### Aufgabe 9.1

$p = P(\text{eine Person kann das alkoholfreie Bier identifizieren})$

$p_0 = 0.5$

$H_0$: Das alkoholfreie Bier kann geschmacklich nicht indentifiziert werden. ($p = p_0$)

$H_1$: Das alkoholfreie Bier kann geschmacklich identifiziert werden. ($p > p_0$)

$x = 98$, $n = 150$

$z = 3.7559$

$p$-Wert $= 0.8639 \cdot 10^{-5}$

Entscheidung: $H_0$ verwerfen

Der Anteil der Personen, die das alkoholfreie Bier geschmacklich indentifizieren können ist signifikant höher als 0.5.

### Aufgabe 9.2

$H_0$: Die Anteile der Schülerinnen und Schüler, die rezyklierte Kleider tragen würden, unterscheiden sich nicht. ($p_1 = p_2$)

$H_1$: Der Anteil der Schülerinnen, die rezyklierte Kleider tragen würden, ist kleiner als der entsprechende Anteil der Schüler. ($p_1 < p_2$)

$x_1 = 35$, $n_1 = 63$

$x_2 = 30$, $n_2 = 46$

$z = -1.015$

$p$-Wert $= 0.1550$

Entscheidung: $H_0$ beibehalten

Der Anteil der Schülerinnen, die rezyklierte Kleider tragen würden, ist nicht signifikant kleiner als der entsprechende Anteil bei den Schülern.

**Aufgabe 9.3**

$H_0$ Die Anzahl der Verkehrsunfälle im Kanton Schaffhausen ist gleichmässig auf die Wochentage verteilt.

$H_1$ Es gibt Wochentage, an denen Verkehrsunfälle im Kanton Schaffhausen häufiger bzw. seltener auftreten als an anderen.

| Wochentag | Mo | Di | Mi | Do | Fr | Sa | So |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| beobachtet | 80 | 99 | 78 | 89 | 82 | 79 | 53 |
| erwartet | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 |

$\alpha = 0.05$

$\mathrm{df} = 6$

$\chi^2 = 14.75$

$p = 0.02229$

Entscheidung: $H_0$ verwerfen

**Aufgabe 9.4**

*Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test*

$\tilde{x}$: unbekannter Median der Grundgesamtheit

$\tilde{x}_0 = 25$

- $H_0$: $\tilde{x} = 25$
- $H_1$: $\tilde{x} > 25$

| $\tilde{x}_0$ | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 25 | 34 | 5 | 20 | 50 | 44 | 18 | 39 | 29 | 19 |
| $\mathrm{sig}(x_i - \tilde{x}_0)$ | | $+$ | $-$ | $-$ | $+$ | $+$ | $-$ | $+$ | $+$ | $-$ |
| $\lvert x_i - \tilde{x}_0 \rvert$ | | 9 | 20 | 5 | 25 | 19 | 7 | 14 | 4 | 6 |
| Rang | | 5 | 8 | 2 | 9 | 7 | 4 | 6 | 1 | 3 |

Rangsumme $r_+ = 5 + 9 + 7 + 6 + 1 = 29$

Rangsumme $r_- = 8 + 2 + 4 + 3 = 17$

Kontrolle: $9(9 + 1)/2 = 45$ (ok)

$r_{0.05}(n) = 8$ und $n(n+1)/2 - r_{0.05(n)} = 45 - 8 = 37$ [Tabelle]

Verwerfungsbereich: $V = \{0, \ldots, 8, 37, \ldots, 45\}$

$r_+ \notin V$ (und damit auch $r_- \notin V$)

Entscheidung: $H_0$ beibehalten

Die mittlere Anzahl gerauchter Zigaretten ist nicht signifkant höher als 25.

**Aufgabe 9.5**

Hypothesen:

$H_1$ Die Integration ist bei Pflegeeltern mit eigenen Kindern besser als bei Pflegeeltern ohne Kinder.

$H_0$ Die Integration ist bei Pflegeeltern mit eigenen Kindern gleich gut wie bei Pflegeeltern ohne Kinder.

$H_0$ beibehalten, da $6.05\% > 5\%$.

