
Komplexe Zahlen

Übungen

Version vom 18. Februar 2018

Aufgabe 1.1

In welchen der Zahlenmengen \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} ist die Gleichung *nicht* erfüllbar?

(a) $x + 3 = 8$

(f) $7x + 12 = 0$

(b) $x + 7 = 7$

(g) $x^2 = 4.41$

(c) $3x = 12$

(h) $x^2 = 5$

(d) $4x = 11$

(i) $x^2 + 9 = 0$

(e) $8x + 36 = 0$

(j) $(x - 1)(x + 2)(2x - 1)(x^2 - 3) = 0$

Aufgabe 1.2

Löse in der Grundmenge \mathbb{C} .

(a) $x^2 = -25$

(b) $2x^2 + 32 = 0$

(c) $x^2 = -5$

(d) $16x^2 + 49 = 0$

Aufgabe 1.3

Welche Aussagen sind wahr?

(a) 2 ist eine natürliche Zahl.

(d) $3 + \frac{1}{2}i$ ist eine reelle Zahl.

(b) 2 ist eine komplexe Zahl.

(e) $-\sqrt{3}i$ ist eine imaginäre Zahl.

(c) $\sqrt{3}$ ist eine rationale Zahl.

(f) π ist eine irrationale Zahl.

Aufgabe 1.4

(a) $(8 + 2i) + (7 + 3i)$

(c) $(1 + 10i) - (5 - 13i)$

(b) $(11 - 15i) + (-3 + 8i)$

(d) $25i - (-8 + i)$

Aufgabe 1.5

(a) $8 \cdot 5i$

(c) $5(6 - 9i)$

(e) $-i(14 + 5i)$

(b) $8i \cdot 5i$

(d) $(-7 - 12i)5i$

(f) $(8 + 2i)(7 + 3i)$

Aufgabe 1.6

Bestimme die Gegenzahl $-z$ von z .

(a) $z = 3 + 5i$

(b) $z = -i$

(c) $z = 15$

(d) $z = -8 + 11i$

Aufgabe 1.7

Bestimme die konjugiert komplexe Zahl \bar{z} von z .

- (a) $z = -3 + 8i$ (b) $z = 2 - 3i$ (c) $z = 3$ (d) $z = 2i$

Aufgabe 1.8

Vereinfache so weit wie möglich.

- (a) $(-i)^2$ (b) $i^2 + i^3$ (c) $i^4 + i^6$ (d) $(-2i)^3 + 5i$

Aufgabe 1.9

Beweise die folgenden Aussagen.

- (a) $(z + \bar{z}) \in \mathbb{R}$ (b) $(z \cdot \bar{z}) \in \mathbb{R}$

Aufgabe 1.10

Berechne und stelle das Resultat in der Normalform dar.

- (a) $12i : 3$ (b) $15 : 5i$ (c) $(4 + 6i) : 2$ (d) $(4 + 6i) : 2i$

Aufgabe 1.11

Berechne z^{-1} und gib das Resultat in der Normalform an.

- (a) $z = 2 + i$ (b) $z = 4 + 3i$ (c) $z = -24 - 7i$

Aufgabe 1.12

Berechne und stelle das Resultat in der Normalform dar.

- (a) $\frac{5 + 3i}{2 + 4i}$ (b) $\frac{63 + 16i}{4 + 3i}$ (c) $\frac{56 + 33i}{12 - 5i}$ (d) $\frac{13 - 5i}{1 - i}$

Aufgabe 1.13

Stelle in der Normalform dar.

- (a) $\frac{7}{\sqrt{2} - \sqrt{5}i}$ (b) $\frac{4i}{\sqrt{3} + \sqrt{5}i}$ (c) $\frac{4 + \sqrt{2}i}{\sqrt{2} - 4i}$

Aufgabe 1.14

Berechne.

