

Aufgabe 5.1

Zeige, dass die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ nilpotent ist und bestimme ihren Index k .

Aufgabe 5.2

A, B und C sind $n \times n$ -Matrizen, 0 ist die $n \times n$ -Nullmatrix. Welche der folgenden Aussagen sind wahr, d. h. allgemein gültig?

- (a) $A + B = B + A$
- (b) $AB = BA$
- (c) $(A + B)^T = A^T + B^T$
- (d) $(AB)^T = A^T B^T$
- (e) $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$
- (f) $AB = 0 \Rightarrow A = 0$ oder $B = 0$

Aufgabe 5.3

Für welche Werte der Parameter a und b ist die Matrix $M = \begin{pmatrix} 4 & a \\ b & a \end{pmatrix}$ idempotent?

Aufgabe 5.4

Die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ist periodisch.

- (a) Bestimme den kleinsten Exponenten $k \in \mathbb{N}$, für den $A^k = A$ gilt.
- (b) Bestimme A^{999} .

(Hinweis: Der TI-84+ erlaubt bei Matrizen nur die Exponenten $-1, 0, 1, 2, \dots, 255$.)

Aufgabe 5.5

Bestimme die Matrix A , welche die Gleichung

$$(I - 2A^T)^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$$

erfüllt.