $g(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

(d)
$$h(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } -1 < x \leq 0 \\ 1 & \text{für } 0 < x \leq 1 \\ h(x+2) = h(x) \end{cases}$$

(e) $f(t) = \sin(4t)$

(f) $g(t) = \cos(3\pi t)$

(g) $h(x) = \cos\left(\frac{7}{\pi}x\right)$

(h) $f(x) = \cos(2x + \pi)$

(i) $f(x) = \cos(2(x + \pi))$

Aufgabe 4

Forme mit Hilfe der Produktformeln in eine Summe um.

(a) $\cos(3x) \cdot \cos(6x)$

(c) $\sin(5x) \cdot \sin(2x)$

(b) $\sin(4t) \cdot \cos(3t)$

(d) $\cos(2x) \cdot \cos(2x)$

Aufgabe 5

Bestimme das bestimmte Integral (nicht den Flächeninhalt!)

(a) $\int_{-2}^2 (x^3 - x) dx$

(c) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x \cdot \sin x dx$

(b) $\int_{25\pi}^{27\pi} \cos x dx$

(d) $\int_0^{2\pi} \sin(x + 3) dx$

Aufgabe 6

Berechne mit partieller Integration

(a) $\int_0^{2\pi} x \cdot \sin x dx$

(b) $\int_0^{2\pi} x^2 \cdot \cos x dx$

Aufgabe 7

Bestimme die angegebenen Fourierkoeffizienten der Funktion f mit dem Taschenrechner.
($-\pi \leq x < \pi$)

(a) $f(x) = x^3$ $a_0, a_1, a_2, b_1, b_2, b_3, b_4$

(b) $f(x) = e^{-x^2}$ $a_0, a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$

Aufgabe 8

Skizziere die periodische Funktion und bestimme die ersten Fourierkoeffizienten mit dem Taschenrechner. Finde damit die allgemeine Form der Koeffizienten a_n bzw. b_n . *Hinweis:* Gebrauche die Bruchumwandlungs-Funktion des Taschenrechners.

(a) $f(x) = \sin^2 x$ für $-\pi \leq x < \pi$

(b) $f(x) = x$ für $-\pi \leq x < \pi$

Aufgabe 9

Skizziere die Funktion f und bestimme ihre Fourierreihe. Halte Deinen Aufwand in Grenzen, indem du zuerst bestimmst, ob die Funktion gerade oder ungerade ist.

$$(a) f(x) = \begin{cases} -1 & \text{für } -\pi < x < 0 \\ 1 & \text{für } 0 < x < \pi \end{cases}$$

$$(b) f(x) = |\sin x| \quad \text{für } -\pi \leq x < \pi$$

$$(c) f(x) = \begin{cases} -\pi x - x^2 & \text{für } -\pi \leq x < 0 \\ \pi x - x^2 & \text{für } 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

$$(d) f(x) = |x| \quad \text{für } -\pi \leq x < \pi$$

Aufgabe 10

Skizziere die folgenden Funktionen und bestimme die zugehörige Fourierreihe mit Hilfe der Resultate der obigen Aufgaben und geeigneter Transformationen (Spiegelungen, Streckungen, Translationen, Superpositionen).

$$(a) f(x) = \begin{cases} 3 & \text{für } -\pi < x < 0 \\ -3 & \text{für } 0 < x < \pi \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } -\pi < x < 0 \\ x & \text{für } 0 < x < \pi \end{cases}$$

$$(c) f(x) = \begin{cases} -1 & \text{für } -\pi \leq x < -\frac{\pi}{2} \\ 1 & \text{für } -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ -1 & \text{für } \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$$

$$(d) f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } -\pi \leq x < 0 \\ \sin x & \text{für } 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

$$(e) f(x) = |\cos x|$$