(a) i^n für $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

(c) i^n für $n = 17, 50, 91, 236$

(b) i^n für $n = -1, -2, -3, -4$

(d) i^n für $n = -27, -61, -100, -50$

Aufgabe 1.15

Berechne mit $z_1 = 5 + 2i$ und $z_2 = -3 + 5i$

(a) $\operatorname{Re} \frac{z_1}{z_2}$

(b) $\frac{\operatorname{Re} z_1}{\operatorname{Re} z_2}$

(c) $\operatorname{Im} \frac{z_2}{z_1 - z_2}$

Aufgabe 1.16

Berechne für $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

(a) $(a - 2bi) - (3a + 4ci)$

(c) $\frac{a + bi}{c - di}$

(b) $(7a + 3bi)(4c - di)$

(d) $i(a + bi) + \frac{1}{i}(a - bi)$

Aufgabe 1.17

Berechne für $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

(a) $ai(2b + 3ci) - \frac{a}{i}(2b - 3ci)$

(c) $\frac{a + bi}{3c + di} - \frac{a - bi}{3c - di}$

(b) $\overline{(b - ci)}(b - ci)^{-1}$

(d) $ai + \frac{1}{a}i + \frac{a}{i} + \frac{i}{a}$

Aufgabe 1.18

(a) $\sum_{k=11}^{14} i^k$

(b) $\sum_{k=1}^{50} i^k$

(c) $\prod_{k=1}^{25} i^k$

Aufgabe 1.19

(a) $\sum_{k=1}^{21} i^{2k+1}$

(b) $\sum_{k=1}^{50} \frac{1}{i^k}$

(c) $\sum_{k=1}^{21} (-i)^{-3k}$

Aufgabe 1.20

Für welche komplexen Zahlen z gilt:

- | | | |
|-------------------|---|---|
| (a) $z = \bar{z}$ | (d) $-\bar{z} = \overline{-z}$ | (g) $-z^{-1} = (-z)^{-1}$ |
| (b) $z = -z$ | (e) $\operatorname{Re}(z) = \operatorname{Re}(\bar{z})$ | (h) $\overline{-z^{-1}} = -(\bar{z})^{-1}$ |
| (c) $z = z^{-1}$ | (f) $\operatorname{Im}(z) + \operatorname{Im}(-z) = 0$ | (i) $\operatorname{Im}(z) = \operatorname{Im}(\bar{z})$ |

Aufgabe 1.21

Berechne die folgenden Terme.

- | | |
|---|---|
| (a) $\overline{(2 + 3i) + (4 - 7i)}$ | (c) $\overline{(6 + 4i)} - \overline{(5 + 3i)}$ |
| (b) $\overline{(-1 + 2i) \cdot (3 - 3i)}$ | (d) $\overline{(18 - i)} : \overline{(4 - 3i)}$ |

Aufgabe 1.22

Vereinfache die folgenden Terme ($a, b \in \mathbb{C}$).

- | | |
|--|---|
| (a) $\overline{a + \bar{b}} - (\bar{a} + b)$ | (c) $\overline{(a\bar{b})^3} \cdot \overline{(b : a)^3}$ |
| (b) $\overline{\bar{a}b} \cdot \overline{(\bar{a}/b)}$ | (d) $\overline{(a + b)} \cdot a - \bar{b} \cdot \overline{(\bar{a} + b)}$ |

Aufgabe 1.23

Berechne die Beträge möglichst geschickt.

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------|
| (a) $ (3 + 4i)(5 - 7i) $ | (d) $ (21 + 220i) : (12 + 5i) $ |
| (b) $ (3 + 4i) + (5 - 7i) $ | (e) $ (7 + 16i) - (12 - 4i) $ |
| (c) $ (2 + 3i)^2 $ | (f) $ (1 + i)^7 $ |

Aufgabe 1.24

Handelt es sich um eine reelle oder rein imaginäre Zahl?

- | | | |
|-----------------------|---|-------------------------------------|
| (a) $z - \bar{z}$ | (c) $\frac{\bar{z}}{z} - \frac{z}{\bar{z}}$ | (e) $iz + i\bar{z}$ |
| (b) $z \cdot \bar{z}$ | (d) $iz - i\bar{z}$ | (f) $\frac{z + \bar{z}}{2z\bar{z}}$ |

Aufgabe 1.25

Vereinfache die Terme.

- | |
|---|
| (a) $ z + 2i ^2 + 4 \operatorname{Im}(\bar{z})$ |
| (b) $\operatorname{Re}(8i\bar{z}) + z - 3i ^2 - z + i ^2$ |
| (c) $ 3z + 4i ^2 + 4\bar{z} + 3i ^2 - 5z ^2$ |

Aufgabe 1.26

Beweise.

