

Aufgabe 3.1

Gegeben: $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 & -7 & 3 \\ 2 & 4 & 0 & 1 & 6 \\ -4 & 0 & 2 & 9 & 7 \end{pmatrix}$

- (a) Welche Dimension hat die Matrix A ?
- (b) $a_{2,3} = ?$
- (c) $a_{3,2} = ?$
- (d) $a_{4,5} = ?$

Aufgabe 3.2

Gegeben: Matrizen A , B , C und D mit

- $\dim(A) = 3 \times 4$
- $\dim(B) = 4 \times 3$
- $\dim(C) = 3 \times 2$
- $\dim(D) = 1 \times 4$

Welche Dimension hat der Matrixterm, sofern er überhaupt definiert ist.

- (a) $A \cdot B$
- (b) $B \cdot A$
- (c) $A \cdot A^T \cdot C$
- (d) $B \cdot C$
- (e) $C \cdot D$
- (f) $(D^T \cdot D)^{10}$

Aufgabe 3.3

Stelle das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 5x_1 - x_2 + 4x_4 &= 8 \\ -2x_2 + 3x_3 + 6x_4 &= 0 \\ x_1 + 9x_2 - 7x_3 &= -1 \end{aligned}$$

kompakter in Matrixform dar und schreibe die Elemente aller beteiligten Matrizen auf.

Aufgabe 3.4

Berechne die Spur der folgenden Matrizen

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 7 & 0 \\ 4 & 9 & -1 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 7 & 0 \\ 4 & 9 & -1 \end{pmatrix}^T$ (c) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 7 \\ 5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3.5

Berechne mit den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

die folgenden Ausdrücke, sofern diese definiert sind.

(a) $2A + B^T$

(d) $A^T B^T$

(b) AB

(e) $\text{tr}(C)$

(c) BA

(f) $\text{tr}(BC)$

Aufgabe 3.6

Berechne für $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ohne Taschenrechner die Potenz A^{100} .