

Aufgabe 8.1

Bestimme die Determinanten

(a) $\det \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

(b) $\det \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$

(c) $\det \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{6} \\ 4 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$

Aufgabe 8.2

$\det \begin{pmatrix} a-3 & 5 \\ -3 & a-2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 8.3Man verifiziere die Gleichung $\det A = \det A^T$ für $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.**Aufgabe 8.4**

Man bestimme die Determinanten durch „Hinsehen“.

(a) $\begin{vmatrix} 3 & -17 & 4 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$

(b) $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & -7 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

(c) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 6 \\ 5 & -8 & 1 \end{vmatrix}$

Aufgabe 8.5

Bestimme die Determinanten der Elementarmatrizen.

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 8.6

Berechne die Determinante der Matrix durch Umformung auf Dreiecksgestalt mittels elementarer Zeilenumformungen.

(a) $\begin{pmatrix} 3 & 6 & -9 \\ 0 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 8.7

Gegeben ist $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = -6$. Berechne damit:

$$(a) \begin{vmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ a & b & c \end{vmatrix}$$

$$(b) \begin{vmatrix} 3a & 3b & 3c \\ -d & -e & -f \\ 4g & 4h & 4i \end{vmatrix}$$

$$(c) \begin{vmatrix} a+g & b+h & c+i \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

Aufgabe 8.8

Berechne die Determinanten der Dreiecksmatrizen.

$$(a) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$(b) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & 0 & a_{23} & a_{24} \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

Aufgabe 8.9

Entscheide, welche der folgenden Matrizen invertierbar sind.

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 9 & -1 & 4 \\ 8 & 9 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ -2 & 1 & -4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{7} & 0 \\ 3\sqrt{2} & -3\sqrt{7} & 0 \\ 5 & -9 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 8.10

Sei $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ mit $\det A = 7$. Bestimme

(a) $\det 3A$

(b) $\det A^{-1}$

(c) $\det 2A^{-1}$

(d) $\det(2A)^{-1}$

(e) $\det A^T$

Aufgabe 8.11

Für welche Werte von k ist A nicht invertierbar?

$$A = \begin{pmatrix} k-3 & 4 \\ 5 & k-2 \end{pmatrix}$$