(a) $|z|^2 = 2 \operatorname{Re}^2(z) - \operatorname{Re}(z^2)$

(b) $|z + i\bar{z}|^2 = 2|z|^2 + 2 \operatorname{Im}(z^2)$

Aufgabe 2.1

Stelle die komplexe Zahl in der Polarform dar. ($0 \leq \varphi < 2\pi$)

(a) $3 + 4i$

(e) $4.4 + 3.3i$

(b) $-3 + 4i$

(f) $-4.4 + 3.3i$

(c) $-3 - 4i$

(g) $12 + 5i$

(d) $3 - 4i$

(h) $12 - 5i$

Aufgabe 2.2

Verwandle in die Polarform $z = r \operatorname{cis} \varphi$ mit $0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$.

(a) $2 + 2i$

(g) -3

(b) $-2 + 2i$

(h) $-3i$

(c) $-2 - 2i$

(i) $2 + 2\sqrt{3}i$

(d) $2 - 2i$

(j) $-2 + 2\sqrt{3}i$

(e) 3

(k) $-6\sqrt{2} - 6\sqrt{2}i$

(f) $3i$

(l) $6\sqrt{2} - 6\sqrt{2}i$

Aufgabe 2.3

Stelle die komplexe Zahl in der Normalform $a + bi$ dar.

(a) $4 \operatorname{cis}(\pi/2)$

(d) $2.5 \operatorname{cis}(3\pi/2)$

(b) $3 \operatorname{cis} 0$

(e) $8 \operatorname{cis}(5\pi/4)$

(c) $2 \operatorname{cis} \pi$

(f) $2 \operatorname{cis}(7\pi/6)$

Aufgabe 2.4

Stelle $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(z)\}$ graphisch dar.

Aufgabe 2.5

Stelle $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) \cdot \operatorname{Im}(z) \leq 0\}$ graphisch dar.

Aufgabe 2.6

Stelle $\{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re}(z)| = 3\}$ graphisch dar.

Aufgabe 2.7

Stelle $\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 3\}$ graphisch dar.

Aufgabe 2.8

Stelle $\{z \in \mathbb{C} : \arg z = 45^\circ\}$ graphisch dar.

Aufgabe 2.9

Stelle $\{z \in \mathbb{C} : \frac{\pi}{6} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{3}\}$ graphisch dar.

Aufgabe 2.10

Stelle $\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 4 \wedge \frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{3\pi}{4}\}$ graphisch dar.

Aufgabe 2.11

Stelle $\{z \in \mathbb{C} : \arg z = 30^\circ \wedge \operatorname{Re}(z) \leq 3\}$ graphisch dar.

Aufgabe 2.12

Stelle $\{z \in \mathbb{C} : |z| = 2 \wedge \operatorname{Im}(z) \geq 1\}$ graphisch dar.

Aufgabe 2.13

Stelle $\{z \in \mathbb{C} : \arg z = 135^\circ \wedge \sqrt{2} \leq |z| \leq 3\sqrt{2}\}$ graphisch dar.

Aufgabe 2.14

Stelle $z_n = \operatorname{cis}(n \cdot 90^\circ)$ für $n \in \mathbb{Z}$ als Punkte in der Zahlenebene dar.

Aufgabe 2.15

Stelle $z_n = \operatorname{cis}(30^\circ + n \cdot 120^\circ)$ für $n \in \mathbb{Z}$ als Punkte in der Zahlenebene dar.

Aufgabe 2.16

Schreibe das Resultat in Polarform $\operatorname{cis}(\varphi)$ mit $0^\circ \leq \varphi < 360^\circ$.

(a) $\operatorname{cis} 20^\circ \cdot \operatorname{cis} 30^\circ$

(b) $\operatorname{cis} 141^\circ \cdot \operatorname{cis} 247^\circ$

(c) $\text{cis } 145^\circ \cdot \text{cis } 85^\circ \cdot \text{cis } 23^\circ$

(d) $\text{cis } 90^\circ \cdot \text{cis } 100^\circ \cdot \text{cis } 110^\circ \cdot \text{cis } 120^\circ$

Aufgabe 2.17

Gib das Resultat in Polarform $\text{cis}(\varphi)$ mit $0^\circ \leq \varphi < 360^\circ$ an.

