Aufgabe 7.1

Mit einem idealen Spielwürfel wird dreimal gewürfelt. Die Zufallsgrösse X wird durch die Summe der Augenzahlen definiert. Berechne

(a) $P(X = 6)$ (b) $P(X > 18)$ (c) $P(X \leq 4)$

Aufgabe 7.2

Auf einen Stichprobenraum $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\}$ ist folgende Wahrscheinlichkeitsfunktion gegeben:

ω_i	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
$P(\{\omega_i\})$	0.1	0.3	0.2	0.3	0.1

Darüber hinaus ist folgende Zufallsvariable X auf Ω definiert:

ω_i	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
$X(\omega_i)$	2	3	5	2	1

Berechne:

(a) $P(X = 2)$ (b) $P(X > 3)$ (c) $P(X^2 < 5)$

Aufgabe 7.3

Für einen idealen Spielwürfel sei X sei die Anzahl der Würfe bis zum ersten Erscheinen der Augenzahl 6. Berechne:

(a) $P(X = 4)$ (b) $P(X \leq 7)$ (c) $P(X > 9)$

Aufgabe 7.4

Bei einem unfairen Spiel gewinnt ein Spieler mit der Wahrscheinlickeit von 0.48 einen Franken. Das Spiel wird 8-mal durchgeführt. X sei der Gesamtgewinn in Franken. Berechne:

(a) $P(X = 4)$ (b) $P(X \leq 3)$ (c) $P(X > 5)$

Aufgabe 7.5

In einer Schachtel befinden sich 20 rote und 10 weisse Kugeln. Es werden zufällig und ohne Zurücklegen 7 Kugeln gezogen. X ist die Anzahl der roten Kugeln unter den gezogenen.

(a) $P(X = 4)$ (b) $P(X = 8)$ (c) $P(X < 3)$

Hinweis: Da es sich um ein Auswahlproblem handelt, können die günstigen und möglichen Fälle des Experiments mit Hilfe geeigneter Binomialkoeffizienten bestimmt werden.

Aufgabe 7.6

An der Expresskasse eines Supermarkts treffen während der Hauptverkaufszeit innerhalb von 30 Minuten durchschnittlich 18 Kunden ein.

X sei die Anzahl der Kunden, die während der Stosszeit in einem 10 Minuten-Intervall an der Expreskasse bezahlen. Berechne

(a) $P(X = 5)$ (b) $P(X \leq 5)$ (c) $P(X > 5)$ (d) $P(X = 0)$

Aufgabe 7.7

In einer Schachtel liegen insgesamt 5 Kugeln.

- Auf 3 Kugeln ist die Zahl 1 aufgedruckt.
- Auf 2 Kugeln ist die Zahl 6 aufgedruckt.

(a) Es wird eine Kugel gezogen. X sei ihr aufgedruckter Wert. Berechne $\mathrm{E}(X)$ und $\mathrm{Var}(X)$.

(b) Es werden zwei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Y sei die Summe der aufgedruckten Werte. Berechne $\mathrm{E}(Y)$ und $\mathrm{Var}(Y)$.

(c) Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Z sei die Summe der aufgedruckten Werte. Berechne $\mathrm{E}(Z)$ und $\mathrm{Var}(Z)$.

Aufgabe 7.8

X ist die wie folgt definierte Zufallsvariable für ein Bernoulli-Experiment:

$P(X = 1) = 0.6$

$P(X = 0) = 0.4$

Berechne $\mathrm{E}(X)$ und $\mathrm{Var}(X)$.

Aufgabe 7.9

In einem Quiz werden einer Person zwei Fragen gestellt und sie muss entscheiden, welche sie zuerst beantworten will.

Die Person kann Frage 1 mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.8 richtig beantworten. Dann gewinnt sie einen Preis von CHF 100.–. Frage 2 kann sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.5 richtig beantworten. Hier gewinnt sie bei der richtigen Antwort CHF 200.–.

Wenn die zuerst gewählte Frage falsch beantwortet wird, endet das Quiz und die Person geht leer aus. Andernfalls erhält sie das entsprechende Preisgeld gutgeschrieben und darf zur zweiten Frage gehen.

Wird die zweite Frage falsch beantwortet, erfolgt die Auszahlung des Preisgelds für die erste Frage. Bei der richtigen Antwort erhält die Person die Summe der beiden Preisgelder.

Welche der beiden Fragen sollt die Kandidatin zuerst beantworten, wenn sie ihren Gewinn unter den oben genannten Voraussetzungen optimieren möchte?

Aufgabe 7.10

Von einer Zufallsgrösse X sind die Werte

x	1	a	b	0
$P(X=x)$	0.4	0.2	0.3	c

sowie der Erwartungswert $\mathrm{E}(X) = 0.5$ und die Varianz $\mathrm{Var}(X) = 1.25$ bekannt. Bestimme a, b und c.

Aufgabe 7.11

In einem Geldspielautomat laufen unabhängig voneinander drei Walzen. Auf jeder Walze sind folgende Symbole aufgedruckt: $1 \times \bigstar$, $2 \times \spadesuit$ und $3 \times \blacktriangle$. Stehen nach dem zufälligen Anhalten der Walzen drei gleiche Symbole in einer Reihe, so erhält der Spieler einen Gewinn ausbezahlt:

$\bigstar$	$\bigstar$	$\bigstar$	Fr. 20.—
$\spadesuit$	$\spadesuit$	$\spadesuit$	Fr. 2.—
$\blacktriangle$	$\blacktriangle$	$\blacktriangle$	Fr. 1.—

In allen anderen Fällen geht er leer aus.

(a) Stelle die Verteilung des Gewinns X tabellarisch dar.

(b) Bei welchem Einsatz ist das Spiel fair?

Aufgabe 7.12

Gegeben: Zufallsvariable X mit

x	-2	1	2	4
$p_X(x)$	0.2	0.1	0.4	0.3

Gesucht: Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung von X, $Y = 2X + 1$ und $Z = X^2$.

Aufgabe 7.13

Wie oft muss man einen fairen Spielwürfel durchschnittlich werfen, bis man zum ersten Mal die Augenzahl 6 erhält.

Aufgabe 7.14

Ein Bernoulli-Experiment mit der Erfolgswahrscheinlichkeit p wird n-Mal durchgeführt. Berechne n und p, wenn $\mathrm{E}(X) = 8$ und $\mathrm{Var}(X) = 6$ bekannt sind.

Aufgabe 7.15

In einem Netzwerkrouter kommen im Mittel pro Minute 10 Datenpakete an. Bestimme $\mathrm{E}(X)$ und $\mathrm{Var}(X)$ dieser poissonverteilten Zufallsvariable.