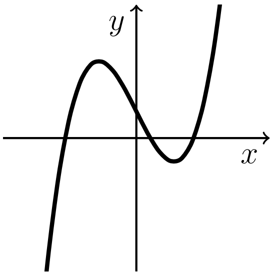
### Aufgabe 8.1

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x + 1$



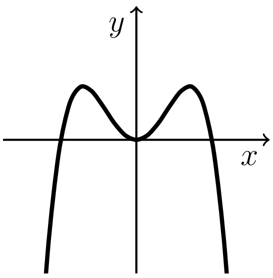

$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{3}x^3 = -\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{3}x^3 = +\infty$

$\Rightarrow$ Ja

### Aufgabe 8.2

$f(x) = \frac{1}{8}x^4 - x^2$



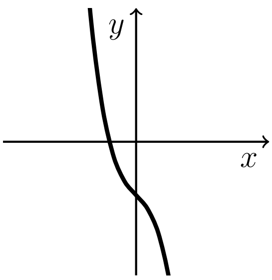

$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{8}x^4 = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{8}x^4 = +\infty$

$\Rightarrow$ Nein

### Aufgabe 8.3

$f(x) = -x^3 - x - 2$




$\lim\limits_{x\to-\infty} (-x^3) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} (-x^3) = -\infty$

$\Rightarrow$ Ja

**Aufgabe 8.4**

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$$

**Aufgabe 8.5**

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x^4 = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x^4 = +\infty$$

**Aufgabe 8.6**

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(-x^6\right) = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \left(-x^6\right) = -\infty$$

**Aufgabe 8.7**

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (-2x^3) = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (-2x^3) = -\infty$$

**Aufgabe 8.8**

$$f(x) = (x-1)(2-x)(3-x)$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (x-1)(2-x)(3-x) = (+\infty)\cdot(-\infty)\cdot(-\infty) = +\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (x-1)(2-x)(3-x) = (-\infty)\cdot(+\infty)\cdot(+\infty) = -\infty$$

**Aufgabe 8.9**

Da der Grad des Zähler- und des Nennerpolynoms gleich 1 ist, hat die Funktion $f$ eine horizontale Asymptote:

$$\lim_{|x|\to\infty} \frac{x+2}{x-1} = \lim_{|x|\to\infty} \frac{x}{x} = \lim_{|x|\to\infty} 1 = 1 \qquad \text{(horizontale Asymptote: } y = 1\text{)}$$

**Aufgabe 8.10**

Da der Grad des Zählerpolynoms grösser ist als der des Nennerpolynoms, muss eine Polynomdivision durchgeführt werden:

$$(x^2+2x+3) : (x+2) = x + \frac{3}{x+2} \qquad \text{[ohne Lösungsweg]}$$

Die asymptotische Näherungsfunktion von $f(x)$ ist also $g(x) = x$

### Aufgabe 8.11

Da der Grad des Zählerpolynoms kleiner ist, als der Grad des Nennerpolynoms, streben die Funktionswerte für $|x| \to \infty$ gegen Null

Horizonale Asymptote: $y = 0$

### Aufgabe 8.12

Da der Grad des Zählerpolynoms grösser ist als der des Nennerpolynoms, muss eine Polynomdivision durchgeführt werden:

$(4x^2 - 4x + 5) : (2x - 1) = 2x - 1 + \dfrac{4}{2x - 1}$ [ohne Lösungsweg]

Die asymptotische Näherungsfunktion von $f(x)$ ist also $g(x) = 2x - 1$

### Aufgabe 8.13

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$$

### Aufgabe 8.14

$$\lim_{x \to -\infty} \ln\left(1 + \frac{x}{|x|}\right) = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} \ln\left(1 + \frac{x}{|x|}\right) = \ln 2$$

### Aufgabe 8.15

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(1 + |x|)}{1 + x^2} = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\ln(1 + |x|)}{1 + x^2} = 0$$

### Aufgabe 8.16

$$\lim_{x \to -\infty} \left[\mathrm{e}^x \cdot \sin(x)\right] = 0$$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \left[\mathrm{e}^x \cdot \sin(x)\right]$ nicht definiert!