(a) $\text{cis } 150^\circ : \text{cis } 60^\circ$

(b) $\text{cis } 250^\circ : \text{cis } 300^\circ$

(c) $(\text{cis } 30^\circ : \text{cis } 60^\circ) : \text{cis } 200^\circ$

(d) $\text{cis } 140^\circ : (\text{cis } 20^\circ : \text{cis } 50^\circ)$

Aufgabe 2.18

Gib das Resultat in Polarform $\text{cis}(\varphi)$ mit $0^\circ \leq \varphi < 360^\circ$ an.

(a) $(\text{cis } 30^\circ)^2$

(b) $(\text{cis } 75^\circ)^6$

(c) $(\text{cis } 25^\circ)^{-8} \cdot (\text{cis } 35^\circ)^4$

(d) $(\text{cis } 12^\circ)^{15} : (\text{cis } 15^\circ)^{12}$

Aufgabe 2.19

Vereinfache die Terme.

(a) $\text{cis } \varphi \cdot \text{cis}(-\varphi)$

(b) $\text{cis } \varphi : \text{cis}(-\varphi)$

(c) $\text{cis } \varphi + \text{cis}(-\varphi)$

(d) $\text{cis } \varphi - \text{cis}(-\varphi)$

Aufgabe 2.20

Vereinfache die Terme.

(a) $\prod_{k=1}^{20} \text{cis } \frac{k \cdot \pi}{5}$

(b) $\prod_{k=0}^{19} \text{cis } \frac{k \cdot 2\pi}{9}$

(c) $\sum_{k=0}^5 \text{cis } \frac{k \cdot \pi}{3}$

Aufgabe 2.21

Vereinfache und stelle das Resultat der Form $\operatorname{cis}(\varphi)$ mit $0^\circ \leq \varphi < 360^\circ$ dar.

(a) $(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ) \cdot (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$

(b) $(\cos 25^\circ - i \sin 25^\circ) \cdot (\cos 35^\circ - i \sin 35^\circ)$

(c) $\frac{\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ}{\cos 45^\circ - i \sin 45^\circ}$

(d) $\frac{\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ}{\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ}$

Aufgabe 2.22

Stelle den Wert des Ausdrucks in der Normalform $a + ib$ dar.

(a) 2^i

(b) \sqrt{i}

(c) i^i

(d) $\ln(i)$

Aufgabe 3.1

Löse in \mathbb{C} : $5z - 3\operatorname{Re}(z) - 8 = 4\operatorname{Im}(z) + 10i$

Aufgabe 3.2

Löse in \mathbb{C} : $iz - 2\bar{z} = 6i\operatorname{Re}(z) + 8 + 11i$

Aufgabe 3.3

Löse in \mathbb{C} : $z + 2iz = 8 + 6i$

Aufgabe 3.4

Löse in \mathbb{C} : $(z + 4i)(3 + 2i) - (z + 2)(3 + 2i) = 6 - 8i$

Aufgabe 3.5

Löse in \mathbb{C} : $\frac{z - 3i - 3}{z + 2 + 4i} = i$

Aufgabe 3.6

Löse in \mathbb{C} : $(2 + i)z - 3\operatorname{Re}(z) = -18 + 30i$

Aufgabe 3.7

Löse das Gleichungssystem in \mathbb{C} .

$$3z_1 + 2z_2 = 7 + i$$

$$5z_1 - 3z_2 = -1 + 8i$$

Aufgabe 3.8

Löse das Gleichungssystem in \mathbb{C} .

$$iz_1 - 5z_2 = 13$$

$$2z_1 - 3iz_2 = 13i$$

Aufgabe 3.9

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $z^4 = 16$

Aufgabe 3.10

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $z^3 = 8i$

Aufgabe 3.11

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $z^3 = -4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$

Aufgabe 3.12

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $x^2 - 4x + 29 = 0$

Aufgabe 3.13

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $z^2 - 2iz - 10 = 0$

Aufgabe 3.14

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $z^2 = 5 - 12i$

Aufgabe 3.15

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $(2 - i)z^2 + (6 - 8i)z = 0$

