

Aufgabe 6.1

$f(x) = x^2$ ist in $I = (-\infty, 0]$ monoton fallend, da $f'(x) = 2x < 0$ für alle $x \in I$

Aufgabe 6.2

$f(x) = \sqrt{x}$ ist in $I = (0, \infty)$ monoton wachsend, da $f'(x) = 1/2\sqrt{x} > 0$ für alle $x \in I$

Aufgabe 6.3

$f(x) = 1/x$ ist in $I = (-\infty, 0)$ monoton fallend, da $f'(x) = -1/x^2$ für alle $x \in I$.

Aufgabe 6.4

$f(x) = x^3$ ist in $I = \mathbb{R}$ monoton wachsend, da $f'(x) = 3x^2 > 0$ für alle $x \in I$

Aufgabe 6.5

$f(x) = \sin x$ ist in $I = [\pi, 2\pi]$ nicht monoton, da $f'(x) = \cos x$ in I sowohl positive wie auch negative Werte annimmt.

Aufgabe 6.6

f ist monoton fallend in $I = \mathbb{R}$, da $f'(x) = -2 < 0$ für alle $x \in I$.

Aufgabe 6.7

f ist nicht monoton in $I = \mathbb{R}$, da $f'(x) = e^x - e^{-x}$ positiv für $x > 0$ und negativ für $x < 0$.

Aufgabe 6.8

f ist monoton fallend in $I = [1, 3]$, da $f'(x) = x^2 - 4x - 5 = (x + 1)(x - 5) < 0$ für alle $x \in I$

Aufgabe 6.9

$f(x) = \ln x$ ist monoton wachsend in $I = (0, \infty)$, da $f'(x) = \frac{1}{x} > 0$ für alle $x \in I$

Aufgabe 6.10

$$f'(x) = x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$$

horizontale Tangente bei: $x_1 = 2$, $x_2 = -3$

Vorzeichentabelle:

	$-\infty < x < -3$	$-3 < x < 2$	$2 < x < \infty$
$x + 3$	-	+	+
$x - 2$	-	-	+
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	\nearrow	\searrow	\nearrow

Aufgabe 6.11

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 12 = 3(x^2 - 4x + 4) = 3(x - 2)^2$$

horizontale Tangente bei: $x_1 = x_2 = 2$

Vorzeichentabelle:

	$-\infty < x < 2$	$2 < x < \infty$
$x - 2$	-	+
$x - 2$	-	+
$f'(x)$	+	+
$f(x)$	\nearrow	\nearrow

Aufgabe 6.12

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x^2 - 2x - 3) = 3(x + 1)(x - 3)$$

horizontale Tangente bei: $x_1 = -1, x_2 = 3$

	$-\infty < x < -1$	$-1 < x < 3$	$3 < x < \infty$
$x + 1$	-	+	+
$x - 3$	-	-	+
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	\nearrow	\searrow	\nearrow

Aufgabe 6.13

$$f'(x) = 1 - \sin x$$

Stellen mit horizontaler Tangente: $x_k = k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}$

Wegen $-1 \leq \sin x < 1$ gilt $f'(x) = 1 - \sin x \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

f ist auf ganz \mathbb{R} monoton wachsend.