

Aufgabe 6.1

Gib die allgemeine Lösung der DGL $y' = y \sin x$ an.

Aufgabe 6.2

Gib die allgemeine Lösung der DGL $y' = 2x(1 + y^2)$ an.

Aufgabe 6.3

Ermittle die durch $P_0(0, 0)$ gehende Lösungskurve der DGL $y' = -2x + 1$.

Aufgabe 6.4

Ermittle die durch $P_0(1, 2)$ gehende Lösungskurve der DGL $y' = y/x$.

Aufgabe 6.5

Ermittle die durch $P_0(1, -1)$ gehende Lösungskurve der DGL $y' = (y/x)^2$.

Aufgabe 6.6

Bestimme die Lösung der DGL $y' = y^2x + y^2$ mit der Anfangsbedingung $y(0) = 1$.

Aufgabe 6.7

Bestimme die Lösung der DGL $y' = e^{x-y}$ welche die Bedingung $y(1) = 2$ erfüllt.

Aufgabe 6.8

Bestimme die durch $P(0, a)$ gehende Lösungskurve der Differentialgleichung

$$y' = k \cdot y$$

Dabei ist a beliebig und k positiv. Welche Bedeutung kommt dabei den Konstanten a und k zu?

Aufgabe 6.9

Gesucht ist die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{dx}{dt} = kx(1 - x)$$

wobei k eine positive Konstante ist.

Aufgabe 6.10

Die positiven Zahlen k und a seien konstant. Bestimme die Lösung der Differentialgleichung

$$yy' + k^2x = 0$$

deren graphische Darstellung durch $P_0(a, 0)$ geht. Erkläre die Bedeutung der Konstanten k und a .

Aufgabe 6.11

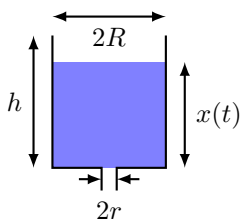
Zwei chemische Substanzen der Anfangsmengen a und b reagieren miteinander. Nach Ablauf der Zeit t haben die Mengen x beider Substanzen miteinander reagiert; die Reaktionsgeschwindigkeit \dot{x} erfüllt die Differentialgleichung

$$\dot{x} = k(a - x)(b - x)$$

mit einer von der Reaktion charakteristischen Konstanten k . Bestimme $x(t)$.

Aufgabe 6.12

Ein zylindrisches Gefäss mit Höhe h und Radius R ist mit Wasser gefüllt. In der Grundfläche befindet sich eine kreisförmige Öffnung mit Radius r .



Die momentane Höhe x des Wasserspiegels in Abhängigkeit von der Zeit t erfüllt die Differentialgleichung

$$\dot{x} = -k\sqrt{x} \quad \text{mit} \quad k = \frac{r^2}{R^2} \sqrt{2g} \quad (g: \text{Fallbeschleunigung})$$

Ermittle $x(t)$ und die Ausflusszeit, wenn zur Zeit $t = 0$ das Gefäss bis zum Rand gefüllt war.

Aufgabe 6.13

Bestimme alle Kurven mit der Eigenschaft, dass die Normale in jedem Kurvenpunkt durch den Koordinatenursprung geht.