Aufgabe 3.16

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $(6 - 2i)z^2 + (4 + 4i)z + (-1 + i) = 0$

Aufgabe 3.17

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $z^2 + (2 - 6i)z + (7 + 2i) = 0$

Aufgabe 3.18

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $z^2 + 3iz - 3 - i = 0$

Aufgabe 3.19

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $-x^3 + 3x^2 + 3x + 4 = 0$

Aufgabe 3.20

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $x^3 - 3x^2 - 9x - 5 = 0$

Aufgabe 3.21

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $x^3 - 6x + 4 = 0$

Aufgabe 3.22

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $2x^3 - 9x^2 + 9x + 7 = 0$

Aufgabe 3.23

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $x^3 + 5x^2 + 7x + 3 = 0$

Aufgabe 3.24

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $x^3 - 3x^2 + 1 = 0$

Aufgabe 3.25

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $x^3 - 3x^2 + 3x - 9 = 0$

Aufgabe 3.26

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $x^3 - 3x - 2 = 0$

Aufgabe 3.27

Löse die Gleichung in \mathbb{C} : $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$

Aufgabe 4.1

Berechne die Folgenglieder für $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Zeichne die Punkte und beschreibe das Verhalten der Punktfolge

(a) $z_1 = i, z_{n+1} = z_n + 1 + \frac{1}{2}i$

(b) $z_n = -6 + 6i + \frac{12}{n} - \frac{12}{n}i$

Aufgabe 4.2

Berechne die Folgeglieder für $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$. Zeichne die Punkte und beschreibe das Verhalten der Punktfolge.

(a) $z_n = 1 + (0.9 \operatorname{cis} 20^\circ)^n$

(b) $z_n = \left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdot i^n$

Aufgabe 4.3

Berechne die Folgeglieder der geometrischen Folge mit dem Anfangsglied $z_1 = 1$ und dem Quotienten q für $n = 1, 2, 3, \dots, 12$. Zeichne die Punkte und beschreibe das Verhalten der Punktfolge.

(a) $q = 1 + i$

(b) $q = \operatorname{cis} 60^\circ$

(c) $q = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

Aufgabe 4.4

Gegeben ist die geometrische Folge (z_n) mit $z_1 = 8i$ und $z_2 = -4 + 4i$.

(a) Berechne den Quotienten q der geometrischen Folge und das n -te Glied z_n .

(b) Berechne die Teilsumme $s_n = \sum_{k=1}^n z_k$ und den Grenzwert $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$.

(c) Berechne von den Folgen (z_n) und (s_n) die ersten 6 Glieder, zeichne die Punkte und beschreibe das Verhalten der Punktfolgen.

Aufgabe 4.5

Gegeben ist die geometrische Folge (z_n) mit $z_1 = 5$ und $z_2 = 4i$.

- (a) Berechne den Quotienten q der geometrischen Folge und das n -te Glied z_n .
- (b) Berechne die Teilsumme $s_n = \sum_{k=1}^n z_k$ und den Grenzwert $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$.
- (c) Berechne von den Folgen (z_n) und (s_n) die ersten 6 Glieder, zeichne die Punkte und beschreibe das Verhalten der Punktfolgen.

Aufgabe 4.6

Gegeben ist $f(z) = z + 1 + 3i$. Berechne z_2 , z_5 und z_n in der Bahn von z_1 .

- (a) $z_1 = 0$
- (b) $z_1 = -1 + i$

Aufgabe 4.7

Gegeben ist $f(z) = (1 + 2i)z$. Berechne z_2 , z_5 und z_n in der Bahn von z_1 .

- (a) $z_1 = 1$
- (b) $z_1 = 1 + i$

Aufgabe 4.8

Gegeben ist $f(z) = 2z + 1$. Berechne z_2 , z_5 und z_n in der Bahn von z_1 .

