

Aufgabe 4.1

$$f'(x) = \ln 10 \cdot 10^x$$

Aufgabe 4.2

$$f(x) = \ln x^5 = 5 \ln x$$

$$f'(x) = 5 \cdot \frac{1}{x} = \frac{5}{x}$$

oder Kettenregel (aufwändiger):

$$f'(x) = \frac{1}{x^5} \cdot 5x^4 = \frac{5}{x}$$

Aufgabe 4.3

$$f'(x) = 2x(1 + \tan^2(x^2)) \text{ oder } f'(x) = \frac{2x}{\cos^2(x^2)}$$

Aufgabe 4.4

$$f'(x) = 2x \cdot \sin x + x^2 \cdot \cos x$$

Aufgabe 4.5

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \tan x + \sqrt{x} \cdot (1 + \tan^2 x) \text{ oder } f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \tan x + \frac{\sqrt{x}}{\cos^2 x}$$

Aufgabe 4.6

$$f'(x) = (b+1)x^b$$

Aufgabe 4.7

$$f(t) = t^2 \cdot t^{\frac{1}{3}} = t^{\frac{6}{3}} \cdot t^{\frac{1}{3}} = t^{\frac{7}{3}} \quad \Rightarrow \quad f'(t) = \frac{7}{3} \cdot t^{\frac{4}{3}}$$

Aufgabe 4.8

$$f'(x) = \omega \cos(\omega t + \varphi)$$

Aufgabe 4.9

$$f'(x) = \cos x + e^x$$

Aufgabe 4.10

$$f'(x) = 0$$

Aufgabe 4.11

$$f'(x) = 0$$

Aufgabe 4.12

$$f'(x) = 4x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$$

Aufgabe 4.13

$$f'(x) = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x}} = \frac{1}{2}\sqrt{e^x}$$

Aufgabe 4.14

$$f'(x) = 26e^{2x} + 18e^{-2x}$$

Aufgabe 4.15

$$f'(x) = 3 \sin^2 x \cdot \cos x$$

Aufgabe 4.16

$$f'(x) = (-3) \cdot x^{-4} = \frac{-3}{x^4}$$

Aufgabe 4.17

$$f'(x) = (2x - 2)e^x + (x^2 - 2x + 3)e^x = (x^2 + 1)e^x$$

Aufgabe 4.18

$$f'(x) = \frac{1}{\ln 5} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x \ln 5}$$

Aufgabe 4.19

$$f'(x) = -0.5b^{-1.5}$$

Aufgabe 4.20

$$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$$

Aufgabe 4.21

$$f(x) = e^{\ln x} = x \quad (e^x \text{ und } \ln x \text{ sind Umkehrfunktionen)}$$

$$f'(x) = 1$$

$$\text{oder aufwändig: } f'(x) = e^{\ln x} \cdot \frac{1}{x} = e^{\ln x} \cdot \frac{1}{x} = 1$$

Aufgabe 4.22

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x+1}} \cdot 2 = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$$

Aufgabe 4.23

$$f'(x) = \frac{3}{2}x^5 - 10x$$

Aufgabe 4.24

$$f'(x) = \frac{2x \cdot \sin x - x^2 \cdot \cos x}{\sin^2 x}$$

Aufgabe 4.25

$$f'(x) = 5 \cdot (2x+3)^4 \cdot 2 = 10 \cdot (2x+3)^4$$

Aufgabe 4.26

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{2(x+1)(x-1) - (x+1)^2 \cdot 1}{(x-1)^2} \\ &= \frac{2(x^2-1) - (x^2+2x+1)}{(x-1)^2} \\ &= \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} \end{aligned}$$

Aufgabe 4.27

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\sin(\ln x)}} \cdot \cos(\ln x) \cdot \frac{1}{x} = \frac{\cos(\ln x)}{2x\sqrt{\sin(\ln x)}}$$

Aufgabe 4.28

$$f'(x) = \frac{s-r}{(s+x)^2}$$

Aufgabe 4.29

$$f'(x) = 1 \cdot e^x + x \cdot e^x = e^x(1+x)$$

Aufgabe 4.30

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x} = \frac{x^2}{x} + \frac{2x}{x} + \frac{1}{x} = x + 2 + \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

Aufgabe 4.31

$$f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

Aufgabe 4.32

$$f'(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \cdot 2x = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

Aufgabe 4.33

$$f'(x) = e^x \cos(2x) + x e^x \cos(2x) - 2x e^x \sin(2x)$$

Aufgabe 4.34

$$f'(x) = -(-\sin x) = \sin x$$

Aufgabe 4.35

$$f'(x) = \frac{-a}{(ax + b)^2}$$

Aufgabe 4.36

$$f(x) = (x - 7)(x + 3) = x^2 - 4x - 21 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 2x - 4$$

Aufgabe 4.37

$$f'(x) = e^{\frac{1}{2}x^2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}x = x \cdot e^{\frac{1}{2}x^2}$$

Aufgabe 4.38

$$f'(x) = 4x^3(x^4 + 1)$$

Aufgabe 4.39

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x + 4)}{x - 1} = x + 4 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 1$$

Aufgabe 4.40

$$f'(x) = 2e^{2x}$$

$$f''(x) = 4e^{2x}$$

$$f'''(x) = 8e^{2x}$$

...

$$f^{(6)}(x) = 2^6 e^{2x} = 64e^{2x}$$

Aufgabe 4.41

$$f^{(9)}(x) = 9!$$

Aufgabe 4.42

$$f'(x) = -\sin x$$

$$f''(x) = -\cos x$$

$$f'''(x) = \sin x$$

$$f^{(4)}(x) = \cos x$$

...

$$f^{(297)}(x) = f^{(297-296)}(x) = f^{(1)}(x) = -\cos x$$

Aufgabe 4.43

$$f^{(10)}(x) = 0$$

Aufgabe 4.44

$$f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$$

$$m = 3 + 2 - 1 = 4$$

$$y = f(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - (-1) - 4 = -5$$

$$-5 = 4 \cdot (-1) + q \quad \Rightarrow \quad q = -1$$

$$t: y = 4x - 1$$

Aufgabe 4.45

$$f(x) = 2x^2 + 2x + C$$

$$f(1) = 3$$

$$2 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 + C = 3$$

$$C = -1$$

$$f(x) = 2x^2 + 2x - 1$$

Aufgabe 4.46

$$k: y^3 - 2x^2 + 6x = 0$$

$$x = 4: y^3 - 32 + 24 = 0$$

$$y^3 = 8$$

$$y = 2$$

$$3y^2y' - 4x + 6 = 0$$

$$y' = \frac{4x - 6}{3y^2}$$

$$m = \frac{4 \cdot 4 - 6}{3 \cdot 4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

Aufgabe 4.47

$$f'(x) = 0$$

$$2x + 4 = 0$$

$$x = -2$$

Aufgabe 4.48

$$f'(x) = \tan 45^\circ = 1$$

$$2x - \frac{1}{x} = 1$$

$$2x^2 - 1 = x$$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 1) = 0$$

$$x_1 = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = 1$$