$H_0$: Die Integration ist bei Pflegeeltern mit eigenen Kindern gleich gut wie bei Pflegeeltern ohne Kinder. ($\alpha = 5\%$)

**Aufgabe 9.6**

*Wilcoxon-Rangsummentest:*

$\tilde{x}$ Hautwiderstand bei Tag

$\tilde{y}$ Hautwiderstand bei Nacht

- $H_0$: $\tilde{x} = \tilde{y}$
- $H_1$: $\tilde{y} > \tilde{y}$

| $x_i$ | Rang | $y_i$ | Rang |
|---|---|---|---|
| 24 | 7 | 20 | 3 |
| 28 | 10 | 25 | 8 |
| 21 | 4 | 15 | 1 |
| 27 | 9 | 22 | 5 |
| 23 | 6 | 18 | 2 |
| $r_x$: | 36 | $r_y$ | 19 |

Kontrolle $10 \cdot (10 - 1)/2 = 45$ (ok)

untere Grenze: $n_1(n_1 + 1)/2 + w_{0.05}(n_1, n_2) = 5(5 + 1)/2 + 4 = 19$

obere Grenze: $n_1 n_2 + n_1(n_1 + 1)/2 - w_{0.05}(n_1, n_2) = 25 + 5(5 + 1)/2 - 4 = 36$

Verwerfungsbereich: $V = \{0, \ldots, 19, 36, \ldots, 45\}$

$r_x \in V$ (und damit auch $r_y \in V$)

Entscheidung: $H_0$ verwerfen

Der Hautwiderstand sinkt nachts ab. ($\alpha = 5\%$)

**Aufgabe 9.7**

$\mu$: unbekannter Mittelwert des neuen Messgeräts

$\mu_0 = 10\,\mathrm{ml}$

$H_0$ Das neue Messgerät misst im Mittel ein Flüssigkeitsvolumen von 10 ml. ($\mu = \mu_0$)

$H_1$ Das neue Messgerät misst im Mittel ein anderes Flüssigkeitsvolumen als 10 ml. ($\mu \neq \mu_0$)

$\{10.77, 9.98, 9.92, 10.66, 10.30, 10.36, 10.44, 10.31, 9.91\} \to L_1$

$t = 2.843$

$p = 0.02172$

Entscheidung: $H_0$ verwerfen

Die vom neuen Messgerät gemessene Flüssigkeitsmenge unterscheidet sich signifikant von 10 `ml`.

### Aufgabe 9.8

$\mu_A$: mittleres Gewicht der Brötchen von Bächerei $A$

$\mu_B$: mittleres Gewicht der Brötchen von Bächerei $B$

$H_0$ Die mittleren Gewichte der Brötchen der beiden Bäckereien unterscheiden sich nicht. ($\mu_A = \mu_B$)

$H_1$ Die mittleren Gewichte der Brötchen der beiden Bäckereien unterscheiden sich. ($\mu_A \neq \mu_B$)

Bäckerei A: $\{34, 32, 40, 32, 34\} \to \mathtt{L}_1$

Bäckerei B: $\{42, 43, 41, 37, 33\} \to \mathtt{L}_2$

Für die Berechnung des Standardfehlers des Mittelwertunterschieds sollte man sicherheitshalber annehmen, dass die Varianzen der beiden Stichproben verschieden sind und in die Berechnung des $p$-Werts einfliessen (Korrektur von Welch). In diesem Fall sollte man beim TI-84 Plus die Option `pooled`=No wählen.

Kann man annehmen, dass die Varianzen in beiden Stichproben identisch sind, führt auch die Option `pooled`=Yes zum gleichen Ergebnis.

*Hinweis:* Um zu testen, ob sich zwei Varianzen unterscheiden, kann auf dem TI-84 Plus der F-Test verwendet werden.

$t = -2.0284$

$p = 0.07890$

Entscheidung: $H_0$ beibehalten.

Die mittleren Gewichte der Brötchen der beiden Bäckereien unterscheiden sich nicht systematisch.

*Bemerkungen:* (a) mit der Standardvariante des $t$-Tests erhält man nur geringfügig andere Werte (b) Bei der Ausgabe des Testresultats taucht die Grösse df (degrees of freedom) auf. Sie wird intern berechnet und dient dazu, für kleine Stichprobenwerte die richtige $t$-Verteilung zu erhalten.

**Aufgabe 9.9**

$t$-Test für gepaarte Stichproben

- $H_0$ Das Medikament hat keinen systematischen Einfluss auf die Konzentrationsleistung ($\mu_2 - \mu_1 = 0$)
- $H_1$ Das Medikament verbessert systematisch die Konzentrationsleistung. ($\mu_2 - \mu_1 > 0$)

$\{108, 99, 100, 100, 98\} \rightarrow \texttt{L}_1$

$\{107, 100, 100, 102, 101\} \rightarrow \texttt{L}_2$

$\texttt{L}_2 - \texttt{L}_1 \rightarrow \texttt{L}_3$

$t = 1.414$

$p = 0.1151$

Entscheidung: $H_0$ beibehalten

Das Medikament hat keinen signifikanten Einfluss auf die Konzentrationsleistung.