- (a) $z_1 = 1$
- (b) $z_1 = i$

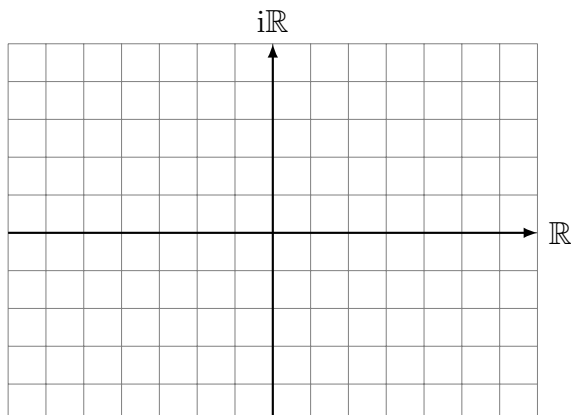
Aufgabe 4.9

Gegeben ist $f(z) = (1 + i)z + 2i$. Berechne z_2 , z_5 und z_n in der Bahn von z_1 .

- (a) $z_1 = 1$
- (b) $z_1 = 2 - i$

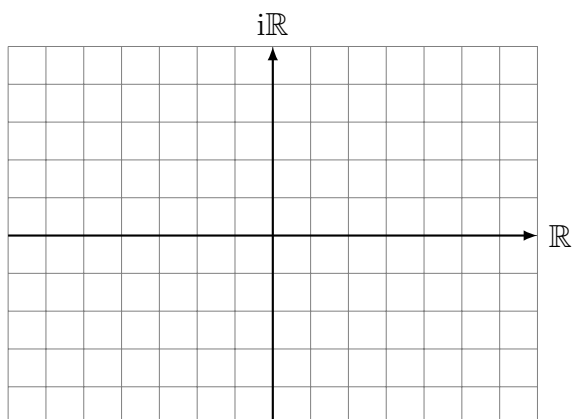
Aufgabe 5.1

Bilde das Dreieck $A(0)B(4)C(4 + 3i)$ mit $f(z) = z + 1 - 4i$ ab.



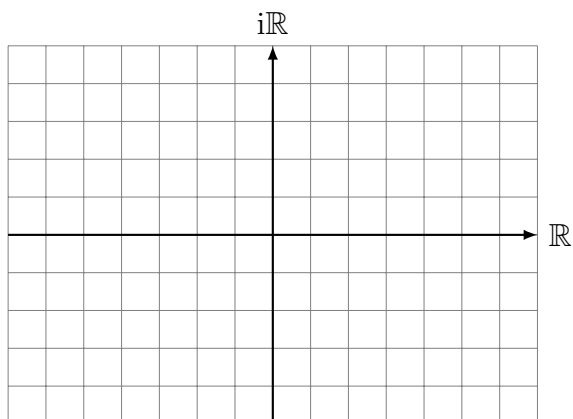
Aufgabe 5.2

Bilde das Dreieck $A(2 + i)B(2 + 3i)C(5 + 3i)$ mit $f(z) = -z + 1 + 2i$ ab.



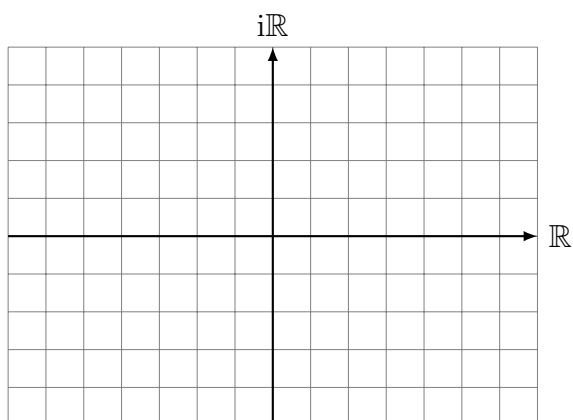
Aufgabe 5.3

Bilde das Dreieck $A(6 + 4i)B(6 + 2i)C(2 + 2i)$ mit $f(z) = \frac{1}{2}\bar{z}$ ab.



