

Aufgabe 1

- (a) Ja
- (b) Nein (Das führende Element in Zeile 2 ist keine 1.)
- (c) Nein (Die Nullzeile steht nicht am unteren Ende.)

Aufgabe 2

- (a) Ja
- (b) Nein (Über der führenden 1 in Zeile 2 stehen nicht nur Nullen.)
- (c) Ja

Aufgabe 3

$$\begin{aligned}x_1 &= -5 \\x_2 &= 4 \\x_3 &= 1\end{aligned}$$

Aufgabe 4

Das lineare Gleichungssystem ist inkonsistent. (Wegen der letzte Matrixzeile $0 = 1$.)

Aufgabe 5

$$\begin{array}{ll}x_1 = 2x_2 - 5x_4 & x_1 = 2s - 5t \\x_2 = s & x_2 = s \\x_3 = 1 - 4x_4 & \Rightarrow x_3 = 1 - 4t \\x_4 = t & x_4 = t\end{array}$$

Aufgabe 6

$$\begin{aligned}x_3 &= 4 \\x_2 &= 7 - 3 \cdot 4 = -5 \\x_1 &= -6 + 2 \cdot (-5) - 8 = -24\end{aligned}$$

Aufgabe 7

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Tausche Zeilen 1 und 3:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 6 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Addiere das -4 -fache von Zeile 1 zur Zeile 2:

Addiere das -3 -fache von Zeile 1 zur Zeile 3:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & -3 \\ 0 & -1 & 6 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Addiere das 1-fache von Zeile 2 zur Zeile 3:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 7 & -7 & -7 \end{pmatrix}$$

Multipliziere Zeile 3 mit $\frac{1}{7}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Addiere das -1 -fache von Zeile 3 zur Zeile 2:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Addiere das -1 -fache von Zeile 2 zur Zeile 1:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = 3 - 5t$$

$$x_2 = -2 + 3t$$

$$x_3 = -1 + t$$

$$x_4 = t$$

Aufgabe 8

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Addiere das -3 -fache von Zeile 1 zur Zeile 3:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Multipliziere Zeile 2 mit -1 :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Addiere das -2 -fache von Zeile 2 zur Zeile 3:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

Das Gleichungssystem ist inkonsistent.

Aufgabe 9

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & -2 & -4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Addiere das -2 -fache von Zeile 1 zur Zeile 2:

Addiere das -3 -fache von Zeile 1 zur Zeile 3:

Addiere das -1 -fache von Zeile 1 zur Zeile 4:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & -4 \\ 0 & -1 & -5 & 2 & -11 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Tausche Zeilen 2 und 3:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & -1 & -5 & 2 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Multipliziere Zeile 2 mit -1 :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 5 & -2 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Multipliziere Zeile 4 mit $\frac{1}{4}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 5 & -2 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Addiere das 2-fache von Zeile 4 zur Zeile 1:

Addiere das 2-fache von Zeile 4 zur Zeile 2:

Addiere das -8 -fache von Zeile 4 zur Zeile 3:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 5 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Addiere das -1 -fache von Zeile 3 zur Zeile 1:

Addiere das -5 -fache von Zeile 3 zur Zeile 2:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 31 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Addiere das -1 -fache von Zeile 2 zur Zeile 1:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -23 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 31 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = -23, x_2 = 31, x_3 = -4, x_4 = 0$$

Aufgabe 10

- (a) Ja, denn das Gleichungssystem besteht aus zwei Gleichungen mit drei Variablen und hat daher freie Variablen.
- (b) Nein, denn das zur Matrix gehörenden Gleichungssystem ist in Zeilenstufenform. und hat keine freien Variablen.