

Aufgabe 6.1

Handelt es sich bei der gegebenen Matrix um eine Elementarmatrix? Wenn ja, welche Zeilenoperation stellt sie dar?

(a)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(b)
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(c)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 6.2

Bestimme mit elementaren Zeilenumformungen die Inverse A^{-1} der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -3 & 4 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

oder stelle fest, dass A nicht invertierbar ist.

Aufgabe 6.3

Bestimme mit elementaren Zeilenumformungen die Inverse A^{-1} der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -3 \\ -1 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 4 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

oder stelle fest, dass A nicht invertierbar ist.

Aufgabe 7.1

Gib die Matrix der Abbildung an, die einen Punkt $P(x, y) \dots$

- (a) an der Geraden $y = x$ spiegelt,
- (b) um 90° um den Ursprung dreht,
- (c) senkrecht auf die x -Achse projiziert,
- (d) um den Vektor $\vec{v} = (3, -2)^\top$ verschiebt.

Verwende, falls nötig, Matrizen für homogene Koordinaten.

Aufgabe 7.2

Gib die Matrix der Abbildung an, die einen Punkt P in der Ebene an der Geraden $y = 3$ spiegelt. Verwende, falls nötig, Matrizen für homogene Koordinaten.

Aufgabe 7.3

Gib die Matrix der Abbildung an, die einen Punkt P mit dem Faktor $k = 3$ am Zentrum $Z(-2, 5)$ streckt. Verwende, falls nötig, Matrizen für homogene Koordinaten.

Aufgabe 8.1

Bestimme die Determinante der Matrix durch „Hinsehen“.

$$(a) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & -2 \\ 2 & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 8.2

Berechne die Determinante der Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 \\ -3 & 2 & 0 & 4 \\ -2 & 5 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ mittels elementarer Zeilenumformungen.

Aufgabe 8.3

Bestimme die Determinante der Matrix $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$.

Aufgabe 8.4

Für zwei invertierbare 4×4 -Matrizen A und B gilt $\det A = -2$ und $\det B = 3$. Bestimme

$$(a) \det A^T$$

$$(c) \det A^{-1}$$

$$(b) \det 3A$$

$$(d) \det AB$$

Aufgabe 8.5

Berechne und vereinfache die Determinante von $A = \begin{pmatrix} a & b & 1 \\ b & 0 & a \\ 1 & a & b \end{pmatrix}$.

Aufgabe 8.6

Berechne die Determinante von

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & b & 0 \\ 0 & b & 0 & a \\ b & a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & b & 1 \end{pmatrix}$$

mit der Kofaktorregel und vereinfache das Resultat.

Aufgabe 8.7

Bestimme den Wert des Parameters t so, dass die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & t & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ t & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

regulär ist.