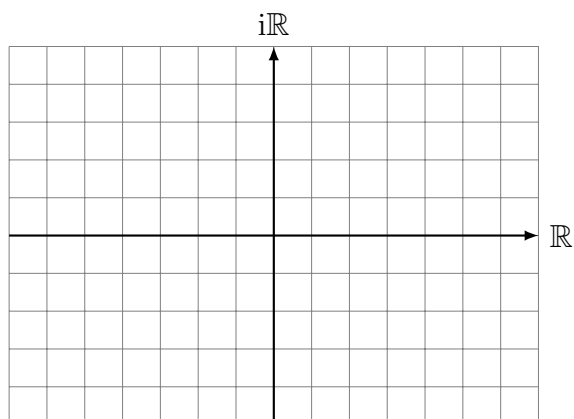
Aufgabe 5.4

Bilde das Dreieck $A(6 + 4i)B(6 + 2i)C(2 + 2i)$ mit $f(z) = \frac{1}{2}\bar{z}$ ab.



Aufgabe 5.5

Bilde das Dreieck $A(0)B(2)C(2+i)$ mit $f(z) = (1+i)z - 4 + i$ ab.



Aufgabe 5.6

Charakterisiere die Abbildung $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit $f(z) = z + 3 + 2i$.

Aufgabe 5.7

Charakterisiere die Abbildung $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit $f(z) = 2z$.

Aufgabe 5.8

Charakterisiere die Abbildung $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit $f(z) = -z$.

Aufgabe 5.9

Charakterisiere die Abbildung $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit $f(z) = \bar{z}$.

Aufgabe 5.10

Charakterisiere die Abbildung $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit $f(z) = z - 4 - i$.

Aufgabe 5.11

Charakterisiere die Abbildung $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit $f(z) = -\bar{z}$.

Aufgabe 5.12

Charakterisiere die Abbildung $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit $f(z) = -5z$.

Aufgabe 5.13

Charakterisiere die Abbildung $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit $f(z) = i \cdot z$.

Aufgabe 5.14

Charakterisiere die Abbildung $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit $f(z) = (1 - i) \cdot z$

Aufgabe 5.15

Gib eine Gleichung $w = f(z)$ für die Translation um $3i$ an.

Aufgabe 5.16

Gib eine Gleichung $w = f(z)$ für die Punktspiegelung am Punkt $P(i)$ an.

Aufgabe 5.17

Gib eine Gleichung $w = f(z)$ für die zentrische Streckung bezüglich Nullpunkt mit Streckungsfaktor 5 an.

Aufgabe 5.18

Gib eine Gleichung $w = f(z)$ für die Punktspiegelung am Punkt $P(1 + i)$ an.

Aufgabe 5.19

Gib eine Gleichung $w = f(z)$ für die Translation um $-2 + 3i$ an.

Aufgabe 5.20

Gib eine Gleichung $w = f(z)$ für die zentrische Streckung mit dem Zentrum $Z(3i)$ und dem Streckungsfaktor $-\frac{1}{2}$ an.

Aufgabe 5.21

Gib eine Gleichung $w = f(z)$ für die zentrische Streckung mit dem Zentrum $Z(2 + 3i)$ und dem Streckungsfaktor 2 an.

Aufgabe 5.22

Gib das Drehzentrum z_0 , den Drehwinkel α und den Streckungsfaktor k der Abbildung $f(z) = -2z - 4 + 6i$ an.

Aufgabe 5.23

Gib das Drehzentrum z_0 , den Drehwinkel α und den Streckungsfaktor k der Abbildung $f(z) = -\frac{1}{2}iz - 7 + 9i$ an.

Aufgabe 5.24

Gib das Drehzentrum z_0 , den Drehwinkel α und den Streckungsfaktor k der Abbildung $f(z) = (-1 + i)z + 8i$ an.

Aufgabe 5.25

Gib das Drehzentrum z_0 , den Drehwinkel α und den Streckungsfaktor k der Abbildung $f(z) = (\sqrt{3} + i)z + 6 + 2i$ an. [Vorsicht: algebraisch sehr anspruchsvoll]

Aufgabe 5.26

Gib die Gleichung $f(z) = az + b$ zur Drehstreckung mit dem Zentrum $z_0 = 0$, dem Drehwinkel $\alpha = 90^\circ$ und dem Streckungsfaktor $k = 3$ an.

Aufgabe 5.27

Gib die Gleichung $f(z) = az + b$ zur Drehstreckung mit dem Zentrum $z_0 = 3$, dem Drehwinkel $\alpha = 120^\circ$ und dem Streckungsfaktor $k = 5$ an.

