

Aufgabe 5.1

Gegeben ist die stückweise definierte Funktion f .

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{falls } x < -5 \\ 4x + 1 & \text{falls } -5 \leq x < 4 \\ 2\sqrt{x} & \text{falls } 4 \leq x \end{cases}$$

Berechne

(a) $f(0)$ (b) $f(-10)$ (c) $f(4)$ (d) $f(1)$ (e) $f(-5)$

Aufgabe 5.2

Ist die Funktion $f(x) = 4x + 3$ an der Stelle $x_0 = 0$ stetig?

Aufgabe 5.3

Ist die Funktion $f(x) = \sqrt{x^2}$ an der Stelle $x_0 = 0$ stetig?

Aufgabe 5.4

Ist die Funktion $f(x) = 1/(x + 1)$ an der Stelle $x_0 = -1$ stetig?

Aufgabe 5.5

Ist die Funktion $f(x) = |\sin x|$ an der Stelle $x_0 = \pi$ stetig?

Aufgabe 5.6

Ist die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 5 & \text{für } x \leq 3 \\ 2x + 1 & \text{für } x > 3 \end{cases}$$

an der Stelle $x_0 = 3$ stetig?

Aufgabe 5.7

Ist die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{für } x \neq 1 \\ 2 & \text{sonst} \end{cases}$$

an der Stelle $x_0 = 1$ stetig?

Aufgabe 5.8

Ist die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

an der Stelle $x_0 = 0$ stetig?

Aufgabe 5.9

Ist die Funktion $f(x) = 1/x$ stetig?

Aufgabe 5.10

Ist die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} x/7 + 1 & \text{für } x < 3 \\ \sqrt{x-1} & \text{für } x \geq 3 \end{cases}$$

stetig?

Aufgabe 5.11

Für welchen Wert von a ist die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x + 1 & \text{für } x < 2 \\ x^3 + ax - 4 & \text{für } x \geq 2 \end{cases}$$

an der Stelle $x_0 = 2$ stetig?

Aufgabe 5.12

Ist die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{für } x \leq 0 \\ x + 1 & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

f an der Stelle $x_0 = 0$ differenzierbar?

Aufgabe 5.13

Bestimme die Werte der Parameter $a \in \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{R}$ so, dass die Funktion f an der Stelle $x = 4$ differenzierbar ist.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + a & \text{für } x < 4 \\ a\sqrt{x} + b & \text{für } x \geq 4 \end{cases}$$