

Aufgabe 8.1

Bestimme eine Koordinatengleichung der Kugelfläche K mit $M(-1, -2, -1)$ und dem Punkt $P(-2, -5, 8) \in K$.

Aufgabe 8.2

Sofern die Koordinatengleichung eine Kugelfläche beschreibt, ist ihr Mittelpunkt M und ihr Radius ρ anzugeben.

(a) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 8z + 1 = 0$

(b) $x^2 - y^2 + z^2 + 4x + 10x - 5 = 0$

(c) $x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 2y - 6z + 47 = 0$

(d) $x^2 + z^2 - 8x + 4z + 11 = 0$

Aufgabe 8.3

Untersuche die gegenseitige Lage der Kugelfläche K mit Mittelpunkt $M(9, 3, -1)$ und Radius $\rho = \sqrt{62}$ sowie der Geraden mit der Gleichung

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

und bestimme allfällige Schnitt- oder Berührungspunkte.

Aufgabe 8.4

Gib die Gleichungen der Tangentialebenen an die Kugelfläche K mit dem Mittelpunkt $M(8, 1, 3)$ und dem Radius $\rho = 7$ an, die parallel zur Ebene $\varepsilon: 2x - 6y + 3z + 51 = 0$ liegen.

Aufgabe 8.5

Gegeben ist die Kugelfläche K mit $M(4, 7, 3)$ und $\rho = 9$ sowie die Ebene mit der Gleichung $\varepsilon: 3x + y + 2z + 3 = 0$.

Zeige, dass die Ebene die Kugel schneidet und berechne den Mittelpunkt M' und den Radius r der Schnittkreislinie von K und ε .

Aufgabe 8.6

Untersuche die gegenseitige Lage der Kugeln K_1 und K_2 mit den Mittelpunkten M_1 bzw. M_2 und den Radien ϱ_1 bzw. ϱ_2 .

(a) $M_1 = (3, 0, 2)$, $\varrho_1 = 2$; $M_2 = (4, 1, -2)$, $\varrho_2 = 7$

(b) $M_1 = (-8, -8, -4)$, $\varrho_1 = 6$; $M_2 = (-6, 3, 6)$, $\varrho_2 = 9$

(c) $M_1 = (7, 0, 5)$, $\varrho_1 = 3$; $M_2 = (4, 5, -3)$, $\varrho_2 = 7$

(d) $M_1 = (-9, 3, 3)$, $\varrho_1 = 9$; $M_2 = (-7, 9, 0)$, $\varrho_2 = 2$

(e) $M_1 = (-4, 6, 3)$, $\varrho_1 = 4$; $M_2 = (0, -5, -1)$, $\varrho_2 = 2$

Aufgabe 8.7

Bestimme den Mittelpunkt und den Radius des Schnittkreises der Kugeln K_1 und K_2 mit dem Mittelpunkten $M_1(1, 2, 0)$ und $M_2(0, 3, 1)$ sowie den Radien $\varrho_1 = \sqrt{7}$ und $\varrho_2 = 4$.

Aufgabe 8.8

Gegeben sei die Kugel K mit $M(8, 0, -7)$ und $\varrho = \sqrt{5}$ sowie die Gerade

$$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Fasst man den Punkt $A(5, -4, -2)$ der Geraden als Lichtquelle auf und betrachtet die Kugelfläche K als Spiegel, so wird der Lichtstrahl g an der Kugel reflektiert. Bestimme eine Parametergleichung des reflektierten Lichtstrahls.