Aufgabe 5.28

Gib die Gleichung $f(z) = az + b$ zur Drehstreckung mit dem Zentrum $z_0 = 1 + i$, dem Drehwinkel $\alpha = 45^\circ$ und dem Streckungsfaktor $k = 2$ an.

Aufgabe 5.29

Stelle die Geradengleichung $2x - y + 3 = 0$ in der komplexen Form $\bar{b}z + b\bar{z} + c = 0$ dar.

Aufgabe 5.30

Stelle die Geradengleichung $x - 3 = 0$ in der komplexen Form $\bar{b}z + b\bar{z} + c = 0$ dar.

Aufgabe 5.31

Stelle die Geradengleichung $y = -\frac{1}{3}x + 4$ in der komplexen Form $\bar{b}z + b\bar{z} + c = 0$ dar.

Aufgabe 5.32

Stelle die Geradengleichung $y = -5$ in der komplexen Form $\bar{b}z + b\bar{z} + c = 0$ dar.

Aufgabe 5.33

Stelle die Geradengleichung $(4 + 3i)z + (4 - 3i)\bar{z} + 12 = 0$ in der Form $ax + by + c = 0$ dar.

Aufgabe 5.34

Stelle die Geradengleichung $2z + 2\bar{z} + 3 = 0$ in der Form $ax + by + c = 0$ dar.

Aufgabe 5.35

Stelle die Geradengleichung $(5 + 2i)z + (5 - 2i)\bar{z} + 4 = 0$ in der Form $ax + by + c = 0$ dar.

Aufgabe 5.36

Stelle die Geradengleichung $3iz - 3i\bar{z} + 9 = 0$ in der Form $ax + by + c = 0$ dar.

Aufgabe 5.37

Berechne die Schnittpunkte mit der Geraden $iz - i\bar{z} + 8 = 0$ mit der reellen und der imaginären Achse.

Aufgabe 5.38

Berechne die Schnittpunkte der Geraden $(-8 + i)z + (-8 - i)\bar{z} - 16 = 0$ mit der reellen und der imaginären Achse.

Aufgabe 5.39

Schreibe die Kreisgleichung $|z - 3| = 1$ in der komplexen Form $z\bar{z} - \bar{m}z - m\bar{z} + c = 0$

Aufgabe 5.40

Schreibe die Kreisgleichung $|z - 2 + 2i| = 2\sqrt{2}$ in der komplexen Form $z\bar{z} - \bar{m}z - m\bar{z} + c = 0$.

Aufgabe 5.41

Schreibe die Kreisgleichung $z\bar{z} + 2iz - 2i\bar{z} + 3 = 0$ in der Form $|z - m| = r$.

Aufgabe 5.42

Schreibe die Kreisgleichung $z\bar{z} + (2 - i)z + (2 + i)\bar{z} + 1 = 0$ in der Form $|z - m| = r$.

Aufgabe 5.43

Bestimme die Schnittpunkte des Kreises $|z - (-3 + 4i)| = \sqrt{13}$ mit der reellen und der imaginären Achse.

Aufgabe 5.44

Bestimme die Schnittpunkte des Kreises $z\bar{z} + 4iz - 4i\bar{z} - 9 = 0$ mit der reellen und der imaginären Achse.

Aufgabe 5.45

Gegeben sind die Funktion $f(x) = (2 - i)z$, die Gerade $g: y = -x + 1$ und der Kreis $k: |z - 2i| = 1$. Bestimme die Gleichungen der Bilder g' und k' .

Aufgabe 5.46

Gegeben ist $f(z) = (-1 + i)z + (3 + i)$. Bestimme die Gleichung des Bildes der imaginären Achse und die des Kreises $|z| = 2$ unter der Abbildung f .

Aufgabe 5.47

Bestimme die Gleichung des Bildes der Geraden $g: (1 - i)z + (1 + i)\bar{z} + 4 = 0$ unter der Abbildung $f(z) = 1/\bar{z}$.

Aufgabe 5.48

Bestimme die Gleichung des Bildes des Kreises $k: z\bar{z} - (3 - i)z - (3 + i)\bar{z} + 6 = 0$ unter der Abbildung $f(z) = 1/z$.