

Aufgabe 4.1

$$\begin{aligned}
 P(D) &= P(A)P(D|A) + P(B)P(D|B) + P(C)P(D|C) \\
 &= 0.5 \cdot 0.03 + 0.3 \cdot 0.04 + 0.2 \cdot 0.05 \\
 &= 0.037
 \end{aligned}$$

Aufgabe 4.2

Bayes:

$$\begin{aligned}
 P(U|W) &= \frac{P(U) \cdot P(W|U)}{P(W)} \\
 &= \frac{P(U) \cdot P(W|U)}{P(K)P(W|K) + P(L)P(W|L) + P(F)P(W|F) + P(U)P(W|U)} \\
 &= \frac{0.1 \cdot 0.3}{0.4 \cdot 0.5 + 0.2 \cdot 0.4 + 0.3 \cdot 0.6 + 0.1 \cdot 0.3} \\
 &= 0.0612
 \end{aligned}$$

Aufgabe 4.3

WW : Münze mit Wappen–Wappen

WZ : Münze mit Wappen–Zahl

W^{10} : 10 Mal Wappen in Folge

$$\begin{aligned}
 P(WZ|W^{10}) &= \frac{P(WZ, W^{10})}{P(W^{10})} \\
 &= \frac{P(W^{10}) \cdot P(WZ|W^{10})}{P(WW) \cdot P(W^{10}|WW) + P(WZ) \cdot P(W^{10}|WZ)} \\
 &= \frac{(1 - 10^{-3}) \cdot 2^{-10}}{10^{-3} \cdot 1 + (1 - 10^{-3}) \cdot 2^{-10}} \\
 &\approx \frac{(1 - 2^{-10}) \cdot 2^{-10}}{2^{-10} + (1 - 2^{-10}) \cdot 2^{-10}} = \frac{1 - 2^{-10}}{1 + 1 - 2^{-10}} \approx \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 4.4

1. Stufe: Münze (WW , WZ , ZZ)
2. Stufe: Oberseite (W , Z)

$$\begin{aligned}
P(WW|W) &= \frac{P(WW,W)}{P(W)} \\
&= \frac{P(WW)P(W|WW)}{P(WW)P(W|WW) + P(WZ)P(W|WZ) + P(ZZ)P(W|WZ)} \\
&= \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{0}{2}} = \frac{2}{2+1+0} = \frac{2}{3}
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.5

E : Apparat ist einwandfrei

O : Apparat ist in Ordnung;

$$P(E) = 0.95$$

$$(a) P(E \cap O) = 0.95 \cdot 0.75 = 0.7125$$

$$\begin{aligned}
(b) P(O) &= P(E)P(O|E) + P(\neg E)P(O|\neg E) \\
&= 0.95 \cdot 0.75 + 0.05 \cdot 0.02 = 0.7135
\end{aligned}$$

$$(c) P(E|O) = \frac{P(E)P(O|E)}{P(O)} = \frac{0.95 \cdot 0.75}{0.7135} = 0.9986$$

Aufgabe 4.6

$$\begin{aligned}
P(K|R) &= \frac{P(K, R)}{P(R)} = \frac{P(R) \cdot P(K|R)}{P(R) \cdot P(K|R) + P(\bar{R}) \cdot P(K|\bar{R})} \\
&= \frac{0.2 \cdot 0.9}{0.2 \cdot 0.9 + 0.8 \cdot 0.2} \\
&= \frac{9}{17} \approx 0.529
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.7

1. Stufe: Karte (BB , RR , RB)

2. Stufe: sichtbare Seite (b , r)

$$\begin{aligned}
P(RB|r) &= \frac{P(RB, r)}{P(r)} \\
&= \frac{P(RB)P(r|RB)}{P(BB)P(r|BB) + P(RR)P(r|RR) + P(RB)P(r|RB)} \\
&= \frac{1/4 \cdot 1/2}{1/4 \cdot 1/2 + 2/4 \cdot 2/2 + 1/4 \cdot 0/2} \\
&= \frac{1/8}{5/8} = \frac{1}{5}
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.8

E : Einbruch findet statt

A : Alarm geht los

$$\begin{aligned} P(E|A) &= \frac{P(E \cap A)}{P(A)} \\ &= \frac{P(E) \cdot P(A|E)}{P(E) \cdot P(A|E) + P(\bar{E}) \cdot P(A|\bar{E})} \\ &= \frac{0.0001 \cdot 0.999}{0.0001 \cdot 0.999 + 0.9999 \cdot 0.0005} \approx 0.167 \end{aligned}$$